ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

УДК 519.24:681.515

В. М. Дубовой, д-р техн. наук, проф.; О. Д. Никитенко, канд. техн. наук; І. В. Пилипенко, студ.

МАРКОВСЬКА МОДЕЛЬ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ РОЗГАЛУЖЕНО-ЦИКЛІЧНИМИ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ

Розглянуто проблему побудови моделі для циклічних технологічних процесів та розроблено марковську модель прийняття рішень в управлінні розгалужено-циклічними технологічними процесами, яка дозволяє здійснювати оптимізацію за критерієм мінімального ризику.

Вступ

Циклічні технологічні процеси широко використовуються у всіх галузях виробництва. Вони характеризуються замкненою технологічною схемою, за якої процес повертається на початкову стадію. Протягом одного циклу технологічного процесу початкова форма продукту може доводитися або до кінцевої, або до проміжної форми, придатної для подальшої обробки. На цьому етапі необхідно прийняти рішення щодо переходу до наступної стадії. Складність алгоритму прийняття рішень залежить від структури технологічного процесу. Зокрема, на відміну від розгалужених деревоподібних процесів, в циклічних технологічних процесах може відбуватися багатократне повернення до виконання певних стадій процесу [1].

Актуальність

Проблема побудови моделі для циклічних технологічних процесів є актуальною, оскільки існує складність контролю та регулювання в автоматизованих системах управління технологічними процесами циклічного типу. Основними параметрами контролю і регулювання є: змінні фізичного стану продукту (температура, розмір, вага, колір тощо), змінні стану обладнання та час виконання окремої стадії технологічного процесу.

Мета роботи полягає у побудові моделі прийняття рішень під час управління розгалужено-циклічними технологічними процесами (РЦТП) на основі марковської моделі.

Для досягнення поставленої мети необхідно реалізувати такі *задачі дослідження:*

— розробити марковську модель управління розгалужено-циклічними технологічними процесами;

— оптимізувати алгоритми пошуку мінімального ризику в процесі управління РЦТП;

— використати розроблену модель у комплексі з операторним методом для моделювання систем в умовах невизначеності.

Аналіз стану проблеми

Для створення автоматизованих систем управління технологічними процесами досить зручно використовувати марковські процеси, які дають змогу обчислювати ймовірність переходу до наступної стадії в залежності від поточного стану та прийнятого рішення. В наш час теорія марковських процесів перетворилася на велику і розгалужену частину математики, яка отримала величезну кількість різних застосувань у багатьох галузях [2].

За загальною класифікацією марковські процеси є спеціальним видом випадкових процесів. Проте вони займають особливо важливе місце серед інших видів випадкових процесів. Це пояснюється, в основному, двома обставинами: по-перше, для марковських процесів добре розроблений математичний апарат, що дозволяє вирішувати змістовні завдання, і по-друге, за допомогою марковських процесів можна описувати точно або наближено поведінку низки реальних систем і пристроїв [3].

РЦТП є процесом зміни стану предмета виробництва у просторі і часі. Хід і результати виконання окремих підпроцесів залежать від вхідних параметрів предмета виробництва і не залежать від того, якими засобами і як ці параметри предмета виробництва отримані. Тому можна припустити, що РЦТП може бути описаний марковською моделлю.

Модель марковського процесу представлено у вигляді графа. Кожен перехід характеризується ймовірністю переходу P_{ij}. Ймовірність P_{ij} показує, як часто після попадання в i-й стан здійснюється потім перехід в j-й стан. Такі переходи відбуваються випадково, але якщо виміряти частоту переходів за досить великий час, то виявиться, що ця частота буде збігатися із заданою вірогідністю переходу [5].

Нехай кожний елемент системи може перебувати в одному зі станів, що утворюють множину допустимих станів цього елемента S_i. Множина станів для елемента визначається, виходячи з призначення системи. Якщо стан елемента залежить тільки від попереднього стану і не залежить від попередньої історії, то послідовність станів є марковським ланцюгом [6].

Марковський ланцюг називається неоднорідним, якщо перехідні ймовірності (хоча б одна) залежать від номера кроку k.

У цьому випадку перехідні ймовірності будемо позначати $p_{ij}(k)$. Тоді і матриця перехідних ймовірностей буде залежати від k

$$P(k)=\left(p_{ij}(k)\right)_{i,j=1}^{n}=\begin{pmatrix} p_{11}(k) & \dots & p_{1n}(k) \\ \dots & \dots & \dots \\ p_{n1}(k) & \dots & p_{nn}(k) \end{pmatrix}; \quad \sum_{j=1}^{n} p_{ij}=1; \quad i=1,...,n, \ (k=1,2,\dots), \tag{1}$$

тобто матриця для кожного $k=1,2,\dots$ є стохастичною.

