

УДК 621.314

К. Я. Івакіна, асп.

## АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ ВИПРЯМЛЯЧА З ШИРОТНО-ІМПУЛЬСНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

Отримано вирази для регульовальної характеристики і коефіцієнта передачі випрямляча з широтно-імпульсною модуляцією. Показано, що випрямляч з широтно-імпульсною модуляцією має змінний коефіцієнт передачі на кожному тактовому інтервалі широтно-імпульсної модуляції. Запропоновано графоаналітичний метод гармонічного аналізу.

### Вступ

Поліпшення якості електричної енергії на виході потужної системи живлення, що побудована на базі випрямляча, пов'язане з оптимізацією гармонічного складу вихідної напруги. Відомо, що ефективним є застосування для цієї мети спеціальних замкнених систем автоматичного регулювання. Як показано в [1], ефективність таких систем прямо пов'язана зі смугою пропускання випрямляча, що визначається теоремою Котельнікова. Смуга пропускання 6-ти і 12-пульсового тиристорних випрямлячів, які широко застосовуються для побудови потужних стабілізованих систем живлення, в багатьох випадках є недостатньою. Застосування у випрямлячі повністю керованих силових ключів дозволяє замість фазового застосувати широтно-імпульсне регулювання вихідної напруги [2]. Застосування сучасних силових ключів дозволяє реалізувати у випрямлячі з достатньо малими втратами широтно-імпульсну (ШІМ) модуляцію з частотою в декілька кілогерц. Це дозволяє значно розширити його смугу пропускання. Результати досліджень, що наведені в [2], обмежуються лише розглядом основних енергетичних показників таких перетворювачів електричної енергії.

### Матеріали дослідження

Метою роботи є дослідження електромагнітних процесів випрямляча з ШІМ, які необхідні для визначення його статичних і динамічних характеристик. Під час аналізу розглядається мостова схема випрямляча, яка є базовою в процесі побудови випрямлячів підвищеної пульсності.

Вихідна напруга випрямляча з ШІМ (рис. 1) є послідовністю імпульсів тривалістю  $t_u = \gamma \cdot T_2$ .

Зв'язок між періодами дискретності випрямляча і ШІМ визначається виразом

$$T_2 = \frac{T_1}{K_o}, \quad (1)$$

де  $K_o = 1, 2, 3, \dots$

Середнє значення вихідної напруги випрямляча з ШІМ дорівнює

$$U_d = m \cdot U_{dT_1}. \quad (2)$$

В формулі (2) складова  $U_{dT_1}$  являє собою усереднене за період  $T_1$  значення імпульсної послідовності модульованої за амплітудою лінійною напругою  $U_m$  випрямляча. Перейшовши на рис. 1 до кутових координат, отримаємо вираз, що визначає зв'язок між усередненим значенням вихідної напруги випрямляча  $U_d$  і регульованим параметром  $\gamma$  широтно-імпульсного модулятора:

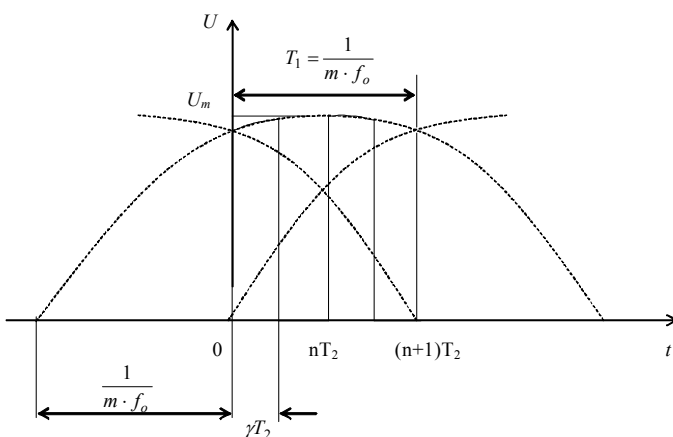


Рис. 1. Вихідна напруга випрямляча з ШІМ:  $T_1$  — період дискретності випрямляча;  $T_2$  — період дискретності ШІМ;  $m$  — пульсність випрямляча;  $f_0$  — частота живильної мережі

