УДК 656.7:330.4(045)

О. В. Марусич[1]
В. С. Коновалюк[1]

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОБУДОВИ ТРАНСЛОГАРИФМІЧНОЇ ФУНКЦІЇ ВИТРАТ АВІАКОМПАНІЇ

[1]Національний авіаційний університет

Висвітлені проблеми побудови транслогарифмічної функції витрат авіакомпанії. Досліджено основні властивості та обмеження використання цієї функції витрат. Показано, як транслогарифмічна функція може бути використана для оцінки еластичності заміщення, вимірювання загальної динаміки продуктивності факторів, економії розміру та щільності мережі авіакомпанії.

Ключові слова: транслогарифмічна функція витрат, однорідність, неперервність, еластичність заміщення, економія розміру, економія щільності, функції частки витрат.

Вступ

Діяльність авіакомпаній на тлі глобалізації економічних процесів відбувається в умовах динамічно мінливого економічного середовища, посилення конкуренції та нестабільності. Це в свою чергу характеризується швидкими не прогнозованими змінами цін на нафту на світових ринках і, як наслідок, на авіаційне паливо, не прогнозованими коливаннями попиту на авіаперевезення, зростанням цін на запасні частини, на ремонт і обслуговування повітряних суден, на послуги інших учасників ринку авіаперевезень. Тому в сучасних економічних умовах головною задачею авіаційного транспорту є максимальне його позиціонування на ринку транспортних послуг за умов зниження експлуатаційних витрат. Проблемами оптимального використання та розподілу ресурсів в авіаційній сфері вчені займалися протягом багатьох років і до цього часу ці проблеми становлять інтерес для дослідників.

Постановка проблеми в загальному вигляді

Попередні дослідження питань, пов'язаних з витратами авіакомпаній, варіюються як за обсягом, так і за методами. Методи варіюються від емпіричних оцінок до якісних методів з різними функціональними формами. Найпростішим і найрозповсюдженішим засобом опису економічних можливостей авіакомпанії та структури її витрат є функція витрат.

Під час побудови функції витрат складнощі найчастіше виникають з вибором аналітичного виразу зв'язку з метою адекватної оцінки міри впливу на досліджуваний результативний показник кожного із введених у модель факторів. Постає проблема в знаходженні виду функції, яка краще за інші відображала б реальні зв'язки між досліджуваним показником і факторами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Властивості функції витрат розглядали декілька авторів, але найбільш систематичне дослідження можна знайти в працях Шепарда, опублікованих у 1953 та 1970 рр. [1]. Всебічне дослідження також подано в роботах Деверта і Рея [2]. Вони показали, що структуру витрат підприємства найкращим чином відображає транслогарифмічна функція витрат. Транслогарифмічні функції витрат фактично є класом гнучких функціональних форм.

Постановка завдання

В попередніх дослідженнях функцію витрат авіакомпанії зображували у лінійній або логарифмічній формі, які не враховували динаміку змін цін на ресурси. Тому постає необхідність використання більш «гнучких» функцій витрат.

Основний матеріал дослідження

Першим, найвідомішим варіантом виробничої функції була функція Кобба-Дугласа, розроблена на основі досліджень в обробній промисловості США економістом П. Дугласом спільно з математиком Ч. Коббом у 1928 році. В 1942 р. нідерландський економіст Я. Тімберген ввів у цю функцію динамічний коефіцієнт e^{rt}, параметр r якого назвав «показником технічного прогресу»[3, с. 66]:

$$F = AK^{\alpha} L^{\beta} e^{rt}, \tag{1}$$

де F — обсяг продукції (послуг); A — статистичний параметр функції; K — величина виробничого капіталу; L — затрати праці; α і β — показники еластичності випуску продукції по затратах капіталу і праці відповідно; e — основа натуральних логарифмів; r — фактор якісних змін у використанні ресурсів; t — час.

Популярність функції (1) серед економетриків можна пояснити такими її перевагами як нелінійність, динамічність і простота у застосуванні. Проте вона передбачає жорсткі обмеження, такі як ідеальне заміщення між факторами виробництва та досконалу конкуренцію на ринку факторів виробництва.

