УДК 621.311.1

П. Д. Лежнюк, д-р техн. наук, проф.; О. Ю. Петрушенко, асп.

АПРОКСИМАЦІЯ КРИТЕРІЮ ОПТИМАЛЬНОСТІ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ ПОЗИНОМОМ ТА АНАЛІЗ ЙОГО ЧУТЛИВОСТІ ДО КОЕФІЦІЄНТІВ ТРАНСФОРМАЦІЇ

Розглянуто можливість і доцільність апроксимації залежності критерію оптимальності режиму електричних систем від коефіцієнтів трансформації трансформаторів і автотрансформаторів позиномом. Показано, що апроксимована таким чином функція може бути використана для аналізу чутливості критерію оптимальності і формування відповідних керуючих впливів на режим електричної системи.

Вступ

Особливістю задач оптимального керування режимами електричних систем (ЕС) є те, що критерій оптимальності в математичних моделях задається в алгоритмічній формі, оскільки не має аналітичного виразу і може бути визначений лише чисельними методами. Це ускладнює задачу аналізу оптимальних рішень на чутливість і співмірність. Неможливість повноцінного аналізу оптимальних рішень, внаслідок якого визначаються місце й роль окремих трансформаторів і автотрансформаторів (ТіА) з РПН в процесі оптимізації режимів ЕС, істотно зменшує цінність результатів трудомістких оптимізаційних розрахунків [1].

Залежність критерію оптимальності в ЕС від коефіцієнтів ТіА може бути визначена і задана у вигляді таблиці. Одним з можливих способів розв’язання задач оптимального керування з неаналітично заданою цільовою функцією є апроксимація критерію оптимальності і отримання аналітичної залежності його від параметрів регулюючих пристроїв (РП) [2]. При цьому в нашому випадку оптимального керування в темпі процесу необхідно враховувати, що аналітична залежність має бути отримана у формі, яка б забезпечувала швидкий і якісний техніко-економічний аналіз оптимальних рішень (чутливість, співмірність) відносно простими програмними засобами. Це особливо важливо для завдань оперативного керування режимами ЕС.

Метою статті є представлення таблично заданої залежності критерію оптимальності в ЕС від коефіцієнтів трансформації в аналітичному вигляді, зручному і придатному для техніко-економічного аналізу оптимальних рішень на чутливість і співмірність.

Апроксимація таблично заданої функції позиномом

З урахуванням факторів, що впливають на ефективність практичної реалізації оптимальних режимів ЕС, задача керування формулюється таким чином [3]:

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \Rightarrow \min, \tag{1}$$

за умов

$$W(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = 0; \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{M}_x; \qquad \mathbf{k} \in \mathbf{M}_k, \tag{2}$$

де $\mathbf{x}$ — параметри режиму системи (напруги у вузлах, потужності у вітках схеми); $\mathbf{k}$ — коефіцієнти трансформації ТіА); $W(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ — рівняння зв'язку керуючих $\mathbf{k}$ і керованих змінних $\mathbf{x}$; $\mathbf{M_x}$, $\mathbf{M_k}$ — області допустимих значень змінних $\mathbf{x}$ і $\mathbf{k}$.

В (1)

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = \Delta P(\mathbf{x}, \mathbf{k}) + P(\delta U) + P(\omega),$$

де $\Delta P(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ — сумарні втрати активної потужності в ЕС, що залежать від параметрів режиму $\mathbf{x}$ і керуючих параметрів $\mathbf{k}$; $P(\delta U)$ — потужність, еквівалентна збитку споживачів через відхилення напруги; $P(\omega)$ — потужність, еквівалентна збитку через недовідпуск електроенергії, що викликаний відмовами ТіА.