$$U_{dT_1} = \frac{U_m}{2 \cdot \pi} \sum_{n=1}^{K_o} \int_{\frac{2\pi}{m} + (n-1) \frac{2\pi}{K_o m}}^{\frac{2\pi}{m} + \gamma \frac{2\pi}{K_o m}} U_m \sin \theta \cdot d\theta = \frac{U_m}{2 \cdot \pi} \sum_{n=1}^{K_o} \left\{ \cos \left[ \frac{2 \cdot \pi}{m} \left( 1 + \frac{n-1}{K_o} \right) \right] - \cos \left[ \frac{2 \cdot \pi}{m} \left( 1 + \frac{n-1}{K_o} + \gamma \frac{2 \cdot \pi}{K_o \cdot m} \right) \right] \right\}. \quad (3)$$

Підставивши (3) в (2) та перейшовши до відносних одиниць і взявши за базову величину середнє значення вихідної напруги випрямляча без ШІМ

$$U_{do} = U_m \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m}, \quad (4)$$

отримаємо вираз для регульовальної характеристики випрямляча з ШІМ:

$$\bar{U}_d = \frac{1}{2 \sin \frac{\pi}{m}} \sum_{n=1}^{K_o} \left\{ \cos \left[ \frac{2 \cdot \pi}{m} \left( 1 + \frac{n-1}{K_o} \right) \right] - \cos \left[ \frac{2 \cdot \pi}{m} \left( 1 + \frac{n-1}{K_o} + \gamma \frac{2 \cdot \pi}{K_o \cdot m} \right) \right] \right\}. \quad (5)$$

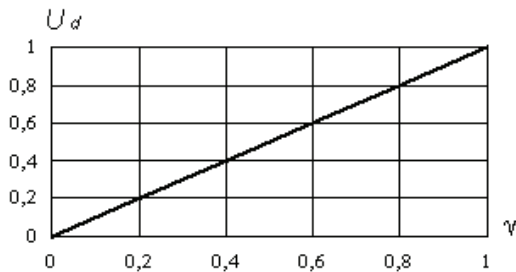


Рис. 2. Регульовальна характеристики для  $m = 6$  і  $K_o = 6$

реальними імпульсами ШІМ. Амплітуда прямокутного імпульсу на  $n$ -му інтервалі визначається згідно з виразом

$$U_{in} \left( \theta_{nT_2} \right) = U_m \cdot \sin \left[ (n-1) \frac{2\pi}{K_o \cdot m} + \gamma \frac{\pi}{K_o \cdot m} + \frac{2\pi}{m} \right]. \quad (6)$$

Виконавши перетворення, аналогічні перетворенням виразу (3), отримаємо вираз, що визначає зв'язок між середнім значенням вихідної напруги випрямляча з регульованим параметром  $\gamma$  ШІМ:

$$\bar{U}_{du} = \frac{\gamma \cdot \pi}{K_o \cdot m \cdot \sin \frac{\pi}{m}} \sum_{n=1}^{K_o} \sin \frac{\pi}{K_o \cdot m} \left[ 2(n-1 + K_o) + \gamma \right]. \quad (7)$$

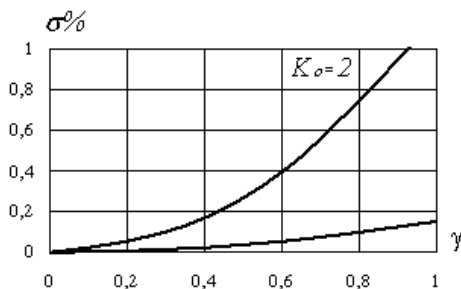


Рис. 3. Відносна похибка апроксимації імпульсної послідовності ШІМ

Вираз (7) так само, як і (5), описує регульовальну характеристику випрямляча з ШІМ.

