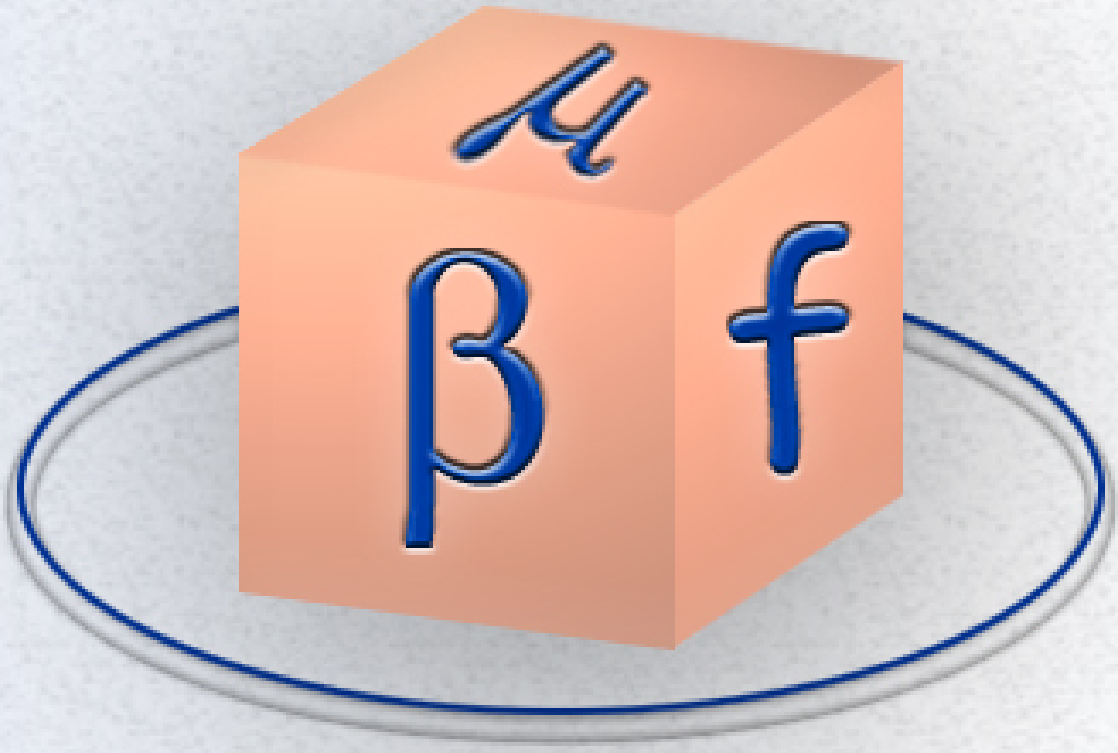
Глонь О.В.
Дубовой В.М.

Моделювання систем керування в умовах невизначеності



$$\beta(x)=f_x(x)$$

$$\beta_y(y)=\Phi_{xy}(A,W)[\beta_x(E)]$$

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

О.В. Глонь
В.М. Дубовой

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Монографія

УНІВЕРСУМ – Вінниця
2003

УДК 519.876.5
Г54

Рецензенти:

доктор фізико-математичних наук,
професор, член-кореспондент НАН України ***В.С. Мельник***

доктор технічних наук, професор ***Р.Н. Квєтний***

Рекомендовано до видання Ученою радою Вінницького національного технічного університету (протокол № від « » 200 р.)

Г 54 **О. Глонь, В. Дубовой**
Моделювання систем керування в умовах невизначеності. Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2004. – 169 с. Іл.: 55. Бібліогр.: 111 назв.
ISBN 966-641-101-6

Робота присвячена створенню теоретичних основ моделювання та дослідження систем в умовах невизначеності з метою розробки методів та алгоритмічних засобів для їх синтезу та оптимізації. Для спільної обробки чітких, нечітких та стохастичних даних розробляється математичний метод на основі поняття узагальнюючої функції і операторного методу моделювання. Розглядається можливість та ефективність застосування такого підходу для синтезу та оптимізації розподілених інформаційних систем великої розмірності, адаптивних багатозв'язних систем управління та інших типів систем з невизначеними параметрами.

УДК 519.876.5

ISBN 966-641-101-6

© О. Глонь, В. Дубовой, 2004

ЗМІСТ

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ 5
ВСТУП 6
1. СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ 13
1.1. Системи керування в умовах невизначеності……..... 13
1.2. Аналіз видів невизначеності та її характеристики 15
1.2.1. Стохастична невизначеність 15
1.2.2. Нечітка невизначеність 22
1.3. Аналіз існуючих методів побудови моделей обробки даних різної форми 26
1.3.1. Методи моделювання обробки стохастичних даних 27
1.3.2. Методи моделювання обробки нечітких даних 32
1.3.3. Аналіз взаємозв'язку між теорією ймовірності та нечіткою логікою..... 38
2. МЕТОД УЗАГАЛЬНЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ..... 42
2.1. Побудова формальної системи узагальнення нечітких та стохастичних даних 42
2.1.1.Узагальнююча функція 43
2.1.2. Константи 43
2.1.3. Змінні 43
2.1.4. Операції 44
2.1.5. Оператори..... 45
2.1.6. Правила утворення формул 48
2.1.7. Правила узагальнення даних 48
2.2. Аксіоматична основа моделювання систем в умовах невизначеності 51
.....
2.3. Правила узагальнення операцій над достовірними, нечіткими та стохастичними даними 55
2.4. Властивості операцій над узагальненими даними 65
2. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ

УЗАГАЛЬНЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ..... 68
3.1. Узагальнена модель системи керування в умовах невизначеності 68
3.2. Розробка засобів для моделювання систем керування в умовах невизначеності 74
3.2.1. Алгоритмічне та програмне забезпечення узагальнених перетворень 74
3.2.2. Спеціалізовані пристрої для моделювання узагальнених перетворень..... 87
3.3. Розробка засобів для оптимізації систем керування в умовах невизначеності 91
3.3.1. Дослідження та вдосконалення методів покрокової оптимізації систем керування в умовах невизначеності..... 91
3.3.2. Навчання підсистеми узагальнених розрахунків 97
3.4. Перевірка адекватності розроблених моделей, ефективності методів та алгоритмічних засобів..... 100
3.5. Практичне використання розробленого методу 109
3.5.1. Використання розробленої методики моделювання систем керування в умовах невизначеності для розробки проекту системи керування калориферами..... 109

3.5.2. Використання розробленої методики для розробки проекту системи контролю та прогнозування витрат газу 121
3.5.3. Використання розробленої методики для проектування систем керування з голосовим інтерфейсом 130
4. ІНФОРМАЦІЙНІ АСПЕКТИ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ 137
4.1. Узагальнення поняття інформаційних характеристик 137
4.2. Інформаційні потоки і термодинамічна аналогія 139
4.3. Перетворення інформаційних потоків
4.4. Автохвильові макропроцеси в інформаційних системах 147
ВИСНОВКИ..... 150
ЛІТЕРАТУРА 158
ДОДАТКИ..... 166
А. Пояснення до класифікації невизначеності 166
Б. Алгоритм трансляції формул 168

