ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

УДК 681.5.015:007

Г. Б. Ракитянська[1]

ГЕНЕРУВАННЯ ПРАВИЛ ЯКЩО–ТО НА ОСНОВІ РІВНЯНЬ НЕЧІТКИХ ВІДНОШЕНЬ І ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

[1]Вінницький національний технічний університет

Запропоновано підхід до генерування правил ЯКЩО–ТО на основі розв'язання рівнянь нечітких відношень, що дозволяє уникнути селекції правил із множини правил-кандидатів. Система правил ЯКЩО–ТО розглядається як множина лінгвістичних розв'язків рівнянь нечітких відношень, отримана шляхом переходу до сполученої системи нечітких термів. Розв'язання рівнянь нечітких відношень за допомогою генетичного алгоритму забезпечує оптимальну кількість нечітких правил для кожного вихідного терму і оптимальну геометрію вхідних термів для кожного лінгвістичного розв'язку.

Ключові слова: нечіткі відношення, генерування нечітких правил, налаштування структури правил, розв'язання рівнянь нечітких відношень.

Вступ

Сучасні генетичні системи здобування нечітких правил із експериментальних даних побудовані на основі селекції правил із множини правил-кандидатів [1, 2]. Метою селекції правил є пониження складності системи шляхом видалення неефективних і надлишкових правил і підвищення точності виведення шляхом вибору альтернативних правил. На сьогодні немає єдиного методичного стандарту для налаштування структури правил. Генетичні системи здійснюють селекцію за допомогою мір оцінювання, які визначають степінь значущості правил-кандидатів у покритті навчальної вибірки та виникненні помилок класифікації. Вагові коефіцієнти [1, 2] або міри подібності [3, 4] використовуються для генерування правил-кандидатів і вибору альтернативних правил. Багатоцільові генетичні алгоритми використовують ці критерії для побудови функції відповідності з метою автоматичного проектування точних і компактних баз правил.

У статті пропонується підхід до генерування правил на основі формалізації причинно-наслідкових зв'язків у термінах рівнянь нечітких відношень [5—7]. Система правил ЯКЩО–ТО може бути перетворена до множини лінгвістичних розв'язків рівнянь нечітких відношень шляхом переходу до сполученої системи нечітких термів [8], де міри значимостей нечітких термів причин і наслідків (*підвищення, падіння*) описуються нечіткими квантифікаторами (*значне підвищення, суттєве падіння*) [9, 10]. Такий перехід дозволяє з'єднати причини і наслідки нечіткими відношеннями, а міри значимостей причин і наслідків — нечіткими правилами, які є якісними розв'язками рівнянь нечітких відношень для заданих класів виходу [9]. В цьому випадку задача здобування правил зводиться до розв'язання рівнянь нечітких відношень, що дозволяє уникнути процедури селекції альтернативних правил. Розв'язання рівнянь нечітких відношень за допомогою генетичного алгоритму забезпечує оптимальну кількість нечітких правил для кожного вихідного терму і оптимальну геометрію вхідних термів для кожного лінгвістичного розв'язку. Умовою отримання оптимальної структури правил є здобування повних розв'язків системи рівнянь на відміну від вибіркових експертних розв'язків, які розглядались в [10].

Метою роботи є розроблення методу генерування сполучених баз знань на основі послідовного налаштування структури і параметрів нечітких відношень і правил, що дозволяє понизити складність задачі здобування знань із експериментальних даних. Для ідентифікації структури правил адаптований генетичний алгоритм розв'язання багатовимірних рівнянь нечітких відношень [11].

Апроксимація нечіткими правилами і відношеннями

Розглядається об'єкт виду

$$y = f(\mathbf{X}) \tag{1}$$

з n входами $\mathbf{X} = (x_1, ..., x_n)$ і одним виходом y, для якого є відомими:

— інтервал змінення входів і виходу $x_i \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$, $i = \overline{1,n}$; $y \in [\underline{y}, \overline{y}]$;

— класи рішень E_J $(J = \overline{1,M})$ і d_j $(j = \overline{1,m})$ для відношень і правил:

$$[\underline{y}, \overline{y}] = \underbrace{[\underline{y}, \underline{y}_1^R)}_{E_1} \cup \ldots \underbrace{[\underline{y}_{J-1}^R, \underline{y}_J^R)}_{E_J} \cup \ldots \underbrace{[\underline{y}_{M-1}^R, \overline{y}]}_{E_M};$$

$$[\underline{y}, \overline{y}] = \underbrace{[\underline{y}, \underline{y}_1^r)}_{d_1} \cup \ldots \underbrace{[\underline{y}_{j-1}^r, \underline{y}_j^r)}_{d_j} \cup \ldots \underbrace{[\underline{y}_{m-1}^r, \overline{y}]}_{d_m};$$

— навчальна вибірка у вигляді L пар «входи—вихід» $\langle \hat{\mathbf{X}}_s, \hat{y}_s \rangle$, $s = \overline{1,L}$, де $\hat{\mathbf{X}}_s = (\hat{x}_1^s, ..., \hat{x}_n^s)$ і $\hat{y}_s$ — вектор значень вхідних і значення вихідної змінної в експерименті з номером s.

Необхідно синтезувати знання про об'єкт (1) у вигляді сполученої нечіткої бази знань

$$\bigcup_{p=\overline{1,z_j}} \left[\bigcap_{i=\overline{1,n}} \left\{ \bigcup_{l=\overline{1,k_i}} \left(x_i = c_{il} \cap \mu^{c_{il}} = \alpha_{il}^{jp} \right) \right\} \right] \to y = d_j, \quad j = \overline{1,m}, \tag{2}$$

де c_{il} — нечіткий терм причини, який описує змінну x_i, $i = \overline{1,n}$, $l = \overline{1,k_i}$; $\mu^{c_{il}}$ — міра значимості терму c_{il}; α_{il}^{jp} — нечіткий квантифікатор, який описує міру значимості $\mu^{c_{il}}$ в правилі з номером $p = \overline{1,z_j}$; z_j — кількість правил у класі d_j, $j = \overline{1,m}$.

