

## СТРАТЕГІЯ, ЗМІСТ ТА НОВІ ТЕХНОЛОГІЇ ПІДГОТОВКИ СПЕЦІАЛІСТІВ З ВИЩОЮ ТЕХНІЧНОЮ ОСВІТОЮ

УДК 159.9.015

Б. І. Мокін, акад. НАПН України, д-р техн. наук, проф.;

О. Б. Мокін, д-р, техн. наук, доц.

### ПІДВИЩЕННЯ СТУПЕНЯ АДЕКВАТНОСТІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ЗАБУВАННЯ ЗНАНЬ

*Показано, що використання кривої забування Г. Еббінгауза як моделі забування знань задає лише математичне очікування стохастичного за своєю природою процесу забування, і підвищено ступінь адекватності цієї моделі шляхом переходу від кривої забування до смуги забування, класифікаційно розбитої на шість областей, кожна з яких характеризує різний рівень динаміки пам'яті у піддослідних.*

#### Постановка задачі і вихідні передумови

З робіт [1, 2] відомо, що будь-які знання, отримані індивідуумом, з часом забуваються у відповідності до кривої забування, побудованої експериментально Г. Еббінгаузом. Графік цієї кривої забування показано на рис. 1 у вигляді лінії 1.

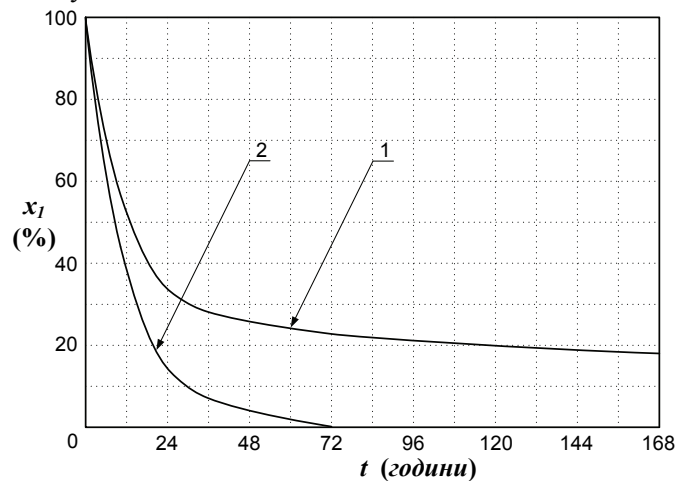


Рис. 1. Тижневі графіки кривої забування за Г. Еббінгаузом (лінія 1) та кривої чистого забування (лінія 2)

В роботі [3] синтезовані математичні моделі процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни у вигляді шести диференціальних рівнянь, складених для різних фаз процесу її вивчення, з яких у роботі [4] для оцінки впливу синергетичної складової моделі було використано лише одне з цих рівнянь:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_1x_2, \quad (1)$$

де  $\alpha_{11}$  — параметр, що характеризує ступінь забування студентом матеріалу навчальної дисципліни, вивченого на занятті в аудиторії з викладачем;  $\alpha_{12}$  — параметр, що характеризує синергетичний вплив одна на одну складових процесу засвоєння студентом навчального матеріалу в аудиторії з викладачем та самостійно;  $x_1$ ,  $x_2$  — фазові координати, що задають у відносних одиницях ступінь засвоєння студентом програми навчальної дисципліни, відповідно, на заняттях в аудиторії з викладачем та самостійно, для яких виконуються умови

$$x_1 = \frac{X_1}{X}; \quad x_2 = \frac{X_2}{X}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 1; \\ x_2 \leq 1; \end{cases} \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1, \quad (4)$$

де  $X$  — це та кількість знань, яку може мати студент, засвоївши протягом визначеного терміну часу  $T$  усі розділи програми певної навчальної дисципліни;  $X_1$  — це така кількість знань з певної навчальної дисципліни, яку студент отримує від викладача під час аудиторних занять;  $X_2$  — це та кількість знань з даної дисципліни, яку студент засвоює, самостійно вивчаючи чи згадуючи певні розділи програми.