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

A – нечітка множина

$D_X^{(k)}$ – k-тий центральний момент

$E(A)$ – імовірнісне середнє значення A

$f_X(x)$ – щільність розподілу ймовірностей

$f_{X1,X2}(x1,x2)$ – двомірна щільність розподілу

G_{XX} – спектральна щільність процесу X

H – ентропія

$I_{Y,X}$ – кількість інформації

$M(A)$ – можливе середнє значення A

$M_X^{(k)}$ – k-тий початковий момент

$m_{dx(t+dt)/x(t)}^{(k)}$ – k-тий центральний умовний момент прирощення dx при відомому X від t

$N(x)$ – нелінійне перетворення

P,p – імовірність

$Q_n(x)$ – ортогональні поліноми

$R_{X1X2}(x1,x2)$ – кореляційна функція

r – другий нормований змішаний центральний момент

$W(\omega)$ – частотна передаточна функція

$x(t)$ – випадковий процес

$\beta(x)$, $УФ$ – узагальнююча функція

$\beta_X(x1,x2)$ – двомірна узагальнююча функція

$\mu(x)$ – функція належності

$\mu_н(x)$ – нормована функція належності

σ^2 – дисперсія, параметр нормального закону розподілу

Операції над множинами

$\cap$ – перетин множин

$\cup$ – об’єднання множин

$\wedge$ – логічна кон’юнкція

$\vee$ – логічна диз’юнкція

операція – операції над невизначеними даними

«Для машини помилка має етичне значення. В усе живе, навіть в обмежено живу машину, обов'язково убудована помилка. Це одна з деяких ознак, що відрізняє живе від неживого.»

Роберт Шеклі. «Координати диковин»

ВСТУП

Постійний процес розвитку науки і техніки можна певним чином розділити на етапи. Філософи наукового пізнання виділяють етап обробки речовини без суттєвих енергетичних витрат, етап енергомістких виробництв, на якому головним напрямком розвитку стало освоєння нових джерел енергії, та етап інформаційний, на якому інформація стала головною рушійною силою розвитку. Останнім часом ми спостерігаємо зародження нового етапу – етапу проникнення у глибинні закони живої природи та їх використання для створення нових технологій. З цим етапом пов’язані дослідження у галузі генної інженерії, екології, штучного інтелекту.

Проблема створення інтелектуальних технологій не нова. Але лише останнім часом з розвитком потужності сучасних комп’ютерів вона отримала можливість реального вирішення. Однією з головних рис цієї проблеми є забезпечення ефективної роботи систем в умовах невизначеності.

Невизначеність може походити з різних джерел, відповідно по-різному описуватися і враховуватися у технічних системах. На рис.В.1 представлені деякі види та характеристики невизначеності, а у додатку А деякі коментарі з цього питання. Функціонування систем в умовах окремих видів невизначеності інтенсивно вивчається багатьма дослідниками. Але реальні інтелектуальні системи, як і людина, повинні ефективно функціонувати в умовах одночасного існування практично всіх

видів невизначеності. Для технічних систем особливо поширеною є комбінація стохастичної та нечіткої невизначеності.

Стохастична невизначеність виникає внаслідок дії на систему випадкових збурюючих факторів.

Нечітка невизначеність виникає внаслідок задавання певних параметрів роботи системи експертом, який може допустити помилку (див. епіграф!) або неоднозначність.

Так наприклад, при проектуванні комп'ютерних мереж звичайно необхідно обчислити прогнозне значення завантаження каналів. Підставою для розрахунку є інформаційні потоки, що виникнуть в мережі при розв'язанні певних виробничих та допоміжних задач. Для задач, які раніше розв'язувалися без застосування мережі, ці початкові дані відомі у чіткій або статистичній формі. Але для задач, які до створення мережі взагалі не розв'язувалися, дані визначаються експертним методом у нечіткій формі.

Основою для розв'язання задач проектування та керування системою є її модель. Співвідношення підходів до моделювання систем тісно пов'язане з станами життєвого циклу системи, представленим на рис.В.2.

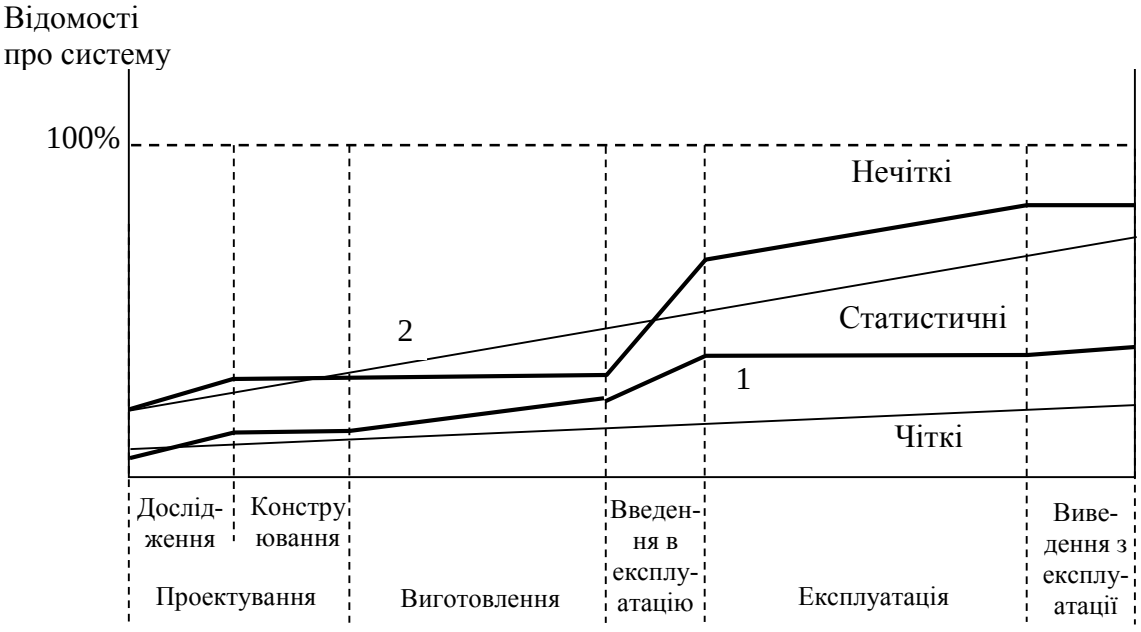


Рис. В.2. Життєвий цикл технічної системи: 1 – автоматизація задач, які раніше розв'язувалися неавтоматизовано; 2 – автоматизація задач, які раніше взагалі не розв'язувалися.