Сполучена база знань (2) може бути представлена у вигляді двох баз знань для відношень і правил-розв'язків рівнянь нечітких відношень.

Система матриць нечітких відношень $\mathbf{R}_i \subseteq c_{il} \times E_J = [r_{il}^J, i = \overline{1,n}, l = \overline{1,k_i}, J = \overline{1,M}]$ зв'язує нечіткі терми причин і наслідків

$$\bigcap_{i=\overline{1,n}} \left\{ \bigcup_{l=\overline{1,k_i}} \left(x_i = c_{il} \text{ з вагою } r_{il}^J \right) \right\} \to y = E_J, \ J = \overline{1,M}. \tag{3}$$

Система нечітких правил зв'язує нечіткі терми мір значимостей причин і наслідків:

$$\bigcup_{p=\overline{1,z_j}} \left[\bigcap_{i=\overline{1,n}} \left\{ \bigcup_{l=\overline{1,k_i}} \left(\mu^{c_{il}}(x_i) = \alpha_{il}^{jp} \right) \right\} \right] \to \mu^{D_j}(y) = \delta_j, \ j = \overline{1,m}, \tag{4}$$

де D_j — нечіткий терм наслідку, який описує змінну y в класі d_j, $D_j \in \{E_1, ..., E_M\}$; μ^{D_j} — міра значимості терму D_j; δ_j — нечіткий квантифікатор, який описує міру значимості μ^{D_j}.

Згідно з [11], лінгвістична інтерпретація розв'язків (4) передбачає перехід від термів α_{il}^{jp}, що описують міри значимостей $\mu^{c_{il}}$, до термів a_{il}^{jp}, що описують змінні x_i в розв'язку з номером jp. Тоді сполучена база знань (2) еквівалентна лінгвістичним розв'язкам в системі нечітких відношень, які зв'язують сполучені терми входів і виходу об'єкта:

$$\bigcup_{p=\overline{1,z_j}} \left[\bigcap_{i=\overline{1,n}} \left\{ \bigcup_{l=\overline{1,k_i}} \left(x_i = a_{il}^{jp} \right) \right\} \right] \to y = d_j, \ j = \overline{1,m}, \tag{5}$$

де $a_{il}^{jp} = (c_{il}, \alpha_{il}^{jp})$ — сполучений терм, що описує змінну x_i, $i = \overline{1,n}$, $l = \overline{1,k_i}$, в правилі з номером jp.

За наявності матриць $\mathbf{R}_i$, $i = \overline{1,n}$, залежність «входи—вихід» описується за допомогою розширеного композиційного правила виведення [5]:

$$\boldsymbol{\mu}^{E}(y)=\boldsymbol{\mu}^{A_1}\left(x_1\right)\circ\mathbf{R}_1\bigcap\ldots\bigcap\boldsymbol{\mu}^{A_n}\left(x_n\right)\circ\mathbf{R}_n\,, \tag{6}$$

де $\boldsymbol{\mu}^{A_i}(x_i)=\left(\mu^{c_{i1}},...,\mu^{c_{ik_i}}\right)$ — вектор мір значимостей нечітких термів c_{il}, $i=\overline{1,n}$, $l=\overline{1,k_i}$; $\boldsymbol{\mu}^{E}(y)=\left(\mu^{E_1},...,\mu^{E_M}\right)$ — вектор мір значимостей нечітких термів E_J, $J=\overline{1,M}$.

Нечіткій базі знань (3) відповідають рівняння нечітких відношень, які випливають із (6) і зв'язують функції належності нечітких термів причин і наслідків [11]:

$$\mu^{E_J}(y)=\min_{i=\overline{1,n}}\left\{\max_{l=\overline{1,k_i}}\left[\min\left(\mu^{c_{il}}(x_i),r_{il}^{J}\right)\right]\right\},\ \ J=\overline{1,M}\,. \tag{7}$$

Нечіткій базі знань (4) відповідають нечіткі логічні рівняння, які зв'язують функції належності сполучених термів причин і наслідків у розв'язках системи (7):

$$\mu^{d_j}(y)=\max_{p=\overline{1,z_j}}\left[w_{jp}\cdot\min_{i=\overline{1,n}}\left\{\max_{l=\overline{1,k_i}}\left(\nu_{il}^{jp}\mu^{a_{il}^{jp}}\left(x_i\right)\right)\right\}\right],\ \ j=\overline{1,m}\,, \tag{8}$$

де $\mu^{d_j}(y)$ — функція належності змінної y до сполученого терму $d_j=\left(D_j,\delta_j\right)$, $j=\overline{1,m}$; $\mu^{a_{il}^{jp}}\left(x_i\right)$ — функція належності змінної x_i до сполученого терму $a_{il}^{jp}=\left(c_{il},\alpha_{il}^{jp}\right)$; w_{jp} — вага правила з номером jp; ν_{il}^{jp} — вага терму у розв'язку з номером jp.

Якщо правила (5) є розв'язками системи рівнянь нечітких відношень (7), то для якісних значень входів $x_i=a_{il}^{jp}$ і виходу $y=d_j$ у розв'язку з номером jp виконується співвідношення

$$\mu^{E_J}\left(d_j\right)=\min_{i=\overline{1,n}}\left\{\max_{l=\overline{1,k_i}}\left[\min\left(\mu^{c_{il}}\left(a_{il}^{jp}\right),\ r_{il}^{J}\right)\right]\right\},$$

де $\mu^{E_J}\left(d_j\right)$ і $\mu^{c_{il}}\left(a_{il}^{jp}\right)$ — степені належності значень $x_i=a_{il}^{jp}$ і $y=d_j$ до нечітких термів E_J і c_{il}.

Тоді виникає задача оберненого виведення, яка ставиться таким чином: для відомих класів виходу $y=d_j$, $j=\overline{1,m}$, знайти кількість правил z_j і відновити форми функцій належності входів $x_i=a_{il}^{jp}$ у кожному правилі.