Залежність $F(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ для техніко-економічного аналізу оптимальних рішень доцільно будувати у відносних одиницях, коли за базисний приймається оптимальний варіант [3]. Оскільки, залежності $F_* = f\left(k_{*j}\right)$ в аналітичному вигляді не можуть бути отримані з рівняння стану ЕС, то ставиться обчислювальний експеримент на ЕОМ, внаслідок якого накопичуються необхідні для апроксимації дані. Пошук апроксимуючої формули здійснюється серед позиномів виду

$$F_* = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} k_{*j}^{\alpha_{ij}}, \tag{3}$$

де $F_* = F_j / F_0$, $k_{*j} = k_j / k_{0j}$ — відносні значення цільової функції та керуючих змінних; F_j, k_j, F_0, k_{0j} — поточні та базисні значення функції та керуючих змінних; a_j, α_j — постійні коефіцієнти, які формують характер залежності й міру впливу k_{*j} на величину F_*; p — кількість керуючих змінних (вона може не збігатися з кількістю ТіА, оскільки частина коефіцієнтів трансформації можуть бути комплексними); m — кількість членів апроксимуючого позинома.

Значення коефіцієнтів a_{ij}, α_{ij}, для j-го ТіА в (3) отримаємо за методом найменших квадратів. Тоді в загальному вигляді апроксимація F_* позиномом зводиться до задачі (для спрощення індекс j в формулах далі опущено)

$$\left\{ R(a, \alpha) = \sum_{l=1}^{n} \left(F_{*l} - \overline{F}_{*l} \right)^2 \right\} \Rightarrow \min$$

або

$$\left\{ R(a, \alpha) = \sum_{l=1}^{n} \left(F_{*l} - \sum_{i=1}^{m} a_i k_{*l}^{\alpha_i} \right)^2 \right\} \Rightarrow \min, \tag{4}$$

де F_{*l}, $\overline{F}_{*l}$ — експериментальне й розрахункове значення функції в l-й точці; n — кількість експериментальних точок, які визначаються діапазоном та ступенем регулювання пристроїв РПН ТіА.

Після нескладних перетворень умов мінімізації функції $R(a, \alpha)$ отримаємо систему нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{\partial R(r)}{\partial a_q} = f_q(r) = \sum\limits_{j=1}^{n} F_j k_j^{\alpha_q} - \sum\limits_{j=1}^{n} k_j^{\alpha_q} \sum\limits_{i=1}^{m} a_i k_j^{\alpha_i} = 0, \quad q = \overline{1, m}; \\ \dfrac{\partial R(r)}{\partial \alpha_q} = f_q(r) = \sum\limits_{j=1}^{n} F_j a_q k_j^{\alpha_q} \ln k_j - \sum\limits_{j=1}^{n} a_q k_j^{\alpha_q} \ln k_j \sum\limits_{i=1}^{m} a_i k_j^{\alpha_i} = 0, \quad q = \overline{m+1, 2m}, \end{cases}$$

де $r = \left[a_1, \ldots a_m, \alpha_1, \ldots \alpha_m \right]$ — вектор змінних.

Стосовно змінних a, α, система розв'язується за методом Ньютона за схемою

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1(r^k)}{\partial a_1} \cdots \dfrac{\partial f_1(r^k)}{\partial a_m} & \dfrac{\partial f_1(r^k)}{\partial \alpha_1} \cdots \dfrac{\partial f_1(r^k)}{\partial \alpha_m} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \dfrac{\partial f_m(r^k)}{\partial a_1} \cdots \dfrac{\partial f_m(r^k)}{\partial a_m} & \dfrac{\partial f_m(r^k)}{\partial \alpha_1} \cdots \dfrac{\partial f_m(r^k)}{\partial \alpha_m} \\ \dfrac{\partial f_{m+1}(r^k)}{\partial a_1} \cdots \dfrac{\partial f_{m+1}(r^k)}{\partial a_m} & \dfrac{\partial f_{m+1}(r^k)}{\partial \alpha_1} \cdots \dfrac{\partial f_{m+1}(r^k)}{\partial \alpha_m} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \dfrac{\partial f_{2m}(r^k)}{\partial a_1} \cdots \dfrac{\partial f_{2m}(r^k)}{\partial a_m} & \dfrac{\partial f_{2m}(r^k)}{\partial \alpha_1} \cdots \dfrac{\partial f_{2m}(r^k)}{\partial \alpha_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{k+1} - a_1^k \\ \cdots \\ a_m^{k+1} - a_m^k \\ \alpha_1^{k+1} - \alpha_1^k \\ \cdots \\ \alpha_m^{k+1} - \alpha_m^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(r^k) \\ \cdots \\ f_m(r^k) \\ f_{m+1}(r^k) \\ \cdots \\ f_{2m}(r^k) \end{bmatrix} = 0, \tag{5}$$