Моделювання виконується на всіх етапах життєвого циклу, але мета його та спосіб різні. Так, наприклад, на стадії проектування модель необхідна для розрахунку параметрів та вибору структури та елементів системи. На стадії виготовлення користуються проектом, який є однією з форм моделі, і на його основі визначають параметри технологічного процесу виготовлення. На стадії введення в експлуатацію уточнюються, перевіряються та коректуються початкові дані та проектні рішення. На стадії експлуатації на основі моделі виконується оптимізація режимів роботи системи.

Так, наприклад, система комбінованого керування наведена на рис.В.3. В системі основні збурення $\overline{F}$ визначаються двома способами: f_1 за допомогою вимірювання з певною похибкою, тобто як стохастичні дані, а f_2 оцінюються експертом з певною можливістю, тобто як нечіткі дані. При розрахунку керуючого впливу u виконуються операції над чітким завданням („уставкою”) x, нечіткими даними f_2 і стохастичними даними y і f_1.

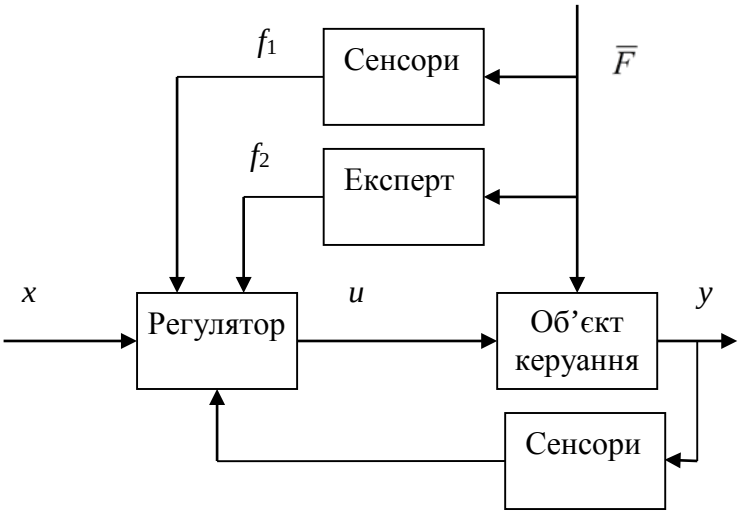


Рис.В.3. Частково невизначені дані в системі комбінованого керування

І нарешті, на стадії виведення з експлуатації проводиться аналіз придатності окремих складових системи для іншого використання. На всіх цих етапах поступово збираються дані для моделювання. Якщо на початковому етапі постановки задачі на проектування ці дані переважно експертні (нечіткі), то поступово з накопиченням результатів прак-

тичної роботи над системою частина з них заміняється на чітко визначені, а частина – результатами накопичення та обробки статистики. Особливо інтенсивно процес заміни йде на етапах дослідження та введення до експлуатації.

Існування систем з комбінованою стохастично-нечіткою невизначеністю відзначається в [1] та інших роботах, але методи моделювання систем керування такого типу детально не розглянуті. Це вимагає виконання змішаних операцій над даними, представленими у формі законів розподілу імовірностей стохастичних величин і функцій належності нечітких величин. Використання класичних методів математики не дозволяє розв’язати цю задачу.

Існують методи проектування, моделювання та дослідження систем в умовах стохастичної невизначеності. Автори мають певний доробок у цьому напрямку. Так, розроблений операторний метод перетворення законів розподілу імовірностей при виконанні нелінійних унарних, нелінійних бінарних та інтегро-диференціальних операцій над стохастичними даними. Але ці методи не пристосовані для виконання операцій з участю нечітко визначених даних.

З іншого боку існують методи узагальнення математичних операцій над достовірними величинами (числами) на обробку нечітких даних. Але апарат нечіткої арифметики дозволяє розв’язати цю проблему частково, він не працює у випадку виконання бінарних операцій над взаємозалежними нечіткими даними, а також інтегро-диференціальних операцій над нечіткими функціями часу.

Автори пропонують підхід, який дозволяє розв’язати поставлену задачу.

Основною ідеєю є узагальнення представлення достовірних, стохастичних та нечітких даних за допомогою введення поняття узагальнюючої функції та застосування до її перетворень операторного методу, аналогічного розробленому для обробки стохастичних даних [2-7].

Автори також висувають твердження, що в умовах невизначених вхідних даних немає потреби в точних методах отримання результату перетворень. Достатньо використання наближених методів, за умови, що вони дозволяють досягти необхідної наперед заданої точності.

Ідея грунтується на таких фактах:

- граничними випадками як для стохастичних, так і для нечітких даних, є з одного боку достовірні дані – повна визначеність, а з іншого боку дані з рівномірною функцією розподілу (для стохастичних) або належності (для нечітких) – повна невизначеність;
- дослідники методів нечіткої математики дають різні визначення функцій належності й операцій над нечіткими даними. Визначення, які застосовує нечітка логіка, не дають можливості узагальнення нечітких та стохастичних даних. Але інтервальні визначення нечіткої арифметики аналогічні відповідним визначенням теорії ймовірності;
- одна й та ж невизначена величина в залежності від способу отримання інформації про неї може бути представлена як стохастична або як нечітка.

Розробці відповідного математичного апарату, який реалізує запропонований підхід, та методик його практичного застосування до моделювання систем керування і присвячена дана робота.

1. СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Системи керування складають один з головних напрямків сучасного розвитку науки та техніки. Протягом всього розвитку цивілізації людство використовує системи трьох класів: для перетворення речовини, енергії і інформації. Належачи до загального класу інформаційних систем, системи керування є містком між людиною і технологічними системами для перетворення речовини і енергії. Тому прагнення вдосконалити цей місток є цілком природним. Але якщо на початку створення систем керування домінувало ставлення до технічних систем як до повністю визначених і передбачуваних, то з часом прийшло розуміння неможливості отримання вичерпної, однозначної і абсолютно достовірної інформації про об’єкти і системи керування та зовнішнє середовище, в якому вони працюють. Прийшло розуміння того, що необхідно забезпечити ефективне керування навіть в умовах такої неповної визначеності.

1.1. Системи керування в умовах невизначеності

Складні системи, якими необхідно здійснювати керування, можна розділити на три основні категорії:

- технічні системи (без людини; конкретні автоматичні об’єкти);
- виробничі системи (підприємство, підрозділ підприємства);
- організаційні системи (суспільство, невиробнича установа).

Ці системи складають три рівні загальної організації суспільства. Протягом тривалої історії розвитку цієї організації можна прослідкувати використання двох головних принципів:

- принцип централізовано-ієрархічного керування;
- принцип розподілено-незалежного керування

та їх численних варіантів і комбінацій. Скажімо, при розгляді комп’ютерних мереж це відповідає системам клієнт-сервер і одноранговим мережам, а при розгляді економічної системи держави відповідно адміністративно-командному і ринково-демократичному принципам.