У нечітких логічних рівняннях використовується така функція належності нечіткого терму *T*:

$$\mu^{T}(u)=1\Big/\left(1+\left((u-\beta)/\sigma\right)^2\right), \tag{9}$$

де β — координата максимуму функції; $\mu^{T}\left(\beta\right)=1$; σ — параметр концентрації [7].

Для правил і відношень операція дефазифікації виконується за формулами:

$$y=\sum_{J=1}^{M}\underline{y}_J^{R}\cdot\mu^{E_J}\left(y\right)\Big/\sum_{J=1}^{M}\mu^{E_J}\left(y\right); \tag{10}$$

$$y=\sum_{j=1}^{m}\underline{y}_j^{r}\cdot\mu^{d_j}\left(y\right)\Big/\sum_{j=1}^{m}\mu^{d_j}\left(y\right), \tag{11}$$

де $\underline{y}_J^{R}$ і $\underline{y}_j^{r}$ — границі класів рішень E_J і d_j, відповідно [7].

Співвідношення (7)—(11) визначають загальний вид нечіткої моделі об'єкта в системі правил і відношень таким чином:

$$y=f_R\left(\mathbf{X},\,\mathbf{R},\,\mathbf{B}_C,\,\boldsymbol{\Omega}_C,\,\mathbf{B}_E,\,\boldsymbol{\Omega}_E\right); \tag{12}$$

$$y=f_r\left(\mathbf{X},\,f_R,\,Z,\,q,\,\mathbf{V},\,\mathbf{W},\,\mathbf{B}_a,\,\boldsymbol{\Omega}_a,\,\mathbf{B}_d,\,\boldsymbol{\Omega}_d\right), \tag{13}$$

де $\mathbf{B}_C = \left(\beta^{C_1}, ..., \beta^{C_N}\right)$ і $\mathbf{\Omega}_C = \left(\sigma^{C_1}, ..., \sigma^{C_N}\right)$ — вектори параметрів функцій належності нечітких термів C_I, $I = \overline{1, N}$; $\mathbf{B}_E = \left(\beta^{E_1}, ..., \beta^{E_M}\right)$ і $\mathbf{\Omega}_E = \left(\sigma^{E_1}, ..., \sigma^{E_M}\right)$ — вектори параметрів функцій належності нечітких термів E_J, $J = \overline{1, M}$; $\mathbf{W} = \left(w_1, ..., w_Z\right)$ — вектор ваг правил в (5); Z — число правил в базі знань (5); $\mathbf{V} = \left(\nu_1, ..., \nu_q\right)$ — вектор ваг термів в (5); q — число вхідних термів в базі знань (5); $\mathbf{B}_a = \left(\beta^{a_1}, ..., \beta^{a_q}\right)$ і $\mathbf{\Omega}_a = \left(\sigma^{a_1}, ..., \sigma^{a_q}\right)$ — вектори параметрів функцій належності нечітких термів a_k, $k = \overline{1, q}$; $\mathbf{B}_d = \left(\beta^{d_1}, ..., \beta^{d_m}\right)$ і $\mathbf{\Omega}_d = \left(\sigma^{d_1}, ..., \sigma^{d_m}\right)$ — вектори параметрів функцій належності нечітких термів d_j, $j = \overline{1, m}$; F_R і F_r — оператори зв'язку «входи—вихід», що відповідають формулам (7), (9, 10), і формулам (8, 9), (11), відповідно.

Задача здобування нечітких правил

Здобування сполучених баз знань здійснюється у два етапи. На першому етапі розв'язується задача здобування нечітких відношень (12), яка полягає в підборі таких матриць нечітких відношень $\mathbf{R}_i$ і таких векторів параметрів функцій належності $\mathbf{B}_C, \mathbf{\Omega}_C, \mathbf{B}_E, \mathbf{\Omega}_E$, які забезпечують мінімальну відстань між модельним і експериментальним виходами об'єкта [11]:

$$\sum_{s=1}^{L}\left[f_R\left(\hat{\mathbf{X}}_s, \mathbf{R}_i, \mathbf{B}_C, \mathbf{\Omega}_C, \mathbf{B}_E, \mathbf{\Omega}_E\right) - \hat{y}_s\right]^2 = \min_{\mathbf{R}_i,\, \mathbf{B}_C,\, \mathbf{\Omega}_C,\, \mathbf{B}_E,\, \mathbf{\Omega}_E}. \qquad (14)$$

За умови відомих нечітких відношень, на другому етапі розв'язується задача здобування нечітких правил (13), яка полягає в підборі такої кількості правил Z і кількості нечітких термів вхідних змінних q, а також таких векторів ваг правил $\mathbf{W}$, вектору ваг термів $\mathbf{V}$ та векторів параметрів функцій належності $\mathbf{B}_a, \mathbf{\Omega}_a$, $\mathbf{B}_d, \mathbf{\Omega}_d$, які забезпечують мінімальну відстань між модельним і експериментальним виходами об'єкта:

$$\sum_{s=1}^{L}\left[f_r\left(\hat{\mathbf{X}}_s, f_R, Z, q, \mathbf{W}, \mathbf{V}, \mathbf{B}_a, \mathbf{\Omega}_a, \mathbf{B}_d, \mathbf{\Omega}_d\right) - \hat{y}_s\right]^2 = \min_{Z,\, q,\, \mathbf{W},\, \mathbf{V},\, \mathbf{B}_a,\, \mathbf{\Omega}_a,\, \mathbf{B}_d,\, \mathbf{\Omega}_d}. \qquad (15)$$

Здобування лінгвістичних розв'язків системи рівнянь нечітких відношень

Елементами розв'язків (4) рівнянь нечітких відношень (7) є значення вхідних змінних x_i, $i = \overline{1, n}$, для яких $\mu^{c_{il}}\left(x_i\right) = \alpha_{il}^{jp}$, $p = \overline{1, z_j}$. Ці значення інтерпретуються як координати максимуму функцій належності нечітких термів a_{il}^{jp}, що описують змінну x_i в правилі jp, $p = \overline{1, z_j}$, бази знань (5), де значенню виходу $y = d_j$, $j = \overline{1, m}$, відповідає z_j лінгвістичних розв'язків системи (7).