Для неоднорідного марковського ланцюга вектор-рядок ймовірностей станів

$$\left(p_1(k),\dots,p_n(k)\right)=\left(p_1(k-1),\dots,p_n(k-1)\right)*P(k), \quad k=1,\ 2,\dots. \tag{2}$$

Для неоднорідного марковського ланцюга має місце така формула:

$$\left(p_1(k),\dots,p_n(k)\right)=\left(p_1(0),\dots,p_n(0)\right)\cdot P(1)\cdot P(2)\cdot\ldots\cdot P(k), \ (k=1,\ 2,\dots). \tag{3}$$

У неоднорідному марковському ланцюзі перехідні ймовірності $p_{ij}(k)$ (хоча б одна з них) і матриця перехідних ймовірностей $P(k)$ залежать від номера k.

Імовірності станів $p_i(k)(i=1,2,...)$ неоднорідного марковського ланцюга на кожному кроці k обчислюється або за рекурентною формулою (2), або за формулою (3), де $\left(p_1(0),\dots,p_n(0)\right)$ — вектор початкового розподілу ймовірностей станів системи [9].

Нехай m — максимальна кількість станів елементів в системі. Позначимо через p_{ij} ймовірність переходу елемента із стану S_i в стан S_j. Тоді ймовірності переходів елемента з одного стану в інший описується матрицею

$$P=\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Розробка та алгоритмізація математичної моделі

Модель управління РЦТП на основі прийняття рішень наприкінці стадій складається з моделей [4]:

— структури РЦТП у вигляді матриці переходів між підпроцесами S;

— моделей окремих підпроцесів:

$$\bar{X}_{\text{вих}\,i} = F_i\left(\bar{X}_{\text{вх}\,i}, t_i\right), \quad i = 1 \ldots N, \tag{7}$$

де N — кількість підпроцесів; $\bar{X}_{\text{вх}\,i}$ — вектор вхідних характеристик i-го підпроцесу; $\bar{X}_{\text{вих}\,i}$ — вектор вихідних характеристик i-го підпроцесу; t_i — час виконання i-го підпроцесу;

— процесу прийняття рішень:

$$d_i = R_i\left(\bar{X}_{\text{вих}i}, t_i\right); \quad j = D(S, d_i), \tag{8}$$

де d_i — рішення, яке приймається по завершенню i-го підпроцесу; R_i — вирішальне правило; j — номер наступного підпроцесу.

Наприкінці стадії РЦТП можуть прийматися рішення [7]:

1) двохальтернативні рішення: продовжувати стадію або перейти до наступної;

2) трьохальтернативні рішення: продовжити стадію або перейти до наступної стадії і виконати підпроцес А або підпроцес В.

Звичайно оператор РЦТП приймає рішення за простим правилом, тобто умовою прийняття рішення d_j^i є $\bar{X}_{\text{вих}i} \in \Theta_{d_j^i}$. Стан процесу на момент прийняття рішення на основі даних контролю можна описати вектором $\left\{p_1^i, p_2^i\right\}$ для двохальтернативного рішення і вектором $\left\{p_1^i, p_2^i, p_3^i\right\}$ — для трьохальтеративного:

$$p_j^i = \int\limits_{\bar{X}_{\text{вих}i} \in \Theta_{d_j^i}} \beta\left(\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right) d\bar{X}_{\text{вих}i}; \tag{9}$$

де $\beta\left(\bar{X}_{\text{вих}i}\right)$ — функція невизначеності вихідних параметрів i-го підпроцесу.

Відповідно матриці переходів $\left\{p_{jk}^i\right\}$ будуть мати розмірності [2, 2] і [3, 3]. Приймаючи рішення, оператор РЦТП звужує підмножину $L = \left\{l_\nu, \nu = 1 \ldots n\right\}$ можливих шляхів завершення процесу. Кожний з таких шляхів характеризується ймовірністю та втратами. Критерій оптимального управління РЦТП залежить від мети процесу та обмежень. Для байєсівських задач найпоширенішим є критерій мінімального ризику. На його основі оптимізуються межі параметрів $\Theta_{d_j^i}$. У загальному випадку критерій мінімального ризику має вигляд

$$l_{\tilde{\nu}}\left[\Theta_{d_j^i}\right] : \min_{\Theta_{d_j^i}}\left[P\left(l_\nu\right) g_\nu\left(l_\nu\right)\right], \tag{10}$$

де $l_{\tilde{\nu}}$ — оптимальна послідовність підпроцесів (шлях), якій відповідає шукана сукупність меж параметрів $\left[\Theta_{d_j^i}\right]$, за якими приймаються рішення ($i \in [1, N]$ — індекс підпроцесу, $j \in [1, m_i]$ — індекс рішення; m_i — кількість альтернатив на i-му кроці); $P\left(l_\nu\right)$ — ймовірність реалізації шляху l_ν; $g_\nu\left(l_\nu\right)$ — втрати на шляху l_ν.