У цій же роботі [4] показано, що модель чистого забування знань протягом тижня після прослуховування студентом лекції і засвоєння на ній 100 % викладеного матеріалу матиме вигляд функції

$$x_1^*(t) = 100e^{-0,08013t}, \quad (5)$$

графік якої наведено на рис. 1 (лінія 2), а модель кривої забування за Г. Еббінгаузом, яка враховує синергетичну складову  $\alpha_{12} x_1 x_2$ , матиме вигляд функції

$$x_1^*(t) = 100e^{(-0,08013 + \alpha_{12} x_2)t}, \quad (6)$$

у якій змінна  $x_2$  грає роль параметра, а значення синергетичної складової у показнику — експоненти, тобто  $\alpha_{12} x_2$ , перед наступною лекцією через тиждень, тобто через 168 годин, дорівнює 0,06980, що й забезпечує можливість отримати на кривій забування за Г. Еббінгаузом точку

$$x_1(168) = 18 \%, \quad (7)$$

тобто саме за рахунок такої зваженої відносної кількості знань з теми лекції, обумовленої спонтанною синергетичною складовою, викликаною нецілеспрямованим згадуванням, у пам'яті студента залишається через тиждень після її прослуховування 18 % від тієї кількості знань, які він отримав на цій лекції.

Усі вищевикладені співвідношення і складають вихідні передумови для розв'язання поставленої у заголовку статті задачі.

### Розв'язання задачі

Розв'язання задачі розпочнемо з більш детального розгляду умов, за яких Г. Еббінгаузом була побудована його крива забування, що наведена на рис. 1 (лінія 1).

Ставлячи експерименти, Г. Еббінгауз працював з групою індивідуумів, якій спочатку оголошувалась певна кількість знань, а потім через певні контрольні проміжки часу з'ясувалось, який процент знань від оголошених залишився у пам'яті кожного індивідуума в кожний контрольований момент часу. Цей процент знань усереднювався по усій піддослідній групі в кожний з контрольованих моментів часу, і у такий спосіб протягом тижня визначалась сукупність усереднених точок, об'єднання яких плавною лінією сформувало графік кривої забування.

На підставі вищевикладеного можна стверджувати, що у відповідності до закону великих чисел, з яким можна ознайомитись у будь-якому підручнику з теорії ймовірностей, наприклад, [5], крива забування Г. Еббінгауза представляє собою графік змінної у часі функції математичного очікування стохастичного процесу забування знань групою піддослідних індивідуумів, котрий служить осью ліній цього процесу, утвореного сукупністю стохастичних реалізацій забування знань кожним окремим індивідуумом із цієї групи. Цілком очевидно, що з позицій теорії ймовірностей процент забування знань кожним окремим індивідуумом в контрольований момент часу є випадковою величиною, яка залежить від впливу значної кількості факторів, кожний з яких також проявляється ймовірно.

Такими факторами можуть бути: стан здоров'я індивідуума, його фізична чи розумова втома, недосип, різний індивідуальний рівень стресової стійкості, стан погоди в день проведення досліду, рівень навколишньої температури, рівень шуму в кімнаті, де ставиться дослід, індивідуальне сприйняття гучності та тембру голосу особи, яка виголошує знання, рівень слуху піддослідного, рівень розумового розвитку піддослідного, рівень мовної та асоціативної бази піддослідного —

цей перелік можна продовжити, але навіть уже перерахованого достатньо, аби стверджувати, що згідно з центральною граничною теоремою Лапласа, з якою можна ознайомитись у будь-якому підручнику з теорії ймовірностей, наприклад, [5], випадкова величина, що характеризує процент забування знань індивідумом в кожній контрольній точці на часовій осі, залежить від великої кількості рівнозначно діючих на неї випадкових факторів, а тому підпорядкована нормальному закону розподілу.

Тобто для цієї випадкової величини  $x_1(t_k)$ ,  $k=1, 2, \dots, n$  справедливим є те, що густина її ймовірностей  $f(x_1(t_k))$  підпорядкована закону

$$f(x_1(t_k)) = \frac{1}{\sigma_{x_1(t_k)} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x_1(t_k) - m_{x_1(t_k)}}{\sigma_{x_1(t_k)}} \right)^2}, \quad k=1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

в якому  $m_{x_1(t_k)}$  — усереднене значення (математичне очікування) випадкової величини  $x_1(t_k)$  в контрольний момент часу  $t_k$  (точка на кривій забування Г. Еббінгауза в момент часу  $t_k$ ), а  $\sigma_{x_1(t_k)}$  — середньоквадратичне відхилення випадкових значень  $x_1(t_k)$  від математичного очікування  $m_{x_1(t_k)}$  цієї випадкової величини в даний контрольний момент часу.