Нехай $\mathbf{B}_j = \left(\beta_1^j, ..., \beta_N^j\right) = \left(\beta_{11}^j, ..., \beta_{1k_1}^j, ..., \beta_{n1}^j, ..., \beta_{nk_n}^j\right)$ — вектор координат максимуму функцій належності нечітких термів у правилі в класі $y = d_j$, $j = \overline{1, m}$. Слідуючи підходу [7, 11], задача розв'язання рівнянь нечітких відношень (7) формулюється так. Для кожного значення виходу $y = d_j$, $j = \overline{1, m}$, знайти вектор координат максимуму $\mathbf{B}_j = \left(\beta_1^j, ..., \beta_N^j\right)$, $j = \overline{1, m}$, який задовольняє обмеження $\beta_{il}^j \in \left[\underline{x}_i, \overline{x}_i\right]$, $i = \overline{1, n}$, і забезпечує мінімальну відстань між лівою і правою частиною кожного рівняння системи (7):

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{J=1}^{M}\left[\mu^{E_J}(d_j) - \min_{i=\overline{1,n}}\left[\max_{l=\overline{1,k_i}}\left(\min\left(\mu^{c_{il}}(\beta_{il}^j), r_{il}^J\right)\right)\right]\right]^2 = \min_{\mathbf{\mu}^C(\mathbf{B}_j)}. \qquad (16)$$

Згідно з [11], для кожного вихідного терму d_j, $j = \overline{1, m}$, система рівнянь (7) має множину розв'язків $S_j\left(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right)$, яка визначається множиною максимальних розв'язків $\overline{S}_j^*\left(\mathbf{R},\boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right) = \left\{\overline{\boldsymbol{\mu}}_C\left(\overline{\mathbf{B}}_{jh}\right),\ h=\overline{1,\overline{z}_j^*}\right\}$ для правил з параметрами $\overline{\mathbf{B}}_{jh}$ і множиною мінімальних розв'язків $\underline{S}_j^*\left(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right) = \left\{\underline{\boldsymbol{\mu}}^C\left(\underline{\mathbf{B}}_{js}\right),\ s=\overline{1,\underline{z}_j^*}\right\}$ для правил з параметрами $\underline{\mathbf{B}}_{js}$. При цьому передбачається, що множина розв'язків $S_j\left(\mathbf{R},\boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right)$ містить спрощені підмножини $\tilde{S}_{jh}\left(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right)$, $h=\overline{1,\overline{z}_j^*}$, кожна з яких визначається єдиним максимальним розв'язком $\overline{\boldsymbol{\mu}}^C\left(\overline{\mathbf{B}}_{jh}\right)\in \overline{S}_j^*\left(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right)$, який визначає верхній опорний вектор і по якому здійснюється злиття значущих термів, і множиною мінімальних розв'язків $\underline{S}_j^*\left(\mathbf{R},\boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right) = \left\{\underline{\boldsymbol{\mu}}^C\left(\underline{\mathbf{B}}_{js}\right),\ s=\overline{1,\underline{z}_j^*}\right\}$, яка визначає множину нижніх опорних векторів і за якою визначаються незначущі терми:

$$S_j\left(\mathbf{R},\boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right)=\bigcup_{\overline{\boldsymbol{\mu}}^C\left(\overline{\mathbf{B}}_{jh}\right)\in\overline{S}_j^*}\ \bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}^C(\underline{\mathbf{B}}_{js})\in\underline{S}_j^*}\left[\underline{\boldsymbol{\mu}}^C\left(\underline{\mathbf{B}}_{js}\right), \overline{\boldsymbol{\mu}}^C\left(\overline{\mathbf{B}}_{jh}\right)\right],\ j=\overline{1,m}. \qquad (17)$$

Тут $\overline{\mathbf{B}}_{jh} = \left(\overline{\beta}_1^{jh},...,\overline{\beta}_N^{jh}\right)$ і $\underline{\mathbf{B}}_{js} = \left(\underline{\beta}_1^{js},...,\underline{\beta}_N^{js}\right)$ — вектори верхніх і нижніх границь координат максимуму β_I^{jp}, де операція об'єднання виконується над усіма $\overline{\boldsymbol{\mu}}^C\left(\overline{\mathbf{B}}_{jh}\right)\in\overline{S}_j^*\left(\mathbf{R},\boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right)$ і $\underline{\boldsymbol{\mu}}^C\left(\underline{\mathbf{B}}_{js}\right)\in\underline{S}_j^*\left(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right)$, тобто кількість правил у класі становить $z_j=\overline{z}_j^*\cdot\underline{z}_j^*$.

Слідуючи [11], формування інтервалів (17) здійснюється шляхом багаторазового розв'язання задачі оптимізації (16) і починається з пошуку її нульових розв'язків $\mathbf{B}_{j0}=\left(\beta_1^{j0},...,\beta_N^{j0}\right)$, $j=\overline{1,m}$. Верхня границя $\left(\overline{\beta}_I^{jh}\right)$ для $h=1$ знаходиться в діапазоні $\left[\beta_I^{j0},1\right]$, а для $h>1$ — в діапазоні $\left[\max\limits_{p=1,s}\underline{\beta}_I^{jp},1\right]$, причому максимальні розв'язки $\overline{\beta}_I^{jp}$, $p<h$, вилучаються із області пошуку. Нижня границя $\left(\underline{\beta}_I^{js}\right)$ для $s=1$ знаходиться в діапазоні $\left[0,\beta_I^{j0}\right]$, а для $s>1$ — в діапазоні $\left[0,\min\limits_{p=1,h}\overline{\beta}_I^{jp}\right]$, причому мінімальні розв'язки $\underline{\beta}_I^{jp}$, $p<s$, вилучаються із області пошуку.