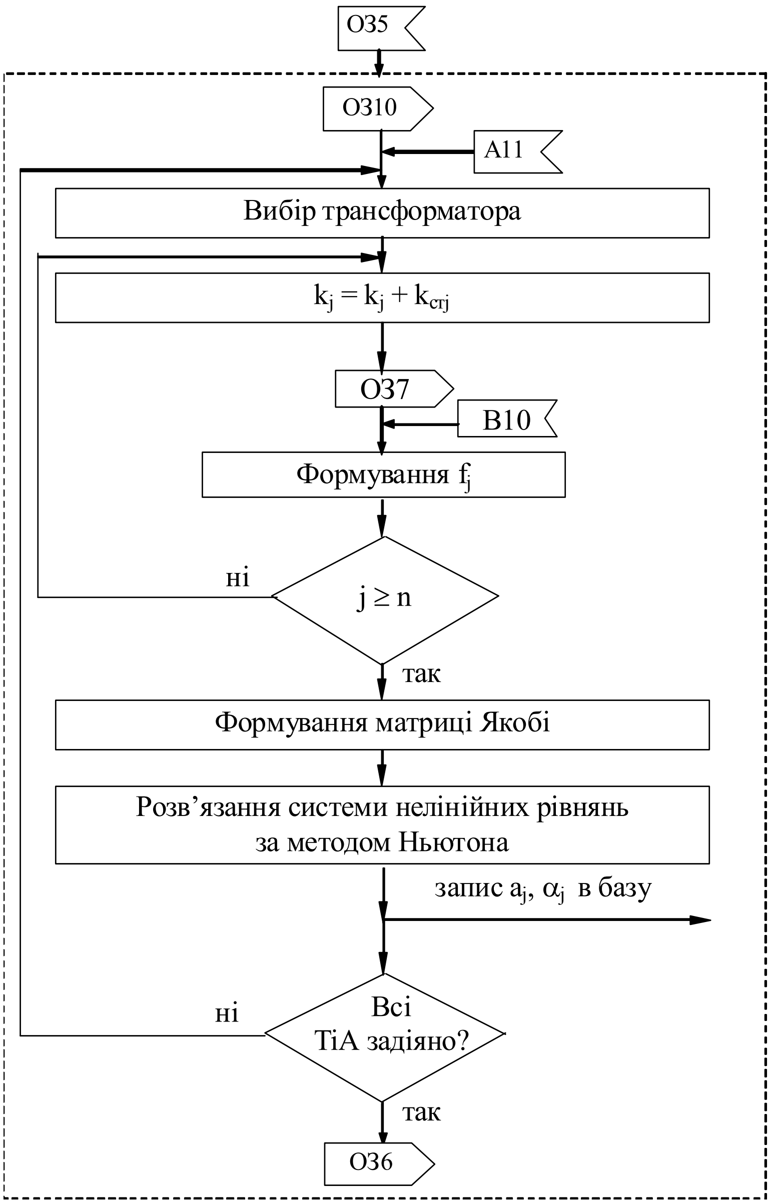
де k — номер ітерації.

Відповідно до (5) розроблено алгоритм процесу визначення коефіцієнтів апроксимуючих позиномів (рис. 1). Він оформлений у вигляді окремого модуля і входить до складу програмного комплексу АЧП, призначеного для оптимізації і аналізу чутливості втрат потужності в електричних мережах енергосистем.

Оцінка чутливості критерію оптимальності

Маючи вираз для цільової функції у відносних одиницях у вигляді позинома (3), можна визначити чутливість критерію оптимальності F до коефіцієнтів трансформації k_j, зокрема при відхиленні їх значень від оптимальних. На рис. 2 показана залежність $F_* = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} k_{*j}^{\alpha_{ij}}$ для j-го трансформатора. Додаткове збільшення критерію оптимальності за невідповідності значення коефіцієнта трансформації його оптимальному значенню визначається

$$\Delta F_{*j} = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} k_{*j}^{\alpha_{ij}} - 1 . \tag{6}$$



О35: Запит на визначення коефіцієнтів апроксимації позиномів;
О37: Запит на аналіз режиму ЕЕС;
О310: Запит на вихідні дані;
А11: Вихідні дані отримано;
В10: Отримані нові показники режиму;
О36: Коефіцієнти апроксимації позиномів визначено.