Розробка інших, «досконаліших», функціональних форм пов'язана зі спробою подолати низку обмежень виробничих функцій Кобба-Дугласа і CES. Проте парадокс полягає в тому, що, звільняючись від жорстких передумов, накладених на властивості цих функцій, дослідники вимушені накладати набагато жорсткіші і менш реалістичні обмеження на умови виробництва, щоб оцінити параметри нових функціональних залежностей.

В цілому, можна розділити всю сукупність подальших модифікацій виробничих функцій на дві групи. Функції першої групи виходять з припущення про досконалу конкуренцію на ринках чинників виробництва, а функції другої групи спираються на властивості двоїстої теорії, що припускає, крім можливості побудови виробничих функцій, ще й можливість побудови функцій витрат.

Результатом розвитку двоїстої теорії була розробка гнучких функціональних форм функції витрат більш, ніж двох змінних. Едвін Дайверт в 1971 р. вирішив проблему розробки гнучких функціональних форм, які були б менш обмежені, ніж функції Кобба-Дугласа і CES [4]. Він використав дві властивості двоїстої теорії. Першою була двоїста теорема Шепарда, яка стверджує, що технологія може бути рівноцінно представлена виробничою функцією, що задовольняє певну умову неперервності, або функцією витрат, яка задовольняє другий набір умов неперервності. По-друге, Дайверт використав лему, відому як лема Шепарда, а саме: якщо функція витрат хоча б один раз диференційована за цінами на ресурси, то функція попиту на конкретний ресурс дорівнює першій похідній функції витрат за ціною цього ресурсу. Щоб отримати функції попиту на ресурси, можна взяти довільну функцію витрат, яку можна продиференціювати і яка задовольняє умовам неперервності, і потім застосувати лему Шепарда безпосередньо.

Майже одночасно з роботою Дайверта була запропонована друга гнучка функціональна форма — транслогарифмічна.

Найпершою формою запису транслогарифмічної виробничої функції можна вважати функцію, яку запропонував в 1967 році Дж. Кмент для оцінки виробничої функції CES за допомогою рядів Тейлора другого порядку, коли еластичність заміщення дуже близька до одиничного значення, як і у випадку Кобба-Дугласа. Вищезазначена виробнича функція має вигляд [4]

$$\ln Y = \ln A_3 + \alpha_3 \ln K + \beta_3 \ln L + \chi_3 \ln^2 \left(K/L \right), \tag{2}$$

де Y — вихід (валовий внутрішній продукт); K — основний капітал; L — чисельність зайнятого населення; A_3, α_3, β_3, γ_3 — параметри, які необхідно оцінити.

Друга форма виробничої функції була визначена за умов ослаблення обмежень на параметри у функції Кмента, для того щоб перевірити гомотетичність припущення, і записана як

$$\ln Y = \ln A_{KL} + \alpha_K \ln K + \alpha_L \ln L + \beta_{K^2} \ln^2 K + \beta_{L^2} \ln^2 L + \beta_{KL} \ln K \ln L. \tag{3}$$

Та сама виробнича функція була використана Саргантом в 1971 р. і названа логквадратичною. Термін «транслогарифмічна виробнича функція» (абревіатура від «трансцендентної логарифмічною виробничої функції») запропонований Крістіансеном, Йоргенсеном і Лау у двох статтях, опублікованих в 1971 і 1973 роках [4]. Вони розглядали проблеми сильної адитивності і однорідності функції Кобба-Дугласа і CES та їх наслідки для виробничих обмежень. Узагальнена форма виробничої транслогарифмічної функції, яка враховує кількість входів N (фактори виробництва), може бути записана як:

$$\ln Y = \ln A_{\alpha_i \beta_{ij}} + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \ln X_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} \cdot \ln X_i \cdot \ln X_j . \quad (4)$$

Враховуючи переваги транслогарифмічної функції (4), її стали застосовувати для побудови функції витрат, взявши за результативний показник витрати, а за факторні ознаки — ціни на фактори, які впливають на ці витрати. Також в якості незалежної змінної у модель вводиться обсяг виготовленої продукції або наданих послуг.