Нехай $\mathbf{B}_j(t)=\left(\beta_1^j(t),...,\beta_N^j(t)\right)$ — розв'язок задачі оптимізації (16) на t-му кроці формування інтервалів, тобто $F\left(\mathbf{B}_j\left(t\right)\right)=F\left(\mathbf{B}_{j0}\right)$, оскільки для всіх $\boldsymbol{\mu}^C\left(\mathbf{B}_j\right)\in S\left(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E\left(d_j\right)\right)$ значення критерію (16) однакове. При пошуку верхніх границь $\left(\overline{\beta}_I^{jh}\right)$ передбачається, що $\beta_I^j(t)\geq\beta_I^j(t-1)$, а шукаючи нижні границі $\left(\underline{\beta}_I^{js}\right)$ передбачається, що $\beta_I^j(t)\leq\beta_I^j(t-1)$.

Встановлення верхніх (нижніх) границь здійснюється за правилом: якщо $\mathbf{B}_j(t)\neq\mathbf{B}_j(t-1)$, то $\overline{\beta}_I^{jh}\left(\underline{\beta}_I^{js}\right) = \beta_I^j(t)$, $I=\overline{1,N}$. Якщо $\mathbf{B}_j(t)=\mathbf{B}_j(t-1)$, то формування інтервального розв'язку $\left[\underline{\mathbf{B}}_{js},\overline{\mathbf{B}}_{jh}\right]$ припиняється. Пошук інтервалів (17) продовжується, поки виконується умова $\overline{\mathbf{B}}_{jh}\neq\overline{\mathbf{B}}_{jp}$, $p<h$, для верхніх границь і $\underline{\mathbf{B}}_{js}\neq\underline{\mathbf{B}}_{jp}$, $p<s$, для нижніх границь.

Для розв'язання задач оптимізації (14)—(16) використовується генетичний алгоритм. Хромосома, яка описує структуру і параметри нечітких відношень, містить коди елементів матриць відношень $\mathbf{R}_i$ і векторів параметрів функцій належності $\mathbf{B}_C$, $\boldsymbol{\Omega}_C$, $\mathbf{B}_E$, $\boldsymbol{\Omega}_E$. Функція відповідності будується на основі критерію (14).

Хромосома, яка описує структуру нечітких правил, містить коди елементів вектора координат максимуму функцій належності $\mathbf{B}_a$. Функція відповідності будується на основі критерію (16).

Хромосома, яка описує параметри нечітких правил, містить коди елементів векторів ваг правил $\mathbf{W}$, ваг термів $\mathbf{V}$ та векторів параметрів концентрації функцій належності $\mathbf{\Omega}_a$. Функція відповідності будується на основі критерію (15).

Комп'ютерний експеримент

Експериментальні дані про об'єкт генерувались моделлю «два входи—один вихід»:

$$y = \left(\left(2z-0,9\right)\left(7z-1\right)\ \left(17z-19\right)\ \left(15z-2\right)\right)\Big/10, \qquad (18)$$

де $z = \left(\left(x_1-3,0\right)^2+\left(x_2-2,5\right)^2\right)\Big/40$. Модель-еталон показана на рис. 1.

Необхідно синтезувати правила і відношення, які описують об'єкт (18) для $M=3$ і $m=5$.

Границі класів $E_1 \div E_3$ і $d_1 \div d_5$ були встановлені таким чином:

$$E_1 \in [0,\ 0{,}5),\quad E_2 \in [0{,}5,\ 1{,}5),\quad E_3 \in [1{,}5,\ 3{,}4];$$

$$d_1 \in [0,\ 0{,}4);\ d_2 \in\ [0{,}4,\ 0{,}6);\ d_3 \in [0{,}6,\ 1{,}3);\ d_4 \in\ [1{,}3,\ 2{,}5);\ \ d_5 \in [2{,}5,\ 3{,}4].$$

Здобуті нечіткі відношення зведені в табл. 1 разом з параметрами функцій належності нечітких термів причин і наслідків, які інтерпретуються так: c_{11} = зниження до 0; c_{12} = наближення до 3,0; c_{13} = підвищення до 6,0 для x_1; c_{21} = зниження до 0; c_{22} = наближення до 3,0 для x_2; E_1 — зниження до 0; E_2 — наближення до 1,0; E_3 — підвищення до 3,5 для y.

Таблиця 1

Матриця нечітких відношень

	ЯКЩО входи	ТО вихід y		
		E_1, (0,02, 0,27)	E_2, (1,10, 0,29)	E_3, (3,40, 0,71)
x_1	c_{11}, (0, 0,71)	0,98	0,92	0,11
	c_{12}, (3,0, 0,92)	0,22	0,44	0,89
	c_{13}, (6,0, 0,70)	0,98	0,92	0,11
x_2	c_{21}, (0, 0,59)	0,29	0,89	0,12
	c_{22}, (3,0, 0,81)	0,96	0,38	0,94

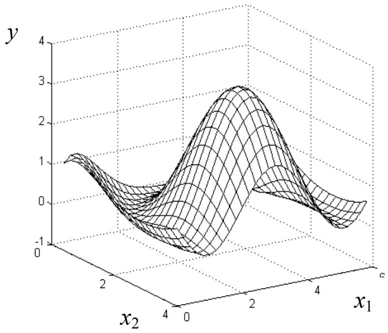


Рис. 1. Модель-генератор

Система рівнянь нечітких відношень для генерування правил-розв'язків має вигляд:

$$\mu^{D_1} = \left[\left(\mu^{c_{11}} \wedge 0{,}98\right) \vee \left(\mu^{c_{12}} \wedge 0{,}22\right) \vee \left(\mu^{c_{13}} \wedge\ 0{,}98\right)\right] \wedge \left[\left(\mu^{c_{21}} \wedge 0{,}29\right) \vee \left(\mu^{c_{22}} \wedge\ 0{,}96\right)\right];$$

$$\mu^{D_2} = \left[\left(\mu^{c_{11}} \wedge 0{,}92\right) \vee \left(\mu^{c_{12}} \wedge 0{,}44\right) \vee \left(\mu^{c_{13}} \wedge 0{,}92\right)\right] \wedge \left[\left(\mu^{c_{21}} \wedge 0{,}89\right) \vee \left(\mu^{c_{22}} \wedge 0{,}30\right)\right];$$

$$\mu^{D_3} = \left[\left(\mu^{c_{11}} \wedge 0{,}11\right) \vee \left(\mu^{c_{12}} \wedge 0{,}91\right) \vee \left(\mu^{c_{13}} \wedge 0{,}11\right)\right] \wedge \left[\left(\mu^{c_{21}} \wedge 0{,}12\right) \vee \left(\mu^{c_{22}} \wedge 0{,}94\right)\right]. \qquad (19)$$