Рис. 1. Алгоритм процесу апроксимації критерію оптимальності позиноміальною функцією

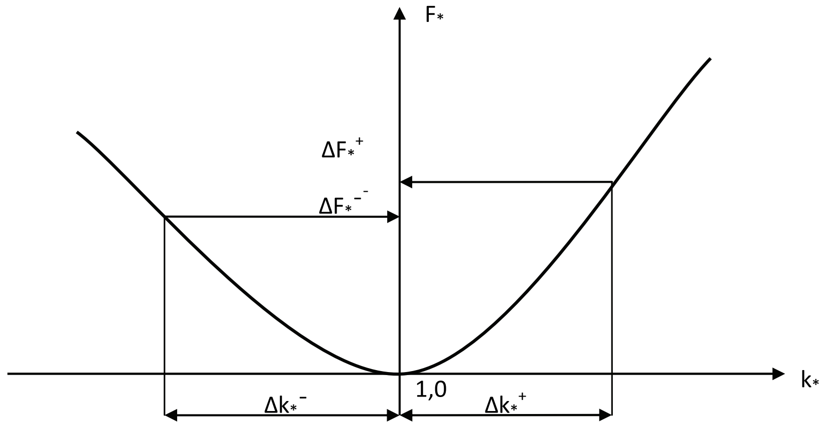


Рис. 2. Пряма задача чутливості

Це так звана пряма задача чутливості [4]. Вона розв'язується достатньо просто. В праву частину (6) підставляється відхилення Δk_*^+ або Δk_*^- і визначаються відповідні відхилення критерію оптимальності від його оптимального значення F_o (у відносних одиницях це 1) ΔF_*^+ або ΔF_*^-. У разі необхідності додаткове збільшення критерію оптимальності може бути визначене в іменованих одиницях: $\Delta F_j = \Delta F_{*_j} \cdot F_o$. Що правда, для цього попередньо має бути обчислене значення F_o.

Зворотна задача чутливості розв'язується, коли задане допустиме відхилення критерію оптимальності δF_* від його оптимального значення, а знайти необхідно відповідні допустимі відхилення від оптимального значення коефіцієнтів трансформації δk_*. Така задача проілюстрована на рис. 3.

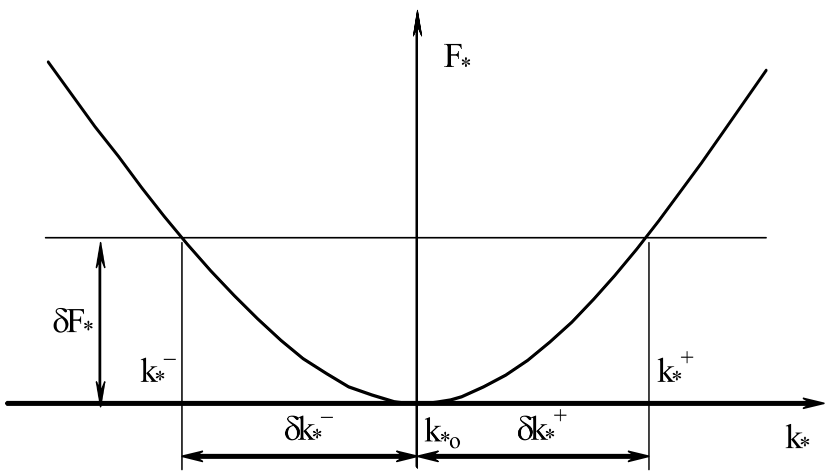


Рис. 3. Зворотна задача чутливості (δk_*^-, δk_*^+ — нижнє і верхнє допустимі відхилення керуючої змінної від її оптимального значення)

Рівняння для визначення граничних значень керуючих змінних має вигляд

$$1 + \delta F_* = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} k_{*j}^{\alpha_{ij}}. \tag{7}$$