Транслогарифмічна функція витрат авіакомпанії може бути представлена функцією витрат

$$\begin{aligned}\ln VC_{it} &= \beta_0 + \beta_q \left(\ln q_{it} - \ln \overline{q}_i\right) + \beta_k \left(\ln k_{it} - \ln \overline{k}_i\right) + \beta_\tau \left(\ln \tau_{it} - \ln \overline{\tau}_i\right) + \\ &+ \sum_{j=1}^{J} \beta_j \left(\ln p_{itj} - \ln \overline{p}_{ij}\right) + \frac{1}{2}\beta_{qq}\left(\ln q_{it} - \ln \overline{q}_i\right)^2 + \frac{1}{2}\beta_{kk}\left(\ln k_{it} - \ln \overline{k}_i\right)^2 + \\ &+ \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{J} \beta_{jm}\left(\ln p_{itj} - \ln \overline{p}_{ij}\right)\left(\ln p_{itm} - \ln \overline{p}_{im}\right) + \sum_{j=1}^{J} \beta_{jq}\left(\ln p_{itj} - \ln \overline{p}_{ij}\right)\left(\ln q_{it} - \ln \overline{q}_i\right) + \\ &+ \sum_{j=1}^{J} \beta_{jk}\left(\ln p_{itj} - \ln \overline{p}_{ij}\right)\left(\ln k_{it} - \ln \overline{k}_i\right) + \beta_{qk}\left(\ln q_{it} - \ln \overline{q}_i\right)\left(\ln k_{it} - \ln k_i\right),\end{aligned} \quad (5)$$

де VC — змінні витрати авіакомпанії; p_{itj} — ціна i-го фактора; q_{jt} — обсяг наданих послуг j-го виду; τ_{it} — технологічні умови; $\beta_0, \beta_q, \beta_k, \beta_\tau, \beta_j, \beta_{qq}, \beta_{kk}, \beta_{jm}, \beta_{jq}, \beta_{jk}, \beta_{qk}$ — параметри, які необхідно оцінити.

Під час побудови функції витрат передбачається, що транслогарифмічна функція витрат:

а) зростаюча функція;

б) однорідна першого ступеня відносно цін на фактори виробництва;

в) увігнута функція, тобто повинні виконуватись такі умови:

$$\sum_{j=1}^{J} \beta_j = 1; \ \ \sum_{m=1}^{J} \beta_{jm} = \sum_{j=1}^{J} \beta_{jm} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{m=1}^{J} \beta_{jm} = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{J} \beta_{jq} = 0; \ \sum_{j=1}^{J} \beta_{jm} = 0; \ \sum_{j=1}^{J} \beta_{j\tau} = 0.$$

Така модель передбачає взаємозалежність між змінними. Встановлюючи умови симетрії, модель передбачає, що ці коефіцієнти є однаковими, незалежно від порядку взаємодії змінних, $\beta_{ij} = \beta_{ji}$. Умова симетрії може бути накладена, використовуючи теорему Юнга, яка стверджує, що $\dfrac{\partial F(p_1 p_2)}{\partial p_1 \partial p_2} = \dfrac{\partial F(p_1 p_2)}{\partial p_2 \partial p_1}$.

Транслогарифмічна функція має проблему зі ступенями свободи. З форми запису (5) видно, що включення додаткової змінної приводить до різкого збільшення кількості параметрів. Розглянемо функцію з m-входами і n-виходами; нам необхідно оцінити $1/2(m+n)(3+m+n)$ параметрів [5]. Наприклад, якщо модель має 5 входів і 1 вихід, то нам необхідно оцінити 27 параметрів і константу. Включивши в модель ще одну додаткову зміну, модель матиме 35 параметрів, які необхідно буде оцінити. Через це значне зростання параметрів виникає потреба у великій за обсягом базі даних. Для багатьох досліджень використання транслогарифмічної функції може виявитися неможливим через недостатню кількість даних.