Для кожного класу міри значимостей $\boldsymbol{\mu}^D\left(d_j\right)$ визначались за допомогою функцій належності нечітких термів $E_1 \div E_3$ і $d_1 \div d_5$, параметри яких показані в табл. 1 і 2:

$$\boldsymbol{\mu}^D(d_1) = \left(\mu^{D_1}=0{,}67;\ \mu^{D_2}=0{,}30;\ \mu^{D_3}=0{,}09\right);\ \boldsymbol{\mu}^D\left(d_2\right) = \left(\mu^{D_1}=0{,}40;\ \mu^{D_2}=0{,}38;\ \mu^{D_3}=0{,}10\right);$$

$$\boldsymbol{\mu}^D\left(d_3\right) = \left(\mu^{D_1}=0{,}45;\ \mu^{D_2}=0{,}80;\ \mu^{D_3}=0{,}39\right);\ \boldsymbol{\mu}^D\left(d_4\right) = \left(\mu^{D_1}=0{,}11;\ \mu^{D_2}=0{,}30;\ \mu^{D_3}=0{,}67\right);$$

$$\boldsymbol{\mu}^D\left(d_5\right) = \left(\mu^{D_1}=0{,}14;\ \mu^{D_2}=0{,}30;\ \mu^{D_3}=0{,}90\right).$$

За допомогою генетичного алгоритму були отримані множини розв'язків для β-параметрів правил, поданих в табл. 2. Лінгвістична інтерпретація інтервалів β- параметрів подана в табл. 3.

Таблиця 2

Множина значень β- параметрів правил

	ЯКЩО входи					ТО вихід
	x_1			x_2		y
	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{21}	c_{22}	
1	[0, 0,50] або [0,50, 6,0]	[0, 0,40] або [5,60, 6,0]	[5,50, 6,0] або [0, 5,50]	0,90	[2,43, 3,57]	d_1, (0,35, 0,21)
2	[0, 0,86] або [0,86, 6,0]	0,50 або 5,50	[5,15, 6,0] або [0, 5,15]	0,75	2,00 або 4,00	d_2, (0,52, 0,15)
3	[0, 0,35]	1,85 або 4,15	[5,65, 6,0]	[0, 0,30]	2,10 або 3,90	d_3, (1,27, 0,90)
4		[2,36, 3,64]			[2,43, 3,57]	d_4, (2,46, 0,64)
5		[2,70, 3,30]			[2,73, 3,27]	d_5, (2,82, 0,87)

Таблиця 3

Лінгвістична інтерпретація розв'язків

№ правила	ЯКЩО входи		ТО вихід
	x_1	x_2	y
11 12	нС — вС Н або В	нС вС	d_1
21 22	нС — вС Н або В	Н нС або В	d_2
31 32	Н або В нС або вС	Н В	d_3
41 42	нС або вС С	вС В	d_4
51	С	вС	d_5

Набір правил в табл. 2 відповідає множині розв'язків рівнянь нечітких відношень (19), де нечіткі квантифікатори для утворення сполучених термів асоціюються з інтервалами:

$$S(\mathbf{R}, d_1) = \{\mu^{c_{11}} = 0{,}67;\ \mu^{c_{12}} \in [0,\ 0{,}11];\ \ \mu^{c_{13}} \in [0,\ 0{,}67];\ \mu^{c_{21}} \in [0,\ 0{,}30];\ \mu^{c_{22}} \in [0{,}67,\ 1{,}0]\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{c_{11}} \in [0, 0{,}67];\ \mu^{c_{12}} \in [0, 0{,}11];\ \mu^{c_{13}} = 0{,}67;\ \mu^{c_{21}} \in [0, 0{,}30];\ \mu^{c_{22}} \in [0{,}67,\ 1{,}0]\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{c_{11}} \in [0{,}67, 1{,}0];\ \mu^{c_{12}} \in [0, 0{,}11];\ \mu^{c_{13}} \in [0, 1{,}0];\ \mu^{c_{21}} \in [0, 0{,}30];\ \mu^{c_{22}} = 0{,}67\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{c_{11}} \in [0, 1{,}0];\ \mu^{c_{12}} \in [0, 0{,}11];\ \mu^{c_{13}} \in [0{,}67, 1{,}0];\ \mu^{c_{21}} \in [0, 0{,}30];\ \mu^{c_{22}} \in 0{,}67\};$$

$$S(\mathbf{R}, d_2) = \{\mu^{c_{11}} = 0{,}40;\ \mu^{c_{12}} = 0{,}12;\ \mu^{c_{13}} \in [0, 0{,}40];\ \mu^{c_{21}} = 0{,}38;\ \mu^{c_{22}} \in [0{,}40,\ 1{,}0]\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{c_{11}} \in [0, 0{,}40];\ \mu^{c_{12}} = 0{,}12;\ \mu^{c_{13}} = 0{,}40;\ \mu^{c_{21}} = 0{,}38;\ \mu^{c_{22}} \in [0{,}40,\ 1{,}0]\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{c_{11}} \in [0{,}40, 1{,}0];\ \mu^{c_{12}} = 0{,}12;\ \mu^{c_{13}} \in [0, 1{,}0];\ \mu^{c_{21}} = 0{,}38;\ \mu^{c_{22}} = 0{,}40\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{c_{11}} \in [0, 1{,}0];\ \mu^{c_{12}} = 0{,}12;\ \mu^{c_{13}} \in [0{,}40, 1{,}0];\ \mu^{c_{21}} = 0{,}38;\ \mu^{c_{22}} = 0{,}40\};$$