Оскільки одному δF_* може відповідати декілька δk_*, то зворотна задача чутливості відноситься до некоректно поставлених задач, які розв'язуються чисельними методами [5]. Однак, якщо функція апроксимується двочленним позиномом ($m = 2$), то можна отримати розв'язок в аналітичному вигляді [6]

$$k_{*j}^{-}=\left[\frac{-\left(1+\delta F_*\right)\alpha_{2j}}{a_{1j}\left(\alpha_{1j}-\alpha_{2j}\right)}\right]^{1/\alpha_{1j}};\quad k_{*j}^{+}=\left[\frac{\left(1+\delta F_*\right)\alpha_{1j}}{a_{2j}\left(\alpha_{1j}-\alpha_{2j}\right)}\right]^{1/\alpha_{2j}}. \tag{8}$$

Звідки $\delta k_{*j}^{-}=1-k_{*j}^{-}$ і $\delta k_{*j}^{+}=k_{*j}^{+}-1$.

Проте, як показав досвід практичного застосування апроксимованої таким чином функції для аналізу чутливості критерію оптимальності F_* до коефіцієнтів трансформації і ранжування ТіА, такий вид позинома не завжди забезпечує необхідну точність. Особливо це стосується режимів максимальних навантажень ЕС і близьких до них. В таких режимах перетоки потужності і, відповідно, втрати потужності і рівні напруги в ЕС можуть суттєво змінюватися при перемиканні коефіцієнта трансформації ТіА навіть на один ступінь. Такі вихідні дані для апроксимації залежності $F(k)$ призводять до того, що апроксимована двочленним позиномом функція є надто чутливою до змінних k (значення показників степеня α досягають 6—8). Це значить, що математична модель процесу оптимального керування режимами ЕС з такими апроксимованими функціями є непрацездатною. В таких випадках необхідно використовувати апроксимуючі позиноми більшого порядку.

Експериментально встановлено, що вимогам точності й адекватності моделювання впливу ТіА на режим ЕС відповідає чотиричленний позином

$$F_*\left(k_{*j}\right)=\sum_{i=1}^{4}a_{ij}k_{*j}^{\alpha_{ij}}. \tag{9}$$

Для техніко-економічного аналізу впливу ТіА на режим ЕС використовується критеріальна модель, яка отримується діленням (9) на $F_*\left(k_{*j}\right)$:

$$1=\frac{a_{1j}}{F_*}k_{*j}^{\alpha_1}+\frac{a_{2j}}{F_*}k_{*j}^{\alpha_2}+\frac{a_{3j}}{F_*}k_{*j}^{\alpha_3}+\frac{a_4}{F_*}k_{*j}^{\alpha_4}, \tag{10}$$

де

$$\pi_1=\frac{a_{1j}}{F_*}k_{*j}^{\alpha_1};\quad \pi_2=\frac{a_{2j}}{F_*}k_{*j}^{\alpha_2};\quad \pi_3=\frac{a_{3j}}{F_*}k_{*j}^{\alpha_3};\quad \pi_4=\frac{a_{4j}}{F_*}k_{*j}^{\alpha_4}. \tag{11}$$

В (11) π_i є критеріями подібності, які визначені за методом інтегральних аналогів [7]. Числові значення критеріїв подібності для формування критеріальної моделі і техніко-економічного аналізу визначаються як результат розв'язання двоїстої задачі критеріального програмування з урахуванням умов ортогональності і нормалізації [8]

$$d(\pi)=\left(\frac{a_{1j}}{\pi_1}\right)^{\pi_1}\left(\frac{a_{2j}}{\pi_2}\right)^{\pi_2}\left(\frac{a_{3j}}{\pi_3}\right)^{\pi_3}\left(\frac{a_{4j}}{\pi_4}\right)^{\pi_4}\to\max \tag{12}$$

за умов

$$\left.\begin{aligned}\alpha_{1j}\pi_1+\alpha_{2j}\pi_2+\alpha_{3j}\pi_3+\alpha_{4j}\pi_4&=0;\\ \pi_1+\pi_2+\pi_3+\pi_4&=1;\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\pi_i\geq 0,\quad i=\overline{1,4}.$$