Розв'яжемо задачу оцінювання ймовірності реалізації шляху l_ν. Алгоритм пошуку мінімуму ризику (усереднених втрат) та оптимальної реалізації $l_{\tilde{\nu}}$ для визначеної функції втрат має вигляд.

Алгоритм 1

1. $\nu = 1$. Розрахунок ймовірності P_1 і втрат g_1 для шляху l_1;
2. $G_{\min} = P_1 \bullet g_1$ і $l_{\tilde{\nu}} = l_1$;
3. $\operatorname{inc}(\nu)$;
4. Розрахунок ймовірності P_ν і втрат g_ν для шляху l_ν;

5. Якщо $G_{\min} > P_y \bullet g_y$, то $G_{\min} = P_y \bullet g_y$ і $l_{\tilde{v}} = l_1$;
6. Якщо $v < n$, то повернутися до 3;
7. Кінець з виведенням $l_{\tilde{v}}$.

Ймовірність $P_v = P\left(l_v / \bar{X}_{\text{вих}\,i}\right)$ і втрати $g_v\left(l_v / \bar{X}_{\text{вих}\,i}\right)$ залежать від параметрів стану РЦТП $\bar{X}_{\text{вих}\,i}$ і зовнішніх впливів, отже є не повністю визначеними. Це призводить до невизначеності оптимальної реалізації $l_{\tilde{v}}$. Для оцінювання функції невизначеності $\beta\left(l_{\tilde{v}} / \bar{X}_{\text{вих}\,i}\right)$ запишемо алгоритм пошуку мінімуму в алгебраїчній формі [8]

$$M = A(B)E_1(C:(1),(v))E_2\left(C: f_1\left(l_1/\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right),\left(l_1/\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right),(P_1)\right)E_3\left(C: f_2\left(l_1/\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right),\left(l_1/\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right),(g_1)\right)\times$$
$$\times E_4\left(C: f_3(P_1 \bullet g_1),(P_1,g_1),(G_{\min})\right)E_5(C:(),(l_1),(l_{\tilde{v}}))E_6(C:(v+1),(v),(v))\times$$
$$\times E_7\left(C: f_1\left(l_v/\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right),\left(l_v/\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right),(P_v)\right)E_8\left(C: f_2\left(l_v/\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right),\left(l_v/\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right),(g_v)\right)\times$$
$$\times w_{10}(G_{\min} > P_v \bullet g_v)|\_\mathrm{n}_{11}\left[E_{11}\left(C: f_3(P_1 \bullet g_1)(P_1,g_1),(G_{\min})\right)E_{12}\left(C:(),(l_1),(l_{\tilde{v}})\right)\right]\times$$
$$\times|\_\mathrm{n}_{13}w_{13}(v<n)\_|6\ \mathrm{E}_{14}\left(T:(),(l_{\tilde{v}}),(\mathrm{l}_{\text{opt}})\right)A(E).$$

Перетворення алгоритмічної форми моделі на операторну [8] дозволяє визначити $\beta\left(l_{\tilde{v}} / \bar{X}_{\text{вих}\,i}\right)$ на основі $\beta(P)$ і $\beta(g_{\tilde{v}})$.

У таблиці наведено операторні моделі основних елементів алгоритмічної і операторної моделей.