Щоб вирішити проблему, пов'язану зі ступенями свободи і, важливішу — підвищення ефективності оцінки моделі, більшість досліджень, в яких використовується транслогарифмічна функція витрат, використовують ще й рівняння частки витрат кожного з факторів. Використовуючи транслогарифмічну функцію витрат і властивість леми Шепарда, можна отримати рівняння частки витрат цін на фактори. Лема Шепарда — властивість, яка показує, що «умовний попит на фактори може бути отриманий з функції витрат шляхом диференціювання функції за цінами на відповідні фактори» [5, с. 45]:

$$S_i = \beta_i + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{J}\beta_{ij}\left(\ln p_{ijt} - \ln \overline{p}_{ij}\right) + \beta_{iq}\left(\ln q_{it} - \ln \overline{q}_i\right) + \beta_{ik}\left(\ln k_{it} - \ln \overline{k_i}\right). \quad (6)$$

Повна подвійна система забезпечує більшу ефективність і вирішує значну частину проблеми, пов’язану зі значним обсягом даних, на відміну від використання лише однієї транслогарифмічної функції витрат без рівнянь частки витрат.

Отримавши оцінки коефіцієнтів функції частки витрат факторів за допомогою методу найменших квадратів, можна оцінити показники економії від розміру та щільності мережі авіакомпанії.

Майже кожне дослідження функції витрат транспортної галузі за кордоном розглядає як розмір і щільність системи впливає на витрати, однак результати та методики істотно відрізняються. Більшість досліджень намагаються визначити вплив розміру та щільності системи на витрати та встановити, чи є цей вплив статистично значущим. Більшість досліджень показали, що щільність системи має важливе значення у зниженні загальних витрат.

Економія від розміру і щільності — два найбільш загальних показника, які розглядаються разом з функцією витрат авіакомпанії. Економію від розміру системи визначають як збільшення випуску продукції за рахунок збільшення розміру самої системи, що спричинило меншу відсоткову зміну у повних витратах (менш, ніж пропорційне збільшення в загальних витратах).

Економія від розміру існує тоді, коли збільшення в розмірі мережі маршрутів призводить до зниження середніх витрат авіакомпанії. Економія щільності включає збільшення інтенсивності перевезення, при цьому розмір мережі маршрутів авіакомпанії залишається незмінним.

Щоб визначити, чи існує на ринку авіаційних перевезень економія від масштабу мережі, використовується показник еластичності витрат щодо розміру мережі. Еластичність витрат щодо розміру мережі може бути визначена як відсоткова зміна у загальних витратах стосовно відсоткової зміни довжини маршрутів, і як результат збільшення середньої довжини маршрутів і річного обсягу перевезених пасажирів.

$$\frac{\partial \mathrm{TC}}{\partial \mathrm{MR}} = \frac{\partial \mathrm{TC}}{\partial \mathrm{RTM}} + \frac{\partial \mathrm{TC}}{\partial \mathrm{ALH}}, \quad (7)$$

де TC — загальні витрати; MR — довжина маршрутів; RTM — річний обсяг перевезених пасажирів або вантажу; ALH — середня довжина маршрутів.

Якщо еластичність (7) дорівнює одиниці, то маємо постійну віддачу від розміру мережі; якщо еластичність (7) менша за одиницю, то спостерігається зростаюча віддача від розміру мережі; якщо еластичність більша за одиницю — спадна віддача від розміру мережі.

Економія від щільності визначається як збільшення в обсягах виробництва, що приводить до менш, ніж пропорційного збільшення у загальних витратах. Економія від щільності може бути визначена як відношення зміни загальних витрат до зміни обсягу наданих послуг, при цьому розмір мережі і довжина маршрутів залишаються незмінними.