$$S(\mathbf{R}, d_3) = \{\mu^{c_{11}} = 0{,}80;\ \mu^{c_{12}} = 0{,}39;\ \mu^{c_{13}} \in [0, 0{,}80];\ \mu^{c_{21}} \in [0{,}80, 1{,}0];\ \mu^{c_{22}} = 0{,}45\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{c_{11}} \in [0, 0{,}80];\ \mu^{c_{12}} = 0{,}39;\ \mu^{c_{13}} = 0{,}80;\ \mu^{c_{21}} \in [0{,}80, 1{,}0];\ \mu^{c_{22}} = 0{,}45\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{c_{11}} \in [0{,}80, 1{,}0];\ \mu^{c_{12}} = 0{,}39;\ \mu^{c_{13}} \in [0, 1{,}0];\ \mu^{c_{21}} = 0{,}80;\ \mu^{c_{22}} = 0{,}45\} \cup$$

$$\cup \left\{\mu^{c_{11}} \in [0,\ 1{,}0];\ \mu^{c_{12}} = 0{,}39;\ \mu^{c_{13}} \in [0{,}80,\ 1{,}0];\ \mu^{c_{21}} = 0{,}80;\ \mu^{c_{22}} = 0{,}45\right\};$$

$$S(\mathbf{R},\ d_4) = \left\{\mu^{c_{11}} \in [0,\ 0{,}22];\ \mu^{c_{12}} = 0{,}67;\ \mu^{c_{13}} \in [0,\ 0{,}22];\ \mu^{c_{21}} \in [0,\ 0{,}30];\ \mu^{c_{22}} \in [0{,}67,\ 1{,}0]\right\} \cup$$

$$\cup \left\{\mu^{c_{11}} \in [0,\ 0{,}22];\ \mu^{c_{12}} \in [0{,}67,\ 1{,}0];\ \mu^{c_{13}} \in [0,\ 0{,}22];\ \mu^{c_{21}} \in [0,\ 0{,}30];\ \mu^{c_{22}} = 0{,}67\right\};$$

$$S(\mathbf{R},\ d_5) = \left\{\mu^{c_{11}} \in [0,\ 0{,}22];\ \mu^{c_{12}} = 0{,}90;\ \mu^{c_{13}} \in [0,\ 0{,}22];\ \mu^{c_{21}} \in [0,\ 0{,}30];\ \mu^{c_{22}} \in [0{,}90,\ 1{,}0]\right\} \cup$$

$$\cup \left\{\mu^{c_{11}} \in [0,\ 0{,}22];\ \mu^{c_{12}} \in [0{,}90,\ 1{,}0];\ \mu^{c_{13}} \in [0,\ 0{,}22];\ \mu^{c_{21}} \in [0,\ 0{,}30];\ \mu^{c_{22}} = 0{,}90\right\}, \qquad (20)$$

для яких значення критерію оптимізації (16) становить $F = 0{,}0193$.

Інтервали значень β- параметрів для кожного інтервалу в розв'язках (20) були визначені за допомогою функцій належності нечітких термів $c_{11} \div c_{13}$, c_{21}, c_{22}.

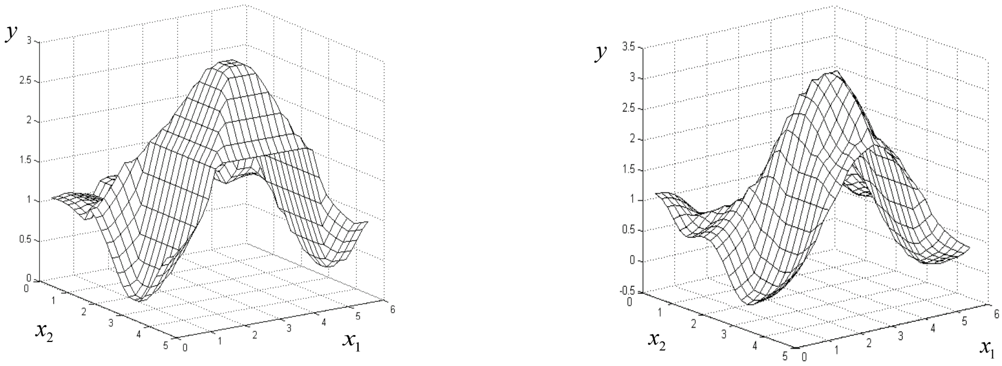
Результати генетичної настройки параметрів отриманого набору правил подані в табл. 4.

Здобуті відношення і правила забезпечують апроксимацію об'єкта, яка показана на рис. 2. Точність виведення для відношень становить на рівні $RMSE = 0{,}6012$. Точність виведення для правил становить на рівні $RMSE = 0{,}3805$ при $Z = 16$.

Таблиця 4

Параметри функцій належності нечітких термів і ваги правил

x_2	x_1				
	Н, (0,30, 0,81)	нС, (2,43, 0,50)	С, (3,00, 0,62)	вС, (3,64, 0,55)	В, (5,70, 0,86)
В, (3,60, 0,49)	d_2 (0,87)	d_3 (0,90)	d_4 (0,96)	d_3 (0,90)	d_2 (0,87)
вС, (3,05, 0,62)	d_1 (0,84)	d_4 (0,96)	d_5 (1,00)	d_4 (0,96)	d_1 (0,84)
нС, (0,88, 0,54)	d_2 (0,87)	d_1 (0,89)			d_2 (0,87)
Н, (0,30, 0,78)	d_3 (0,95)	d_2 (0,90)			d_3 (0,95)



а) б)

Рис. 2. Апроксимація: а — нечіткими відношеннями; б — правилами

Порівняно з роботами [1—4], запропонований метод дозволяє замінити розв'язання задачі оптимізації з $Z(2n+1)$ змінними для двопараметричних функцій належності і ваг (мір подібності) правил на розв'язання послідовності Z задач оптимізації з $2N$ змінними для верхніх і нижніх границь інтервалів. Побудова генератора правил на нечітких відношеннях потребує розв'язання задачі оптимізації з $MN + 2M + 2N$ змінними.