У будь-якому навчальному посібнику, що має розділ, присвячений синтезу математичних моделей стохастичних процесів з використанням отриманих експериментально статистичних даних, наприклад, у [6], показано, що в разі нормального розподілу випадкової величини 68,3 % усіх її конкретних значень (у нашому випадку  $x_1(t_k)$ ) потрапляють у діапазон

$$J_{68,3\%} = \left( m_{x_1(t_k)} - \sigma_{x_1(t_k)}, m_{x_1(t_k)} + \sigma_{x_1(t_k)} \right), \quad (9)$$

95,4 % усіх її конкретних значень попадають у діапазон

$$J_{95,4\%} = \left( m_{x_1(t_k)} - 2\sigma_{x_1(t_k)}, m_{x_1(t_k)} + 2\sigma_{x_1(t_k)} \right), \quad (10)$$

а 99,7 %, або 997 із кожної тисячі, тобто практично усі, попадають у діапазон

$$J_{99,7\%} = \left( m_{x_1(t_k)} - 3\sigma_{x_1(t_k)}, m_{x_1(t_k)} + 3\sigma_{x_1(t_k)} \right) — \quad (11)$$

це так зване «правило трьох сигм».

Цілком логічно за нижню границю смуги (11) взяти криву чистого забування (5), графік якої наведено на рис. 1 (лінія 2) і яка в точці з часовою координатою  $t_k = 72$  (години) приходить в нуль.

Оскільки з кривої забування Г. Еббінгауза, графік якої наведено на рис. 1 (лінія 1), для цієї ж часової координати  $t_k = 72$  (години) маємо  $m_{x_1(t_k)} = 24\%$ , то з виразу (11) випливає, що

$$24 - 3\sigma_{x_1(t_k=72)} = 0. \quad (12)$$

У свою чергу з рівняння (12) знаходимо, що середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{x_1(t_k)}$  випадкових значень  $x_1(t_k)$  від математичного очікування  $m_{x_1(t_k)}$  цієї випадкової величини в даний контрольний момент часу  $t_k = 72$  (години) має значення

$$\sigma_{x_1(t_k=72)} = \frac{24}{3} = 8\%. \quad (13)$$

Виходячи з виразів (13) і (10), можна стверджувати, що нижньою границею смуги (10) в момент часу  $t_k = 72$  (години) буде точка з ординатою

$$24 - 2\sigma_{x_1(t_k=72)} = 24 - 16 = 8 \%, \quad (14)$$

а виходячи з виразів (13) і (9), можна стверджувати, що нижньою границею смуги 9 у цей самий момент часу буде точка з ординатою

$$24 - \sigma_{x_1(t_k=72)} = 24 - 8 = 16 \%. \quad (15)$$

За аналогією верхніми границями в момент часу  $t_k = 72$  (години) будуть точки з ординатами:

— для смуги 9 —

$$24 + \sigma_{x_1(t_k=72)} = 24 + 8 = 32 \%; \quad (16)$$

— для смуги 10 —

$$24 + 2\sigma_{x_1(t_k=72)} = 24 + 16 = 40 \%; \quad (17)$$

— для смуги 11 —

$$24 + 3\sigma_{x_1(t_k=72)} = 24 + 24 = 48 \%. \quad (18)$$

Логічно припустити, що граничні лінії смуг (9)—(11), починаючи з точки з абсцисою  $t_k = 72$  (години), пролягають «паралельно» їхній осьовій лінії, якою є крива забування Г. Еббінгауза, і згідно з виразом (7) та виразами (9)—(11) в точці з абсцисою  $t_k = 168$  годин матимуть ординати, відповідно,