У першому випадку керування здійснюється за допомогою відносно глибокого втручання системи керування в роботу керованого об’єкта за допомогою спеціальних виконавчих засобів. У другому випадку керування здійснюється шляхом встановлення певних «правил гри» - протоколів взаємодії. Але в обох випадках можна прослідкувати наявність системи керування певної структури, як показане на рис.1.1. Аналіз цієї структури показує, що основу її складають засоби формування керуючих впливів. Їх робота грунтується на певній інформації про стан системи, параметри та мету керування. Але ця інформація ніколи не буває абсолютно повною, точною і достовірною. В результаті системи керування завжди працюють в умовах певної невизначеності.

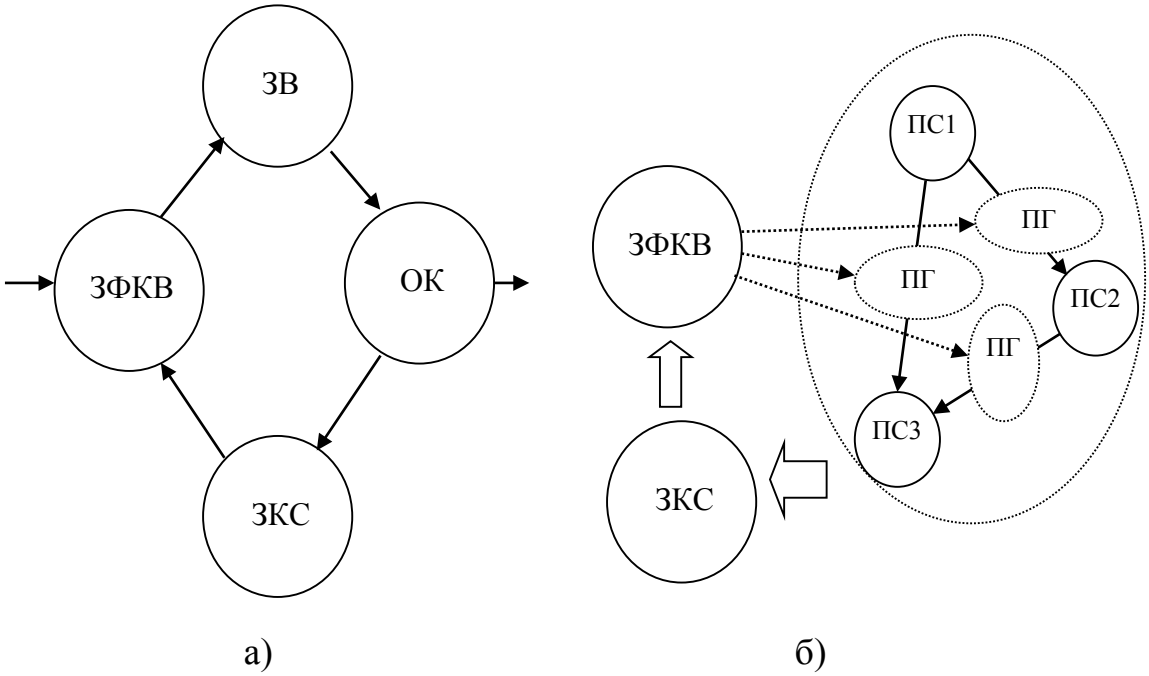


Рис.1.1. Взаємодія системи керування з керованим об’єктом: а) централізована система, б) децентралізована система. ОК - об’єкт керування, ЗФКВ – засоби формування керуючих впливів, ЗКС – засоби контролю стану, ЗВ – засоби впливу, ПС – підсистеми, ПГ – «правила гри»

я математичного моделювання систем керування. Оскільки моделі СК використовуються на всіх етапах життєвого циклу (рис.В.2), то протягом всієї історії розвитку теорії керування, особливо у період відсутності великих обчислювальних потужностей, перед дослідниками стояла

задача всілякого спрощення математичних моделей. Тому, в першу чергу, розроблялися методи моделювання детермінованих систем [8-15], в яких невизначеність нехтувалася.

Але у багатьох випадках нехтування невизначеністю приводить не просто до певних похибок, а до втрати адекватності моделі взагалі. Найкраще це було доведено у теорії інформації, яка стала базовою концептуальною моделлю систем зв'язку [16-26].

Невизначеність у СК може мати переважно стохастичну чи нечітку природу (лінгвістична невизначеність – див. класифікацію рис.В.1, – до останнього часу взагалі не враховувалася, та з розвитком голосових інтерфейсів систем керування постає питання врахування і цієї невизначеності, але ця задача виходить за межі даної роботи).

1.3.1. Стохастична невизначеність

Історично першими під впливом статистичної радіотехніки розвивалися методи моделювання стохастичних систем керування [27-35].

Один з видів найбільш описаної невизначеності є стохастична невизначеність, тобто випадковість. Випадковою називають величину, яка приймає в результаті випробування те чи інше (але при цьому лише одне) можливе значення, заздалегідь невідоме, яке змінюється від випробування до випробування та залежить від випадкових обставин. Випадкові величини можуть бути неперервні та дискретні. Неперервна випадкова величина може приймати будь-які значення з деякого кінцевого або нескінченного інтервалу. Дискретна величина приймає кінцеве або нескінченну лічильну множину значень [30,36].

Розподілом (законом розподілу) випадкової величини називається усяке співвідношення між можливими значеннями випадкової величина та відповідними їм імовірностями [30,36,37].

Функція розподілу (інтегральна функція розподілу, інтегральний закон розподілу) визначає імовірність того, що випадкова величина X прийме значення, менше фіксованого дійсного числа x,

$$F(x)= P(X< x).$$

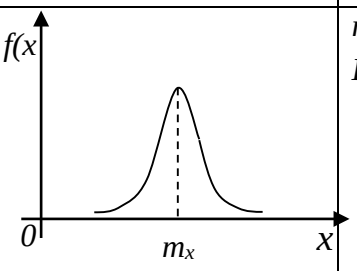
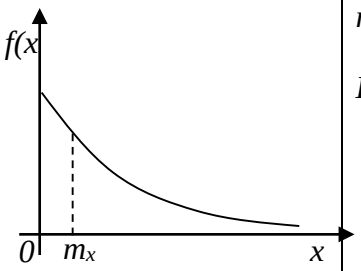
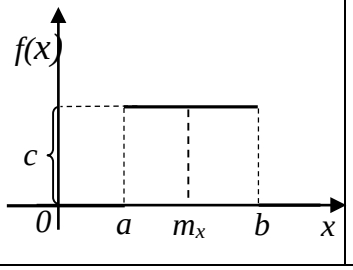
Диференціальною функцією розподілу (функцією щільності) $f(x)$ називається перша похідна від інтегральної функції розподілу [37-39].