Операторні моделі основних елементів ПЗД

Елемент моделі	Алгоритмічна форма (R-форма)	Операторна форма (G-форма)	Порядок оператора	Примітка
Ініціалізація констант	$E(C:(p_1);(p_2))$	$\beta(p_2) = \Phi^{(1)}(1)[\delta(p_1)]$	1	$\delta[p_2 - p_1] = \begin{vmatrix} 0, & \text{при} \ p_1 \neq p_2, \\ \infty, & \text{при} \ p_1 = p_2. \end{vmatrix}$ $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta[p_2 - p_1]dp_2 = 1$ p_1 — значення константи; p_2 — ім'я константи
Перевірка умови і розгалуження	$w_1(a>0)\|\_\mathrm{n}_1 M_{n_2}\|\_\mathrm{n}_3$ $M_{n_1} M_{n_2}$	$\bar{\Phi} = \begin{cases} \Phi^{(1)}(h(a)) \cdot [\beta(a)], \\ \Phi^{(1)}(1-h(a)) \cdot [\beta(a)] \end{cases}$	2	h(a) — одинична функція Хевісайда
Нелінійне перетворення одного параметра	$E\left(C:N(p_1);(p_1);(p_2)\right)$	$\beta(p_2) = \Phi^{(1)} N[\beta(p_1)]$	1	—
Обчислення функції m змінних	$E\begin{pmatrix} C:N(p_1,...,p_m); \\ (p_1,...,p_m);(p_{m+1}) \end{pmatrix}$	$\beta(p_{m+1}) = \Phi^{(m)}(N)[\beta(p_1)\cdot ... \cdot$ $\cdot\beta(p_m)]$	m	—
Цикл з рекурсією	$\underline{E_1(C:(x_0);(p_0))}$ $E_2(C:(1);(i))$ $E(C:N(x_0);(x_{02});$ $(x))E(C:(x);(x_0))$ $\underline{E_3(C:(i+1);(i);(i))}$ $\underline{w_4(i<m)\|\_2}$	$\left\{\Phi^{(1)}(N)\right\}^m \prod_{i=1}^{m} \beta(x_i)$	m	$\forall \beta(x_i) = \beta(x_0)$
Цикл з перебором	$\underline{E_1(C:(1);(i)M_2}$ $\underline{E_3(C:(i+1);(i);(i))}$ $\underline{w_4(i<m)\|\_2}$	$\bar{\Phi} = \left\{\Phi^{(n_{M2})}(M_2)\right\}$	$n_{M_2} \times m$	m — розмірність векторного оператора (кратність циклу)

Продовження табл.

Елемент моделі	Алгоритмічна форма (R-форма)	Операторна форма (G-форма)	Порядок оператора	Примітка
Цикл з ітерацією	$\underline{E_1(C:(0,e);(x,e))}$ $\underline{E_2(C:(x);(x_0))}$ $\underline{E_3(C:N(x);(x);}$ $\underline{(x))w_4\lvert x-x_0\rvert<e\_2}$	$\left\{\Phi^{(1)}(N)\right\}^m\beta(e)$	m	m — кількість ітерацій за формулою Якобі $m=\dfrac{\ln\left[e\cdot(1-\lVert a\rVert)\cdot\lvert b\rvert\right]}{\ln\lVert a\rVert}-1$; $\lVert a\rVert$ — норма вектора коефіцієнтів моделі N; $\lvert b\rvert$ — модуль вільного члена; e — допустима похибка
Цикл з параметром	$\underline{M=A(B)E_1(C:(1);(i))}$ $\underline{M_F E_3(C:(i+1);(i);(i))}$ $\underline{w_4(i<m)\_2A(E)}$	$\bar{\Phi}=\left\{\Phi^{(n_{M_F})}(F)\right\}$	$S=4+\sum_{i=1}^{m} n_{M_F i}$	m — розмірність векторного оператора (кратність циклу) $n_{M_F}=\max[n_{M_F\,i}]$

Визначимо матрицю переходів марковської моделі

$$p_{jk}^{i}=\sum_{l_{\tilde{v}}:(i,k)\in l_{\tilde{v}}}\left[\int_{\bar{X}_{\text{вих}i}\in\Theta_{d_j^i}}\beta\left(l_{\tilde{v}}/\bar{X}_{\text{вих}i}\right)d\bar{X}_{\text{вих}i}\right]. \quad (11)$$

Запишемо ітераційний алгоритм оптимізації меж параметрів $\Theta_{d_{ij}}$ з використанням марковської моделі за умови обмежень на кількість повторів кожного підпроцесу і загальну кількість циклів. Основою алгоритму є модель РЦТП, яка складається з моделей (1).