$$18 + 3\sigma_{x_1(t_k=168)} = 18 + 24 = 42 \%; \quad (19)$$

$$18 + 2\sigma_{x_1(t_k=168)} = 18 + 16 = 34 \%; \quad (20)$$

$$18 + \sigma_{x_1(t_k=168)} = 18 + 8 = 26 \%; \quad (21)$$

$$18 - \sigma_{x_1(t_k=168)} = 18 - 8 = 10 \%; \quad (22)$$

$$18 - 2\sigma_{x_1(t_k=168)} = 18 - 16 = 2 \%; \quad (23)$$

$$18 - 3\sigma_{x_1(t_k=168)} = 18 - 24 = -6 \%. \quad (24)$$

Що ж до початкових ланок цих граничних ліній для смуг (9)—(11), що пролягли між їхніми точками з абсцисами  $t_k = 0$  та  $t_k = 72$  (години), то вони легко будуються за відомими кривій забування Г. Еббінгауза (лінія 1 на рис. 1) та кривій чистого забування (лінія 2 на рис. 1), різниця між якими для кожного  $t_k < 72$  дорівнює  $3\sigma_{x_1(t_k)}$ , та співвідношеннями (9)—(11).

Покажемо, наприклад, як знайти точки на усіх граничних лініях для  $t_k = 24$  (години). З графіків кривих забування, наведених на рис. 1 для цього контрольного моменту часу, та зі співвідношення (11) маємо:

$$33 - 14 = 3\sigma_{x_1(t_k=24)}, \quad (25)$$

звідки

$$\sigma_{x_1(t_k=24)} = \frac{19}{3} = 6,3 \%. \quad (26)$$

Тож, до 33 — значення ординати на кривій забування Г. Еббінгауза, додаючи 6,3, потім — 12,7, а потім — 19, отримаємо ординати усіх трьох верхніх граничних кривих для цього моменту часу у вигляді числа 39,3, числа 45,7 і числа 52, а від 33 віднімаючи 6,3, а потім — 12,7, отримаємо ординати двох нижніх граничних кривих для цього моменту часу у вигляді числа 26,7 і числа 20,3. Нагадаємо, що ординатою третьої нижньої кривої для цього моменту часу буде ордината кривої чистого забування, від якої ми відштовхуємось, починаючи розрахунки.

Виконуючи аналогічні розрахунки для контрольних моментів часу  $t_k = 12$ ,  $t_k = 36$ ,  $t_k = 48$ ,

$t_k = 60$  і з'єднуючи обчислені ординати точок плавними неперервними лініями з точками, що мають абсцисами  $t_k = 0$  та  $t_k = 72$ , отримуємо усю сукупність граничних ліній, для смуг (9)—(11), позначених на рис. 2 цифрами 2 і 7 для смуги (11), 3 і 6 — для смуги (10) та 4 і 5 — для смуги (9). А цифрою 1 на рис. 2, як і на рис. 1, позначена крива забування Г. Еббінгауза, яка є осью для усіх трьох смуг.

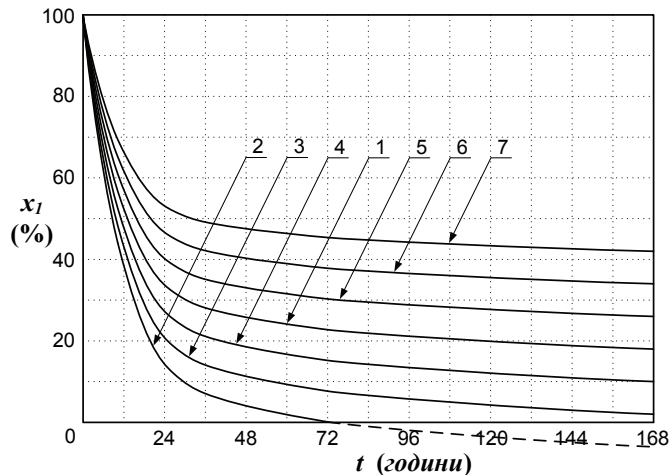


Рис. 2. Тижневі графіки кривої забування за Г. Еббінгаузом (лінія 1), кривої чистого забування (лінія 2), смуги забування, обмеженої лініями 2 і 7, та ліній класифікації рівнів пам'яті, множина яких включає в себе окрім ліній 1, 2, 7 ще й лінії 3—6

Звертаємо увагу на те, що крива чистого забування 2 на рис. 2, починаючи від точки з абсцисою  $t_k = 72$  (години), переходить згідно з рівнянням (24) в область від'ємних значень ординат, що характеризують процес забування знань — ця її гілка на рис. 2 показана штриховою лінією нижче осі часу. У цьому немає нічого нелогічного, оскільки від'ємне забування — це є не що інше як генерація абсурду замість повністю забутої інформації, що лише погіршує ситуацію і переводить забування з розряду пасивних втрат інформації в розряд активної генерації дезінформації.