Основні найпоширеніші закони розподілу наведені у таблиці 1.1 [30, 38-40].

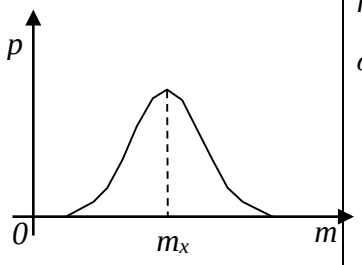
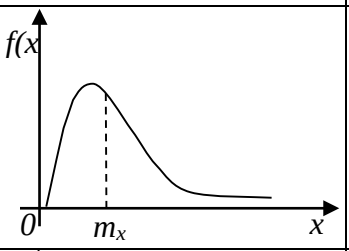
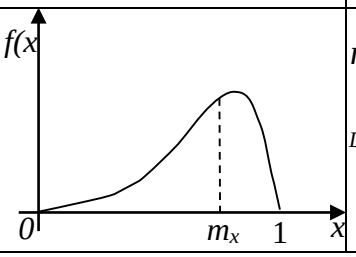
Випадковий процес (стохастичний процес) представляє зміни в часі фізичної системи, які заздалегідь непередбачувані. Кількісно випадковий процес описується випадковою функцією часу *X(t)*, яка в будь-який момент часу *t* може приймати різні значення з певним розподілом імовірностей. Таким чином, для будь-якого $t = t_i$ значення $X_i = X(t_i)$ є випадковою величиною. Випадковий процес (випадкова функція часу) визначається сукупністю функцій часу та законами, що характеризують властивості сукупності. Кожна з функцій цієї сукупності називається реалізацією випадкової функції [30,36,41].

Таблиця 1.1

Типові розподіли ймовірностей

Закон розподілу	**Аналітичний вид щільності розподілу**	**Графік щільності розподілу**	**Особливості розрахунку моментів**
Нормальний	$f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi a}}\cdot e^{-\frac{(x-b)^2}{a}}$		$m_x = b$ $D_x = a/2$
Експоненційний (показниковий)	$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & при\ \ x\geq 0,\lambda>0,\\ 0 & при\ \ x<0,\lambda>0.\end{cases}$		$m_x = \sigma = 1/\lambda$ $D_x = 1/\lambda^2$
Рівномірний	$f(x)=\begin{cases}0 & при\ \ x<a;\\ \frac{1}{b-a} & при\ \ a\leq x\leq b;\\ 0 & при\ \ x>b.\end{cases}$		$m_x = (a+b)/2$ $\sigma_x = (b-a)/2\sqrt{3}$

Продолжение табл.1.1

Закон розподілу	Аналітичний вид щільності розподілу	Графік щільності розподілу	Особливості розрахунку моментів
Біноміальний	$f(x)=\begin{cases}0 & при\ \ m\le 0;\\ \sum\limits_{m_i<m} P_{m,n} & при\ \ 0\le m\le n;\\ 1 & при\ \ m>n.\end{cases}$ $P(X=m)=C_n^m p^m q^{n-m}$ $(m=0,1,...,n),\ q=1-p.$		$m_x = n\,p$ $\sigma_x = \sqrt{npq}$
Гама-розподіл	$f(x;\alpha)=\begin{cases}0 & при\ \ x\le 0,\\ \dfrac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\beta x} & при\ x>0.\\ (\alpha>0,\beta>0)\end{cases}$		$m_x=\dfrac{\alpha}{\beta}$ $D_x=\dfrac{\alpha}{\beta^2}$
Бета-розподіл	$f(x;\alpha)=\begin{cases}0 & при\ \ x\le 0, x\ge 1,\\ \dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}x^{\alpha-1}(1-x)^{-\beta-1} & \\ при\ 0<x<1\ (\alpha>0,\beta>0).\end{cases}$		$m_x=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$ $D_x=\dfrac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$

В залежності від множин значень часу та реалізації *X(t)* розрізняють чотири типи випадкових процесів [30,36]:

1) випадковий процес загального типу: *t* і *X(t)* можуть приймати будь-які значення на відрізку (чи на всій) дійсній осі;
2) дискретний випадковий процес: *t* неперервне, а величини *X(t)* дискретні;
3) випадкова послідовність загального типу: *t* дискретне, а *X(t)* може приймати будь-які значення на відрізку (чи на всій) дійсній осі;
4) дискретна випадкова послідовність: *t* і *X(t)* обидва дискретні.

Випадкові процеси можна характеризувати моментними функціями:

– середнє випадкового процесу (або перший початковий момент)

$$M_X^{(1)}\{X(t)\}=\int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x,t)\,dx = m_x(t), \qquad (1.1)$$

– дисперсія випадкового процесу (або другий центральний момент)

$$M_X^{(2)}\{[X(t)-a_x(t)]^2\}=\int_{-\infty}^{\infty}[x-a_x(t)]^2 f_1(x,t)dx=\sigma_x^2(t), \qquad (1.2)$$

– кореляційна функція випадкового процесу (або змішаний другий центральний момент)

$$M_X^{(2)}\{\tilde{O}(t_1)\tilde{O}(t_2)\}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[x_1-m_x(t_1)][x_2-m_x(t_2)]f_2(x_1,x_2,t_1,t_2)dx_1dx_2=B_{\tilde{o}}(t_1,t_2). \qquad (1.3)$$

В загальному випадку початкові моменти розподілу визначаються:

$$M_X^{(k_1\cdots k_n)}(t_1,\ldots,t_n)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}x_1^{k_1}\cdots x_n^{k_n} f_n(x_1,\cdots,x_n,t_1,\ldots,t_n)dx_1\ldots dx_n, \qquad (1.4)$$

а центральні:

$$M_X^{(k_1\cdots k_n)}(t_1,\ldots,t_n)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}(x_1-m_1)^{k_1}\cdots(x_n-m_n)^{k_n} f_n(x_1,\cdots,x_n,t_1,\ldots,t_n)dx_1\ldots dx_n. \qquad (1.5)$$

Випадкові процеси можуть бути нестаціонарними та стаціонарними (у частковому випадку ергодичними). Випадковий процес *x(t)* називається стаціонарним (строго), якщо його щільність розподілу $f_n(x_1,\cdots,x_n,t_1,\ldots,t_n)$ довільного порядку *n* не змінюється при будь-якому зсуві всієї групи точок $t_1,t_2,\ldots,t_n$ вздовж осі часу, тобто коли вираз функції розподілу довільного порядку не залежить від положення початку відліку часу

$$f(X,t)=f(X,t+\tau)=f(X).$$

Для стаціонарних випадкових процесів $m_X(t)=m_X=const$, $D_X(t)=D_X=const$, $R_X(t,t')=R_X(t'-t)=R_X(\Delta t)$.