На рис. 3 наведені графічні залежності, що характеризують відносну похибку апроксимації імпульсної послідовності ШІМ. Як випливає з графіків, максимальної величини похибка досягає для  $K_o = 2$  і не перевищує 1,15%. При цьому слід зазначити, що робочими є частоти ШІМ, якщо  $K_o \geq 6$ . Вираз (7) можна використовувати для визначення статичних характеристик випрямляча. Коефіцієнт передачі випрямляча з ШІМ, що визначається як

$$K_B = \frac{d\bar{U}_{du}}{d\gamma}, \quad (8)$$

дорівнює

$$K_B = \frac{\pi}{K_o m \cdot \sin \frac{\pi}{m}} \sum_{n=1}^{K_o} \left\{ \sin \frac{\pi}{K_o m} [2(n-1+K_o) + \gamma] + \frac{\gamma \pi}{K_o m} \cos \frac{\pi}{K_o m} [2(n-1+K_o) + \gamma] \right\}. \quad (9)$$

Із (9) випливає, що миттєве значення коефіцієнта передачі змінюється на кожному тактовому інтервалі ШІМ. Цю обставину необхідно враховувати в процесі синтезу систем автоматичного регулювання з великою швидкістю.

Комплексну амплітуду  $q$ -ї гармоніки вихідної напруги випрямляча з ШІМ отримаємо розв'язанням імпульсної послідовності з амплітудами (6) в ряд Фур'є:

$$\dot{U}_q = \frac{m}{\pi} \sum_{n=1}^{K_o} \int_{-\gamma \frac{\pi}{K_o m} + \frac{2\pi}{K_o m}(n-1)}^{\gamma \frac{\pi}{K_o m} + \frac{2\pi}{K_o m}(n-1)} U_m e^{-jqK_o \theta} \sin \left\{ \frac{\pi}{K_o m} [2(n-1+K_o) + \gamma] \right\}. \quad (10)$$

Визначивши в (10) інтеграл і підставивши межі інтегрування, отримаємо:

$$\dot{U}_q = \frac{2 \sin q\gamma \frac{\pi}{m}}{qK_o \sin \frac{\pi}{m}} \sum_{n=1}^{K_o} \left\{ \sin \frac{\pi}{K_o m} [2(n-1+K_o) + \gamma] \right\} e^{-jq(n-1) \frac{2\pi}{m}}, \quad (11)$$

де  $q = 1, 2, 3, \dots$

Вираз (11) має наочну графічну інтерпретацію. Якщо побудувати на комплексній площині  $K_o$  променеву зірку, в якій центральні кути між сусідніми променями складають

$$\phi_k = -q \frac{2\pi}{m} (n-1), \quad (12)$$

а на кожному промені відкласти вектори довжиною

$$a_n = \frac{2 \sin q\gamma \frac{\pi}{m}}{qK_o \sin \frac{\pi}{m}} \sin \frac{\pi}{K_o m} [2(n-1+K_o) + \gamma], \quad (13)$$

то геометрична сума всіх  $K_o$  векторів є вектором  $q$ -ї гармоніки.

### Висновки

Запропонована побудова дає можливість наочно оцінити залежність амплітуд гармонік у функції відносної тривалості  $\gamma$ -імпульсів ШІМ. Результати розрахунків гармонік за формулами (11)—(13) збігаються з результатами гармонічного аналізу, виконаного на моделі випрямляча з ШІМ в середовищі Matlab.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛУТЕРАТУРИ

1. Щербак Я. В. Замкнутые системы компенсации неканонических гармоник полупроводниковых преобразователей : моногр. / Я. В. Щербак. — Харьков : ХФИ «Транспорт Украины», 1999. — 255 с.
2. Обратный преобразователь вольтодобавочного типа для тяговых подстанций электрифицированных дорог / [Н. В. Панасенко и др. // Залізничний транспорт України. — 2007. — № 4. — С. 76—80.

Рекомендовано кафедрою електричних станцій та систем

Стаття надійшла до редакції 15.10.2013  
Рекомендована до друку 5.11.2013

**Івакіна Катерина Яківна** – аспірантка кафедри електропостачання міст.  
Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова, Харків