Алгоритм 2

1. Визначення функції невизначеності вихідних параметрів i-го підпроцесу $\beta\left(\bar{X}_{\text{вих}\,i}\right)$;
2. Визначення множини шляхів завершення РЦТП з урахуванням обмежень на кількість циклів;
3. Встановлення початкових значень функції невизначеності альтернатив $\forall i,j:\beta_j^i=\dfrac{1}{m_i}$;
4. Розрахунок вектора ймовірностей станів $\left[p_j^i\right]$ за (9);
5. Розрахунок ймовірності кожного шляху P_{v}.
   - 5.1. Якщо сума модулів різниць $\left[p_j^i\right]$ поточного і попереднього кроків ітерації менша ε, то вихід;
   - 5.2. Розрахунок перетворень функцій невизначеності параметрів між точками розгалужень РЦТП на основі моделей послідовних операцій (1), перетворених на операторну форму;
   - 5.3. Розрахунок матриці перехідних ймовірностей $\left[p_{jk}^i\right]$ за (11);
   - 5.4. Розрахунок ймовірностей переходів $\left[p_k^i\right]=\left[p_{jk}^i\right]\left[p_j^i\right]$;
   - 5.5. $P_{\text{v}}=\prod_{i,k\in l_{\text{v}}} p_k^i$;
6. Розрахунок втрат на кожному шляху:
   - 6.1. Знаходження функцій невизначеності втрат $\beta\left(g_{\text{v}}^i\right)=\Phi\left[g_{\text{v}}^i=G^i\left(X_{\text{вх}}^i\right)\right]\cdot\beta\left(X_{\text{вх}}^i\right)$;

6.2. Перетворення $g_\nu\left(l_\nu\right)=\sum_{i\in l_\nu} g_\nu^i$ на операторну форму;

6.3. Розрахунок $\beta\left(g_\nu\right)$;

7. Пошук оптимальних меж рішень за Алгоритмом 1;
8. Повернення до 5;
9. Кінець.

Як вже зазначалося, алгоритм 2 є ітераційним. Для забезпечення його збіжності важливо, щоб обраний критерій припинення ітераційного процесу ε був більшим за обчислювальну похибку, яка виникає переважно під час виконання розрахунків на кроках 5.2 і 6.1.

Висновки

В роботі розроблено марковську модель управління розгалужено-циклічними технологічними процесами. Така модель дозволяє здійснити оптимізацію за критерієм мінімального ризику. Запропоновано алгоритми пошуку мінімального ризику в процесі управління РЦТП, які дають змогу мінімізувати цей ризик.

Застосований підхід для оцінки ризику РЦТП можна використовувати для будь-якого технологічного процесу циклічно-розгалуженого типу в умовах невизначеності вхідних параметрів і результатів контрольних операцій.

Використання такої моделі у комплексі з операторним методом моделювання систем в умовах невизначеності є перспективним для управління широким класом РЦТП.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дубовой В. М. Оптимізація параметрів СППР при управлінні розгалуженим технологічним процесом / В. М. Дубовой, І. В. Пилипенко // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія : тези доп. Третьої Міжнар. наук.-практ. конф. м. Вінниця, 29—31 травня 2012 року. — Вінниця : ВНТУ, 2012. — С. 20—21.
2. Баруча-Рид А. Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения / А. Т. Баруча-Рид. — М. : «Наука», 1969. — 512 с.
3. Тихонов В. И. Марковские процессы / В. И. Тихонов, М. А. Миронов. — М. : Советское радио, 1977. — 488 с.
4. Дубовой В. М. Задачі прийняття рішень щодо управління розгалужено-циклічними технологічними процесами / В. М. Дубовой, І. В. Пилипенко, О. М. Циганенко // Системний аналіз та інформаційні технології : матер. Міжнар. наук.-техн. конфер. SAIT 2011, Київ, 23—28 травня 2011 р. — К. : ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ», 2011. — 238 с.
5. Свешников А. А. Прикладные методы теории марковских процессов / А. А. Свешников. — М. : Лань, 2007. — 192 с.
6. Портенко Н. И. Марковские процессы / Н. И. Портенко, А. В. Скороход, В. М. Шуренков // Итоги науки и техн. Соврем. пробл. матем. фундам. направления. — ВИНИТИ, 1989. — С. 5—248.
7. Дубовой В. М. Оцінювання ризику розгалужено-циклічних технологічних процесів / В. М. Дубовой, І. В. Пилипенко, А. В. Денисов // Вісник ХНУ. — 2011. — № 6. — С. 165—168.
8. Дубовой В. М. Оптимізація підсистем збору даних АСУТП в умовах комбінованої невизначеності : моногр. / В. М. Дубовой, О. Д. Никитенко. — Вінниця : ВНТУ, 2011. — 180 с.
9. Edgoose T. Minimum message length hidden Markov modelling / T. Edgoose & L. Allison // IEEE Data Compression Conf., Snowbird UT, March 1998. — Pp. 169—178.

Рекомендована кафедрою комп’ютерних систем управління

Стаття надійшла до редакції 8.11.12
Рекомендована до друку 27.11.12

Дубовой Володимир Михайлович — завідувач кафедри, ***Никитенко Олена Дмитрівна*** — старший викладач.

Кафедра комп’ютерних систем управління;

Пилипенко Інна Віталіївна — студентка Інституту автоматики, електроніки та комп’ютерних систем управління.

Вінницький національний технічний університет