Якщо еластичність витрат щодо щільності мережі $\frac{\partial \mathrm{TC}}{\partial \mathrm{RTM}}$ дорівнює одиниці, то є постійна віддача від щільності мережі, коли менша за одиницю — зростаюча віддача, а якщо еластичність більша за одиницю — спадна віддача від щільності мережі.

Альтернативний спосіб розрахувати еластичність — оцінити економію від розміру і щільності мережі безпосередньо, тобто це буде обернений до розглянутого вище способу.

Висновки

Транслогарифмічна функція витрат належить до «гнучких» методів аналізу ефективності функціонування авіакомпанії, який має низку переваг порівняно зі сталими традиційними методами аналізу, такими як аналіз показників функціонування та методами регресійного аналізу. Концепція транслогарифмічної функції дозволяє перейти від лінійної залежності між вихідним показником (витратами) та факторами, що на нього впливають, до нелінійної. Завдяки своїм властивостям, транслогарифмічна функції може бути використана для оцінки еластичності заміщення, вимірювання загальної динаміки продуктивності факторів, економії від розміру та щільності системи. Транслогарифмічна функція навіть дозволяє проводити тестування з кількома виходами. Цей спосіб оцінки функціонування може бути корисний менеджерам для планування і контролю діяльності авіакомпанії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Varian R. Microeconomic Analysis / R. Varian. — New York : W. W. Norton & Company, 2011. — 1024 p.
2. Ray S. C. A Translog Cost Function Analysis of U. S. Agriculture / S. C. Ray // American Journal Agricultural Economics. — 1982. — № 62. — P. 490—498.
3. Geoffrey A. Advanced Microeconomic Theory / Jehle, A. Geoffrey. — Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1991. — 567 p.
4. Douglas W. Flexible Cost Functions for Multiproduct Firms / W. Douglas, W. Christensen // Review of Economics and Statistics, 1980. — № 62. — P. 477—481.
5. Borts H. The Estimation of Rail Cost Functions / H. Borts // Econometerica : Journal of the Econometric. — 1960. — № 28. — P. 108—131.

Рекомендована кафедрою менеджменту та моделювання в економіці ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 16.12.2013

Марусич Оксана Володимирівна — аспірантка, асистент кафедри економічної кібернетики, e-mail: phenny@rambler.ru;
Коновалюк Валентина Станіславівна — канд. фіз-мат. наук, доцент кафедри вищої математики;
Національний авіаційний університет, Київ

O. V. Marusych[1]
V. S. Konovaliuk[1]

Theoretical fundamentals of transcendental logarithmic cost function for airline

[1]National Aviation University, Kyiv

The problems of construction of function of expenses of airline are investigated in the article. Basic properties and limitations of the use of this function of expenses are investigated. It is shown, how translogarithmic function can be used for the estimation of elasticity of substitution, measuring of general dynamics of the productivity of factors, economy of size and closeness of network of airline.

Keywords: translogarithmic cost function, linear homogeneity, continuity, elasticity of substitution, economy of size, economy of density, cost share equations

Marusych Oksana V. — Post-Graduate Student, Assistant of the Chair of Economic Cybernetics; e-mail: phenny@rambler.ru;
Konovaliuk Valentina S. — Cand. Sc. (Fiz-Mat.), Assistant professor of the Chair of Higher Mathematic

О. В. Марусич[1]
В. С. Коновалюк[1]

Теоретические основы построения транслогарифмической функции издержек авиакомпании

[1]Национальный авиационный университет, Киев

Исследованы проблемы построения функции издержек авиакомпании. Исследованы основные свойства и ограничения использования данной функции затрат. Показано, как транслогарифмическая функция может быть использована для оценки эластичности замещения, измерения общей динамики производительности факторов, экономии размера и плотности сети авиакомпании.

Ключевые слова: транслогарифмическая функция издержек, однородность, непрерывность, эластичность замещения, экономия размера, экономия плотности, функции доли расходов

Марусич Оксана Владимировна — аспірант, ассистент кафедры экономической кибернетики, e-mail: phenny@rambler.ru;
Коновалюк Валентина Станиславовна — канд. фіз-мат. наук, доцент кафедры высшей математики