Ергодичним називається випадковий процес, якщо будь-яка його імовірнісна характеристика, яка одержана усередненням за множиною можливих реалізацій, з ймовірністю, як завгодно близькою до одиниці, дорівнює часовому середньому, яке одержане усередненням за достатньо великий проміжок часу з однієї єдиної реалізації випадкового процесу.

Якщо стаціонарний випадковий процес *x(t)*, який заданий на відрізку [0,*T*], ергодичний, то [30]

$$m_X \approx \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt; \qquad (1.6)$$

$$D_X \approx \frac{1}{T}\int_0^T [\,x(t) - m_X\,]^2\,dt; \qquad (1.7)$$

$$R_X(\Delta t) \approx \frac{1}{T-\Delta t}\int_0^{T-\Delta t} [\,x(t) - m_X\,][\,x(t+\Delta t) - m_X\,]dt. \qquad (1.8)$$

Системи керування (СК) відносять до більш загального класу – інформаційних систем, оскільки головним об'єктом перетворення в СК є інформація.

Одне з визначень інформації – це відомості, які є об'єктом зберігання, передачвання і перетворення. Інформаційні характеристики найчастіше використовують для моделювання систем передавання даних та як критерії якості.

Як інформаційні критерії ефективності і якості системи можуть використовуватися:

- кількість інформації;
- середня кількість інформації;
- продуктивність джерела інформації;
- інформаційна пропускна здатність каналу;
- надлишковість джерела інформації;
- ентропійна похибка;
- ентропія помилки контролю.

Кількість інформації, що міститься у вихідній величині інформаційної системи при відповідній вхідній, визначається виразом [21-26]

$$I_{Y,X} = H_X - H_{X/Y} = H_Y - H_{Y/X}, \qquad (1.9)$$

де H_X, H_Y – апріорні ентропії відповідно вхідних та вихідних величин;

$H_{X/Y}$, $H_{Y/X}$ – апостеріорні ентропії відповідно вхідної величини при заданій вихідній і навпаки.

У випадку дискретної величини *середня кількість інформації* дорівнює [21-26]:

$$I_{Y,X} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} P_{ij}\ log_2 \frac{P_{ij}}{P_j P_i}, \qquad (1.10)$$

де n – кількість значень величини;

P_i – ймовірність того, що вихідна величина прийняла і-те значення;

P_j – імовірність того, що одержано j-те значення вихідної величини;

P_{ij} – сумісна імовірність настання двох подій, яка полягає в тому, що одержали j-те значення вихідної величини, а в дійсності має місце і-те значення.

У випадку неперервної величини [21-26]

$$I_{Y,X} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x,y)\log_2 \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_X(x)f_Y(y)}dxdy\ , \quad (1.11)$$

де $f_X(x)$ – щільність розподілу вхідної величини;

$f_Y(y)$ – щільність розподілу вихідної величини, яка визначається композицією законів розподілу вхідної величини X та похибки Δx (так як $y=x+\Delta x$);

$f_{X,Y}(x,y)$ – щільність спільного розподілу значень вихідної величини Y та вхідної величини X.

Загальна інформація [21-26], яка отримана на відрізку часу T при n значеннях величини X у момент часу t_i, для яких значення X не корельовані, а процес стаціонарний, дорівнює

$$I_{Y,X}(T) = \sum_{i=1}^{n} I_{Y,X}(t_i) = nI_{Y,X}\ . \quad (1.12)$$

Похідна

$$B = \frac{dI_{Y,X}(t)}{dt} = \frac{I_{Y,X}(T)}{T}, \quad (1.13)$$

яка характеризує швидкість отримання інформації, називається *продуктивністю джерела інформації* [21-26, 43].

Інформаційною пропускною здатністю каналу називається максимально можлива продуктивність джерела інформації

$$C_n = \frac{[I_{Y,X}(T)]_{max}}{T}\ . \quad (1.14)$$

Надлишковість джерела інформації визначається за формулою [22, 43]

$$\gamma = \frac{[I_{Y,X}(T)]_{max} - I_{Y,X}(T)}{[I_{Y,X}(T)]_{max}} = 1 - \frac{B}{C_n}\ . \quad (1.15)$$

Надлишковість виникає через відхилення закону розподілу від закону, який визначає найбільшу апріорну ентропію (таким законом при необмеженому значенні середнього квадратичного відхилення величини (σ_X) є нормальний, а при обмеженому - рівномірний), та через наявність кореляції між значеннями в окремі моменти [21-23].

Ентропійна похибка (Δ_{eX}) відповідає значенню похибки з рівномірним законом розподілу, який вносить таку ж дезінформаційну дію, що й похибка з даним законом розподілу [44,45]

$$\Delta_{eX} = \pm\frac{1}{2}e^{H_{X/Y}} = K_e\sigma_{\Delta_X}, \qquad (1.16)$$

де $H_{X/Y}$ – диференційна ентропія похибки з даним законом розподілу;

K_e – ентропійний коефіцієнт;

σ_{Δ_X} – середньоквадратична похибка з даним законом розподілу.

Ентропія помилки контролю визначається співвідношенням [44,45]

$$H_{X/Y} = -[P_{зп}\ log\ P_{зп} + (1-P_{зп})\ log(1-P_{зп})], \qquad (1.17)$$

де $P_{зп}$ – загальна безумовна імовірність помилкового судження про стан контрольованого параметру:

$$P_{зп} = P_\alpha P_1 + P_\beta P_2, \qquad (1.18)$$

де P_1, P_2 – апріорні ймовірності знаходження контрольованого параметру відповідно в зоні допуску та зовні ($P_1 + P_2 = 1$);

P_α, P_β – помилки відповідно першого та другого роду, які визначаються таким чином:

$$P_\alpha = \int_{-\infty}^{x_{min}} f_X(x) \int_{-x+x_{min}}^{x_{max}-x} f_{\Delta_X}(\Delta_X)d\Delta_X dx + \int_{x_{max}}^{+\infty} f_X(x) \int_{-x+x_{min}}^{x_{max}-x} f_{\Delta_X}(\Delta_X)d\Delta_X dx, \qquad (1.19)$$

$$P_\beta = \int_{x_{min}}^{x_{max}} f_X(x)\left[\int_{-\infty}^{x-x_{min}} f_{\Delta_X}(\Delta_X)d\Delta_X + \int_{x_{max}-x}^{+\infty} f_{\Delta_X}(\Delta_X)d\Delta_X\right]dx, \qquad (1.20)$$

де x_{min} і x_{max} – границі допуску на контрольований параметр;

$f_X(x)$ і $f_{\Delta_X}(\Delta_X)$ – щільності розподілу ймовірностей контрольованого параметру X та похибки контролю Δ_X.

Отже, стохастична невизначеність присутня майже у всіх системах керування. Способи її моделювання залежать від типу системи та мети моделювання.

1.2.2. Нечітка невизначеність

За останні кілька десятиріч активними темпами розвивається теорія нечітких СК [1].