Очевидно, що чим менше індивідуум забуває, тим вищим є рівень його пам'яті. Тож граничні лінії, визначені нами в смугах забування, можуть виступати як класифікаційні ознаки наявності у цього індивідуума того чи іншого рівня пам'яті, а саме:

— у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить на осьовій лінії 1 смуги забування, тобто на кривій забування за Г. Еббінгаузом, то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має «середній рівень» пам'яті;

— у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить вище лінії 1, але нижче лінії 5 смуги забування, то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має рівень пам'яті, «вищий середнього», причому сама лінія 5 може бути класифікаційною ознакою «доброї» пам'яті;

— у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить вище лінії 5, але нижче лінії 6 смуги забування, то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має рівень пам'яті, «вищий доброго», причому сама лінія 6 може бути класифікаційною ознакою «високого рівня» пам'яті;

— у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить вище лінії 6, але нижче лінії 7 смуги забування, то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має «дуже високий рівень» пам'яті, причому сама лінія 7 може бути класифікаційною ознакою «надзвичайно високого рівня» пам'яті;

— у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить нижче лінії 1, але вище лінії 4 смуги забування, то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має рівень пам'яті, «нижчий середнього», причому сама лінія 4 може бути класифікаційною ознакою «низького рівня» пам'яті;

— у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить нижче лінії 4, але вище лінії 3 смуги забування, то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що

він має «дуже низький рівень» пам'яті, причому сама лінія 3 може бути класифікаційною ознакою «надзвичайно низького рівня» пам'яті;

— у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідумом, лежить нижче лінії 3, але вище лінії 2 смуги забування, то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він «майже немає пам'яті», причому сама лінія 2 може бути класифікаційною ознакою «відсутності» пам'яті.

Зону, нижчу лінії 2 смуги забування, тобто зону дебільності, ми розглядати не будемо, оскільки індивідуми, що до неї належать, бути піддослідними не можуть в принципі.

А щодо зони над лінією 7 смуги забування, то там знаходяться ординати отих трьох індивідумів із кожної тисячі, які згідно з центральною граничною теоремою теорії ймовірностей не попадають у смугу (11) — це особи, що володіють геніальною пам'яттю, а тому можуть, отримавши на лекції від викладача певну кількість знань, протягом тижня усі ці знання пам'ятати у повному чи майже повному обсязі.

### Висновки

1. З використанням закону великих чисел теорії ймовірностей показано, що використання кривої забування Г. Еббінгауза як моделі забування знань, отриманих групою індивідумів, задає лише математичне очікування стохастичного за своєю природою процесу забування.

2. Підвищено ступінь адекватності моделі забування знань індивідумом шляхом переходу від кривої забування до смуги забування, побудованої з використанням центральної граничної теореми теорії ймовірностей.

3. З використанням правила трьох сигм теорії ймовірностей здійснено класифікаційне розбиття смуги забування знань індивідумом на шість областей, кожна із яких характеризує різний рівень динаміки пам'яті у піддослідних.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. М'ясоїд П. А. Загальна психологія : навч. пос. / П. А. М'ясоїд — К. : Вища школа, 1998. — 479 с.
2. Хрестоматія по общей психологии. Психология памяти / под ред. Ю. Б. Гиппенрейтер, В. Я. Романова. — М. : Издательство Московского университета, 1979. — 272 с.
3. Мокін Б. І. Математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині / Б. І. Мокін, А. В. Пислярова, Ю. В. Мокіна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2010. — № 5. — С. 109—112.
4. Мокін Б. І. Дослідження впливу синергетичної складової у математичній моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни / Б. І. Мокін, А. В. Пислярова, О. Б. Мокін // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2013. — № 1. — С. 16—21.
5. Тутубалин В. Н. Теория вероятностей / В. Н. Тутубалин. — М. : изд-во Московского университета, 1972. — 230 с.
6. Мокін Б. І. Математичні методи ідентифікації динамічних систем / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. — Вінниця : ВНТУ, 2010. — 260 с.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів

Стаття надійшла до редакції 07.08.2013

Рекомендована до друку 30.08.2013

**Мокін Борис Іванович** — професор, **Мокін Олександр Борисович** — завідувач кафедри.

Кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, Вінницький національний технічний університет, Вінниця