Висновки

Запропоновано підхід, який дозволяє генерувати правила ЯКЩО–ТО шляхом розв'язання рівнянь нечітких відношень для заданих класів виходу, що є альтернативою селекції правил. При цьому кількість правил в класі дорівнює кількості розв'язків, а геометрія термів у правилі визначається інтервалами значень вхідних змінних. Технологія здобування сполучених баз знань включає поетапне налаштування структури і параметрів нечітких відношень і правил. Поетапне використання генетичного алгоритму для розв'язання задач оптимізації дозволило понизити складність задачі здобування правил із експериментальних даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ishibuchi H. Fuzzy rule selection by multi-objective genetic local search algorithms and rule evaluation measures in data mining / H. Ishibuchi, T. Yamamoto // Fuzzy Sets and Systems. — 2004. — Vol. 141(1). — P. 59 — 88. — ISSN: 0165-0114.
2. Multiobjective genetic fuzzy rule selection of single granularity-based fuzzy classification rules and its interaction with the lateral tuning of membership functions / [R. Alcala, Y. Nojima, F. Herrera, H. Ishibuchi] // Soft Computing. — 2011. — Vol. 15 (12). — pp. 2303-2318. — ISSN: 1432-7643.
3. Similarity measures in fuzzy rule base simplification / [M. Setnes, R. Babuska, U. Kaymak, H. R. van Nauta Lemke] // IEEE Transactions on System, Man, Cybernetics. Part B. — 1998. — vol. 28 (3). — Pp. 376—386. — ISSN: 1083-4419.
4. Jin Y. Fuzzy modeling of high-dimensional systems: complexity reduction and interpretability improvement / Y. Jin // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. — 2000. — Vol. 8 (2). — Pp. 212—221. — ISSN 1063-6706.
5. Yager R. Essentials of fuzzy modeling and control / R. Yager, D. Filev. — New York : John Willey & Sons, 1994. — 408 p. — ISBN 0-471-01761-2.
6. Peeva K. Fuzzy relational calculus. Theory, applications and software / K. Peeva, Y. Kyosev. — New York : World Scientific, 2004. — 304 p. — ISBN: 978-981-256-076-6.
7. Rotshtein A. Fuzzy evidence in identification, forecasting and diagnosis / A. Rotshtein, H. Rakytyanska. — Heidelberg : Springer, 2012. — 314 p. — ISBN 978-3-642-25785-8.
8. Zadeh L. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural language / L. Zadeh // Computers and Mathematics with Applications. — 1983. — Vol. 9. — P. 149—184. — ISSN 0898-1221.
9. Ракитянська Г. Б. Ідентифікація нелінійних залежностей нечіткими правилами і відношеннями / Г. Б. Ракитянська // Контроль і управління в складних системах КУСС — 2012 : XI Міжн. наук. конф., 9 — 11 жовтня 2012 р.: тези доп. — Вінниця : ВНТУ, 2012. — С. 255. — ISBN 966-641-187-3.
10. Rotshtein A. Expert rules refinement by solving fuzzy relational equations / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // Human System Interaction HSI — 2013 : VI IEEE Conference, 6 — 8 June, 2013 : Proceedings. — Sopot, Poland, 2013. — Pp. 257—264. — ISBN 978-1-4673-5636-7.
11. Rotshtein A. Fuzzy logic and the least squares method in diagnosis problem solving / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // In: Sarma R.D. (ed) Genetic diagnoses. — New York : Nova Science Publishers, 2011. — Pp. 53—97. — ISBN 978-1-61324-866-9.

Рекомендована кафедрою програмного забезпечення ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 25.02.2014

Ракитянська Ганна Борисівна — канд. техн. наук, доцент, докторант кафедри програмного забезпечення, e-mail: h_rakit@ukr.net.

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

H. B. Rakytianska[1]

IF–THEN rules generation based on fuzzy relational equations and genetic algorithm

[1]Vinnytsa National Technical University

An approach to IF-THEN rules generation by solving fuzzy relational equations, which allows avoiding rules selection from the set of candidate rules, is suggested in this paper. The system of fuzzy rules can be rearranged as a collection of linguistic solutions of fuzzy relational equations using the composite system of fuzzy terms. Resolution of fuzzy relational equations using the genetic algorithm guarantees the optimal number of fuzzy rules for each output fuzzy term and the optimal geometry of input fuzzy terms for each linguistic solution.

Key words: fuzzy relations, fuzzy rules generation, structural tuning of fuzzy rules, solving fuzzy relational equations.

***Rakytianska Hanna B.* —** Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Postdoctoral Student of Soft Ware Design Department, e-mail: h_rakit@ukr.net

А. Б. Ракитянская[1]

Генерация правил ЕСЛИ–ТО на основе уравнений нечетких отношений и генетического алгоритма

[1]Винницкий национальный технический университет

Предложен подход к генерированию правил ЕСЛИ–ТО на основе решения уравнений нечетких отношений, что позволяет избежать селекции правил из множества правил-кандидатов. Система правил ЕСЛИ–ТО рассматривается как множество лингвистических решений уравнений нечетких отношений, полученная путем перехода к составной системе нечетких термов. Решение уравнений нечетких отношений с помощью генетического алгоритма обеспечивает оптимальное число нечетких правил для каждого выходного терма и оптимальную геометрию входных термов для каждого лингвистического решения.

Ключевые слова: нечеткие отношения**,** генерирование нечетких правил, настройка структуры правил, решение уравнений нечетких отношений.

***Ракитянская Анна Борисовна* —** канд. техн. наук, доцент, докторант кафедры программного обеспечения, e-mail: h_rakit@ukr.net