Останнім часом розповсюдилися системи управління, які взаємодіють з експертними системами на базі нечітких контролерів. Такі системи функціонують за принципом: результати вимірювання фаззифікуються, оброблюються, дефаззифікуються й у вигляді звичайних сигналів подаються на виконавчі пристрої.

Як вже зазначалося, у складі СК часто використовуються підсистеми, що працюють з експертною інформацією. Вона використовується на етапах прогнозування, діагностики, проектування, планування, керування тощо для підтримки прийняття рішення.

Експертна система (ЕС) – комп'ютерна програма, яка використовує експертні знання для забезпечення високоефективного розв'язання задач у вузькій предметній області [46].

Основа експертних систем – сукупність знань, які грунтуються на високоякісному досвіді кваліфікованих експертів в якійсь конкретній галузі [46-49].

Експерт – людина, яка за роки навчання та практики навчилась ефективно розв'язувати задачі, що відносяться до певної предметної області [46, 47, 50].

Однією з теорій, яка в останній час широко використовується при побудові ЕС, є нечітка логіка. Основні поняття та визначення були вперше розроблені Заде як узагальнення відповідних властивостей і операцій класичної теорії множин [59,60].

Основним поняттям нечіткої логіки є поняття нечіткої множини.

Нечітка множина $\tilde{A}$ на універсальній множині X – сукупність пар $(\mu_{\tilde{A}}(x),x)$, де $\mu_{\tilde{A}}(x)$ – ступінь належності елемента $x \in X$ до нечіткої множини $\tilde{A}$. Ступінь належності знаходиться в діапазоні $[0, 1]$. Чим вище ступінь належності, в тим більшій мірі елемент універсальної множини відповідає властивостям нечіткої множини [51-57]. Нечітка множина характеризується функцією належності.

Функцією належності називається така функція, яка дозволяє обчислити ступінь належності довільного елементу універсальної множини до нечіткої множини. Функція належності $\mu^T(x)$ характеризує суб'єктивну міру (в діапазоні *[0,1]*) впевненості експерта в тому, що достовірне значення x відповідає нечіткому терму T [51-57].

Якщо універсальна множина складається з кінцевого числа елементів $X = \{x1,x2, \ldots,x_n\}$, тоді нечітка множина $\tilde{A}$ записується у вигляді

$$\tilde{A} = \left\{\mu_{\tilde{A}}(x_i)/x_i, i = 1...n\right\}. \quad (1.21)$$

У випадку неперервної множини X використовують таке позначення

$$\tilde{A} = \left\{\mu_{\tilde{A}}(x)/x, x \in U\right\}. \quad (1.22)$$

Лінгвістичною змінною називається така змінна, значення якої є слова та словосполучення (*терми*) деякої природної чи штучної мови [52,53,56,58-60].

Термом називається елемент терм – множини. В теорії нечітких множин терм задається функцією належності [52,53,56,58-60].

Нечітким відношенням R на множині X називається підмножина декартового добутку $X \times Y$, яка характеризується функцією належності $\mu^R: X \times Y \to [0,1]$ [52,53,56,58,59].

Фаззифікація – зіставлення множини значень x з її функцією належності $\mu(x)$, тобто переведення значень x у нечіткий формат [53,55,56,61].

Дефаззифікація – процес, обернений фаззифікації [53,55,56,61].

α *–рівнем* нечіткої множини $A \subseteq X$, називається (чітка) множина $A_\alpha \subseteq X$ така, що

$$A_\alpha = \left\{ x \in X : \mu^A(x) \geq \alpha \right\}, \forall \alpha \in [0,1]. \quad (1.23)$$

Якщо $R \subseteq X \times Y$ та $S \subseteq Y \times Z$, то *max-min композицією* називається нечітка множина $R \circ S$, визначена на $X \times Z$, функція належності якої має вигляд [52-54,56,57]

$$\mu^{R \circ S}(x,z) = \sup_{y \in Y} \left[\inf(\mu^R(x,y), \mu^S(y,z)) \right]. \quad (1.24)$$

Max-min композиція дозволяє визначити яку нечітку множину в Y потрібно поставити у відповідність нечіткій множині $A' \subseteq X$, якщо відомо, що нечітка множина $B \subseteq Y$ відповідає нечіткій множині $A \subseteq X$.

Операція знаходження такої відповідності називається *нечітким логічним висновком* і виконується за формулою [52-54,56,57]:

$$B' = A' \circ R = A' \circ \left(A \times B \right), \tag{1.25}$$

де R - нечітке відношення:

$$R = A \times B = \sum_{i=1}^{l} \sum_{j=1}^{m} \left\{ inf \left(\mu^{A}(x_i), \mu^{B}(y_j) \right) \right\} / (x_i, y_j),$$

$\circ$ - max-min композиція, у відповідності з якою:

$$B' = \sum_{j=1}^{m} \underset{i=1,l}{sup} \left[inf \left(\left\{ \mu^{A'}(x_i), \mu^{R}(x_i, y_j) \right\} / y_j \right) \right],$$

де $A, A' \subseteq X$, $B, B' \subseteq Y$.

Носій нечіткої множини A – сукупність елементів $x \in X$, для яких $\mu_A(x) > 0$. Він позначається *suppA* [53,56].

Нечітке число – це нечітка множина A, що визначена на множині дійсних чисел *R*, якщо його функція належності нормальна, неперервна і опукла [52-54,56,57], тобто

$$\underset{x \in R}{sup}\, \mu^{A}(x) = 1, \tag{1.26}$$

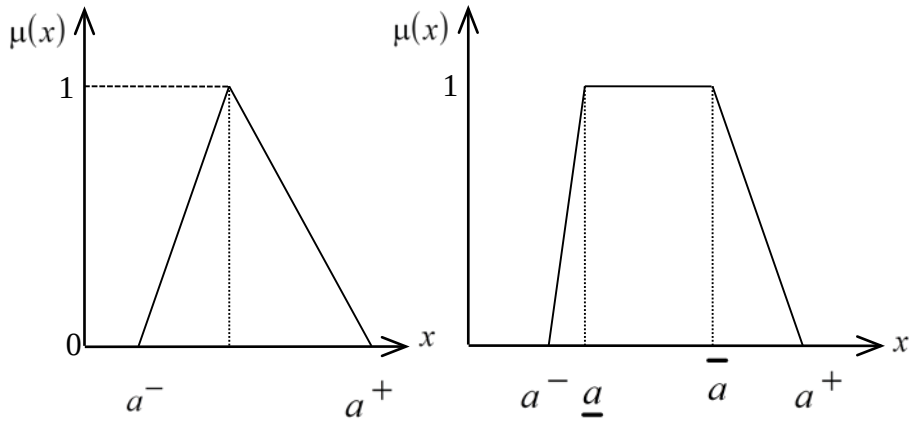
$$x \le y \le z \Rightarrow \mu^{A}(y) \ge inf \left(\mu^{A}(x), \mu^{A}(z) \right). \tag{1.27}$$