Задача (12)—(13) успішно розв'язується за розробленим в [9] методом із застосуванням нейронечіткого моделювання, коли критерії подібності представляються функціями належності. Знаючи числове значення критеріїв подібності, з (11) можна визначити коефіцієнти трансформації, в тому числі для значення функції $F_*=1+\delta F_*$. Тобто,

$$k_{*j}=\left(\frac{\pi_i(1+\delta F_*)}{a_{ij}}\right)^{1/\alpha_{ij}}. \tag{14}$$

Зауважимо, що за структурою вирази (8) і (14) подібні. Лише в (8) замість π стоять їх значення

$$\pi_1 = \frac{-\alpha_{2j}}{\alpha_{1j} - \alpha_{2j}} \quad \text{і} \quad \pi_2 = \frac{\alpha_{1j}}{\alpha_{1j} - \alpha_{2j}}.$$

Далі дії щодо техніко-економічного аналізу чутливості і співмірності впливу коефіцієнтів трансформації ТіА на критерій оптимальності F здійснюється як і у випадку, коли F апроксимована двочленним позиномом.

Висновки

1. Функції, які не мають аналітичного виразу, але можуть бути задані таблично, можуть бути апроксимовані позиномом. Коефіцієнти позинома визначаються за методом найменших квадратів із застосуванням стандартних процедур розв'язування системи нелінійних рівнянь.

2. Апроксимація функції позиномом має певні переваги. Зокрема, якщо вона використовується для аналізу чутливості оптимального розв'язку. Так, розв'язок зворотної задачі чутливості, коли задане допустиме відхилення критерію оптимальності від його оптимального значення і необхідно визначити відповідні значення керуючих змінних, може бути отриманий в аналітичному вигляді. Для цього апроксимуючий позином має бути двочленним.

3. В режимах ЕС, близьких до максимальних навантажень, перетоки потужності і, відповідно, втрати потужності і рівні напруги чутливі до перемикань коефіцієнтів трансформації ТіА. В цьому випадку експериментально отримані залежності критерію оптимальності режимів ЕС від коефіцієнтів трансформації доцільно апроксимувати позиномом з більшою кількістю членів. Це забезпечує необхідну точність і адекватність моделювання процесу впливу ТіА на результати оптимального керування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Орнов В. Г. Задачи оперативного и автоматического управления энергосистемами / В. Г. Орнов, М. А. Рабинович. — М. : Энергоатомиздат, 1988. — 233 с.
2. Методы управления физико-техническими системами энергетики в новых условиях / [Воропай Н. И., Гамм А. З., Сеннова Е. В. и др.]. — Новосибирск : Наука, 1995. — 335 с.
3. Астахов Ю. Н. Применение теории подобия в задачах управления нормальными режимами электроэнергетических систем / Ю. Н. Астахов, П. Д. Лежнюк // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1990. — № 5. — С. 3—11.
4. Розенвассер Е. Н. Чувствительность систем автоматического управления / Е. Н. Розенвассер, Р. М. Юсупов. — Л. : Энергия, 1969. — 208 с.
5. Численные методы решения некорректных задач / [Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г.]. — М. : Наука, 1990. — 232 с.
6. Лежнюк П. Д. Аналіз чутливості оптимальних рішень в складних системах критеріальним методом : моногр. / П. Д. Лежнюк]. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2003. — 131 с.
7. Веников В. А. Теория подобия и моделирования / В. А. Веников. — М. : Высшая школа, 1976. — 479 с.
8. Даффин Р. Геометрическое программирование / Р. Даффин, Э. Питерсон, К. Зенер ; пер. с англ. — М. : Мир, 1972. — 312 с.
9. Петрушенко О. Ю. Розв'язання двоїстої задачі оптимального керування нормальними режимами ЕЕС із застосуванням нейро-нечіткого моделювання / О. Ю. Петрушенко, Ю. В. Петрушенко, О. О. Рубаненко // Технічна електродинаміка. — 2012. — № 2. — С. 36—37.

Рекомендована кафедрою електричних станцій та систем

Стаття надійшла до редакції 11.12.12
Рекомендована до друку 14.12.12

Лежнюк Петро Дем'янович — завідувач кафедри, ***Петрушенко Олег Юрійович*** — аспірант.

Кафедра електричних станцій та систем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця