

М. Я. Островерхов<sup>1</sup>

# ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМИ СИСТЕМАМИ З СИНХРОННИМИ ДВИГУНАМИ

<sup>1</sup>Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

*Розроблено закони керування на основі концепції зворотних задач динаміки в поєднанні з мінімізацією локальних функціоналів миттєвих значень енергії, що забезпечує слабку чутливість до параметричних збурень.*

**Ключові слова:** оптимізація, зворотна задача динаміки, закони керування.

## Вступ

Електромеханічні системи з синхронними двигунами з постійними магнітами (СДПМ) застосовуються у високотехнологічних установках, в яких вимоги до якості керування є пріоритетними. Параметри систем можуть змінюватися, що погіршує показники заданої якості керування. *Мета роботи* полягає у забезпеченні заданої якості керування СДПМ в умовах параметричних збурень шляхом оптимізації законів керування на основі концепції зворотних задач динаміки з мінімізацією локальних функціоналів миттєвих значень енергії [1, 2].

## Матеріали дослідження

Концепція зворотних задач динаміки у поєднанні з мінімізацією локальних функціоналів миттєвих значень енергії відкриває для електромеханіки такі важливі перспективи, як динамічна декомпозиція взаємозв'язаної нелінійної системи на незалежні лінійні підсистеми, розробка законів керування взаємозв'язаної нелінійної системи за лінійними моделями локальних контурів керування, слабка чутливість до параметричних збурень, відсутність в законах керування параметрів об'єкта. Ідея оптимізації відповідає ідеї зворотності прямого методу Ляпунова щодо дослідження стійкості, що полягає в знаходженні керувальної дії, коли замкнута система має наперед задану функцію Ляпунова, в якості якої виступає миттєве значення енергії. Змістом зворотної задачі динаміки є розробка законів керування, за якого система володіє наперед заданими за допомогою бажаного диференціального рівняння замкнутого контуру динамічними й статичними властивостями.

Динамічна модель СДПМ у системі координат  $d-q$ , орієнтованій по магнітній осі ротора, описується відомою взаємозв'язаною системою рівнянь

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} (U_d - R_s i_d + \omega L_q i_q); \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} (U_q - R_s i_q - \omega L_d i_d - \omega \Psi_f); \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_c - \beta \omega_r); \quad \omega = Z_p \omega_r; \\ M = \frac{3}{2} Z_p [\Psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q], \end{cases} \quad (1)$$

де  $i_d$ ,  $i_q$  та  $U_d$ ,  $U_q$  — струми та напруги статора по осіах  $d$  і  $q$ ;  $\omega_r$ ,  $\omega$  — кутова і електрична швидкості ротора;  $M$ ,  $M_c$  — електромагнітний момент двигуна і момент навантаження;  $\Psi_f$  — потокозчеплення, що створюється постійними магнітами;  $J$  — момент інерції;  $\beta$  — коефіцієнт в'язкого тертя;  $Z_p$  — число пар полюсів;  $R_s$  — активний опір обмотки статора;  $L_d$ ,  $L_q$  — індуктивності обмотки статора по осіах  $d$  і  $q$ .

Перед початком викладення методу оптимізації система рівнянь (1) для підвищення наочності представляється у вигляді системи

$$\begin{cases} L_d \frac{di_d}{dt} + R_s i_d = U_d + F_1; \\ L_q \frac{di_q}{dt} + R_s i_q = U_q - F_3 - F_3; \\ J \frac{d\omega_r}{dt} = M - M_c - \beta \omega_r; \\ M = \frac{3}{2} Z_p [\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]. \end{cases} \quad (2)$$

Синтез регуляторів починається з розробки закону керування складовою струму статора  $i_d$ . Згідно з першим рівнянням системи (2) об'єкт керування локального контуру описується лінійним диференціальним рівнянням першого порядку, на який діє керувальна напруга  $U_d$  та збурення  $F_1 = \omega L_q i_q$ , обумовлене складовою струму  $i_q$ . Збурення є обмеженою функцією  $F_1 \leq F_{1\max}$ , а величини керувальної дії  $U_d$  достатньо для його компенсації. Бажане рівняння замкнутого контуру струму  $i_d$  має перший порядок, як і рівняння об'єкта, та забезпечує астатизм 1-го порядку за керувальною дією

$$\dot{z} + \gamma_{0i_d} z = \gamma_{0i_d} i_d^*, \quad (3)$$

де  $i_d^*$  — заданий струм.

Бажана тривалість монотонного переходного процесу струму  $t_n \approx 3 / \gamma_{0i_d}$  задається величиною коефіцієнта рівняння  $\gamma_{0i_d}$ .

Необхідно знайти таку керувальну функцію  $u = U_d$ , щоб якість керування складовою струму  $i_d(t)$  наближалася до бажаної, заданої рівнянням (3). Ступінь наближення реального процесу до бажаного оцінюється функціоналом, який характеризує нормовану за індуктивністю миттєву енергію магнітного поля від першої похідної струму

$$G(u) = \frac{1}{2} [\dot{z}(t) - i_d(t)]^2. \quad (4)$$

Мінімізація функціонала здійснюється за градієнтним законом першого порядку

$$\frac{du(t)}{dt} = -\lambda_{i_d} \frac{dG(u)}{du}, \quad (5)$$

де  $\lambda_{i_d}$  — константа.

З урахуванням (2) та (4) похідна функціоналу дорівнює

$$\frac{dG(u)}{du} = -\frac{1}{L_d} (\dot{z} - i_d). \quad (6)$$

Після підстановки (6) в (5) знаходимо закон керування складовою струму  $i_d$

$$\dot{u}(t) = k_{i_d} (\dot{z} - i_d), \quad (7)$$

де  $k_{i_d} = \lambda_{i_d} / L_d$  — коефіцієнт підсилення регулятора струму.

Змінна  $\dot{z}$  в законі керування (7) виступає в ролі необхідної похідної струму, яка знаходиться в реальному часі з рівняння бажаної якості (3) за виразом

$$\dot{z} = \gamma_{0i_d} (i_d^* - i_d) \quad (8)$$

шляхом замикання зворотним зв'язком за складовою струму  $z = i_d$ .

В результаті інтегрування обох частин рівняння (7) з урахуванням (8) закон керування складовою струму  $i_d$  набуває остаточного вигляду

$$U_d(t) = k_{i_d} (z - i_d); \quad z = \gamma_{0i_d} \int_0^t (i_d^* - i_d) dt. \quad (9)$$

У законі керування (9) використовується тільки параметр  $\gamma_{0i_d}$  рівняння бажаної якості (3), тому він не залежить від параметрів об'єкта керування (1).

Диференціальне рівняння замкнутого контуру складовою струму  $i_d$  із законом керування (9)

$$\ddot{i}_d + (R_s/L_d + k_{i_d}/L_d)\dot{i}_d + (k_{i_d}\gamma_{0i_d}/L_d)i_d = (k_{i_d}\gamma_{0i_d}/L_d)i_d^* \quad (10)$$

показує, що процес керування буде асимптотично стійким, тому що згідно з критерієм Гурвіца виконуються такі нерівності:  $(R_s/L_d + k_{i_d}/L_d) > 0$ ;  $(k_{i_d}\gamma_{0i_d}/L_d) > 0$ . Причому стійкість контуру керування зберігається у разі необмеженого підвищення коефіцієнта підсилення регулятора  $k_{i_d} \rightarrow \infty$ , що забезпечує повний збіг реального (10) та бажаного (3) процесів керування. Це очевидно під час ділення всіх членів рівняння (10) на коефіцієнт  $k_{i_d}/L_d$ . Ця особливість надає системі керування властивості слабкої чутливості до параметричних та координатних збурень. Звичайно, за допустимого з точки зору технічної реалізації коефіцієнти підсилення існує похибка керування, максимально допустима величина якої встановлюється технічними вимогами.

На основі другого та третього рівнянь системи (2) аналогічно до вищепередованого отримаємо закон керування складовою струму  $i_q$

$$U_q(t) = k_{i_q} (z - i_q); \quad z = \gamma_{0i_q} \int_0^t (i_q^* - i_q) dt \quad (11)$$

та швидкістю двигуна з мінімізацією енергії прискорення маси

$$\dot{i}_q^*(t) = k_{i_\omega} (z - \omega_r); \quad z = \gamma_{0\omega} \int_0^t (\omega_r^* - \omega_r) dt. \quad (12)$$

Контур керування швидкістю двигуна є зовнішнім відносно внутрішнього контуру керування складовою струму  $i_q$ , тому для зменшення впливу динаміки останнього коефіцієнти регуляторів вибираються за умови  $\gamma_{0i_q} > (3...5)\gamma_{0\omega}$ .

## Висновки

Запропоновані закони керування СДПМ за оптимізації локальних функціоналів миттєвих значень енергій забезпечують стабільну якість керування в умовах параметричних та координатних збурень. Простоту практичної реалізації законів керування зумовлює відсутність в них параметрів об'єкта керування, що характерно для класичних законів керування, а також збереження стійкості системи за необмеженого підвищення коефіцієнтів підсилення регуляторів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Крутко П. Д. Робастно устойчивые структуры управляемых систем высокой динамической точности. Алгоритмы и динамика управления движением модельных объектов / П. Д. Крутко // Изв. РАН. ТиСУ. — 2005. — № 2. — С. 120—140.
2. Островерхов М. Я. Метод синтезу регуляторів електромеханічних систем на основі концепції зворотних задач динаміки в поєднанні з мінімізацією локальних функціоналів миттєвих значень енергій руху / М. Я. Островерхов // Вісник НТУ «Харківський політехнічний інститут». — Харків : НТУ «ХПІ», 2008. — Вип. 30. — С. 105—110.

Рекомендована кафедрою електричних станцій і систем ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 29.01.2014

**Островерхов Микола Якович** — д-р техн. наук, доцент, професор кафедри автоматизації електромеханічних систем та електроприводу, e-mail: ostroverkhov@list.ru.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

## Optimal control of electromechanical systems with synchronous motors

<sup>1</sup>National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"

*The laws of control on the basis of conception of reverse tasks of dynamics are developed in connection with minimization of local functionals of instantaneous values of energies, which provides a weak sensitiveness to self-reactance indignations.*

**Keywords:** optimization, inverse problem of dynamics, control laws.

**Ostroverhov Mykola Ya.** — Dr. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Professor of the Chair of Automation of the Electromechanic Systems and electric drive, e-mail: ostroverkhov@list.ru

Н. Я. Островерхов<sup>1</sup>

## Оптимальное управление электромеханическими системами с синхронными двигателями

<sup>1</sup>Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

*Разработаны законы управления на основе концепции обратных задач динамики в соединении с минимизацией локальных функционалов мгновенных значений энергий, что обеспечивает слабую чувствительность к параметрическим возмущениям.*

**Ключевые слова:** оптимизация, обратная задача динамики, законы управления.

**Островерхов Николай Яковлевич** — д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры автоматизации электромеханических систем и электропривода, e-mail: ostroverkhov@list.ru