Трикутні нечіткі числа (рис.1.2,а) мають функцію належності виду [52,53,56]:

$$\mu^{A}(x) = \begin{cases} \left(x - a^{-} \right) / \left(a - a^{-} \right), & a^{-} \le x \le a \\ \left(a^{+} - x \right) / \left(a^{+} - a \right), & a \le x \le a^{+} \end{cases}, \tag{1.28}$$

Крім того, функція належності може мати трапецієподібну форму (рис.1.2,б) (1.29) [52,53,56]:

$$\mu^A(x)=\begin{cases}\left(x-a^-\right)/\left(\underline{a}-a^-\right), & a^- \le x \le \underline{a} \\ 1, & \underline{a} \le x \le \overline{a} \\ \left(a^+-x\right)/\left(a^+-\overline{a}\right), & \overline{a} \le x \le a^+\end{cases}. \qquad (1.29)$$



а) б)

Рис 1.2 Трикутна і трапецієподібна форма функцій належності

Існує зручніша LR-форма нечіткого числа, яка описується функцією належності [52,53,56]

$$\mu^A(x)=\begin{cases}L\left(\dfrac{m-x}{\rho}\right), & \alpha>0, \forall x \le m \\ R\left(\dfrac{m-x}{\beta}\right), & \beta>0, \forall x \ge m\end{cases}, \qquad (1.30)$$

де m - середнє значення нечіткого числа;

ρ - відхилення зліва;

β - відхилення справа.

Якщо $\rho=\beta=0$, то нечітке число A переходить в достовірне число q.

Таким чином, LR-форму нечіткого числа A можна представити у вигляді трійки $A=(q_A, \rho_A, \beta_A)$ [52,53,56].

L,R: *[0,1]→[0,1],* з *L(0) = R(0) = 1* і *L(1) = R(1) = 0*, монотонно спадаючі функції.

Тоді α – рівень множини A згідно [52,53]

$$[A]^\alpha = [q_- - \rho L^{-1}(\alpha), q_+ + \beta R^{-1}(\alpha)], \ \alpha \in [0,1]. \qquad (1.31)$$

Зараз область застосування нечіткої логіки поширилась на нечіткі системи керування. В нечітких СК використовують переважно невизначені дані у вигляді нечітких чисел, ніж задані лінгвістично. Тому розроблені методи узагальнення на випадок обробки нечітких даних є частиною математичного апарату моделювання СК в умовах нечіткої невизначеності.

1.3. Аналіз існуючих методів побудови моделей обробки даних різної форми

Одним з головних питань при моделюванні СК в умовах невизначеності є виконання операцій над неповністю визначеними даними.

Всі дані можна класифікувати на три класи: достовірні, нечіткі і стохастичні. Для кожного класу розроблений відповідний математичний апарат для виконання операцій над даними у процесі моделювання. Найпоширеніші математичні системи, які застосовуються для операцій над даними наведені у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2

Використання математичних систем для операцій над даними різної форми

Вид даних	Динамічні процеси	Статичні нелінійні унарні величини	Статичні бінарні величини	
			Незалежні	Залежні
Достовірні	Інтегро-диференціальні рівняння, функціональний аналіз	Алгебра	Алгебра	Алгебра
Нечіткі	–	Принципи узагальнення (Заде, α-рівневий, модифікований) [1,52,53,57]	Принципи узагальнення (Заде, α-рівневий, модифікований)	–

Продовження табл.1.2

Вид даних	Динамічні процеси	Статичні нелінійні унарні величини	Статичні бінарні величини	
Стохастичні	Наближені методи, засновані на спектральних представленнях; операторний метод, рівняння Колмогорова, метод виробляючих функцій	Метод порівняння інтервальних оцінок, операторний метод	Рівняння Колмогорова, метод виробляючих функцій, операторний метод	Операторний метод [2,7]

Проте часто мають місце випадки, коли доводиться виконувати моделювання систем керування, в яких одночасно використовуються дані різних класів.

Для обробки даних змішаних класів існують відповідні методи.

Для узагальненої обробки достовірних і стохастичних даних – це методи, що використовуються для стохастичних величин (наближені методи, які грунтуються на спектральних представленнях; операторний метод, рівняння Колмогорова, метод виробляючих функцій).

Для достовірних і нечітких – принципи узагальнення, а саме: принцип узагальнення Заде, α-рівневий та модифікований.

1.3.1. Методи моделювання обробки стохастичних даних

Задача обробки стохастичних даних може бути сформульована таким чином.

Нехай задане перетворення $y = F(x_1 \dots x_n)$, де x_i – випадкові величини (процеси), які задані певною підмножиною C_x генеральної сукупності C_{0X} своїх характеристик. Необхідно знайти відповідні характеристики C_y результату перетворення.

В залежності від виду перетворення F розрізняють нелінійні статичні, лінійні динамічні і нелінійні динамічні перетворення. Нелінійне статичне перетворення – це таке, що може бути представлене у вигляді функціональної залежності. Лінійне динамічне перетворення – це таке, що може бути представлене лінійним диференціальним рівнянням. При нелінійних статичних перетвореннях відносно просто визначити функ-

ції розподілу ймовірностей результату та їх характеристики і важко визначити кореляційні і спектральні характеристики, а при лінійних динамічних перетвореннях – навпаки. Крім того, точні розв'язки цих задач існують далеко не для всіх випадків. Найбільші проблеми складає моделювання нелінійних динамічних перетворень. Найчастіше такі перетворення представляються сукупністю нелінійних статичних і лінійних динамічних перетворень.

Для моделювання обробки стохастичних даних в динамічних процесах існує багато методів. Найпоширенішими серед них є рівняння Колмогорова, прямий метод визначення кореляційної функції, метод контурних інтегралів, метод похідних, метод виробляючих функцій.

Кореляційна функція результату лінійного динамічного перетворення знаходиться за допомогою інтегралу Дюамеля [9]

$$R_{xy}(\tau)=\int_0^{\infty} R_{xx}(\tau_1)g(\tau-\tau_1)d\tau_1 .$$

Відповідна енергетична характеристика – спектральна щільність потужності, знаходиться через частотну передаточну функцію, яка є Фур'є-зображенням імпульсної перехідної характеристики

$$W(j\omega)=\int_0^{\infty} g(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

звідки

$$G_{xy}(j\omega) = G_{xx}(j\omega)\cdot W(j\omega) .$$

Щільність розподілу результату нелінійного статичного перетворення [2,39,40] для монотонної функції $y = N(x)$

$$f_y(y)=\dot{N}^{(-1)}(y)f_x[N^{(-1)}(y)] ,$$

де $N^{(-1)}$ – зворотна функція,

$\dot{N}^{(-1)}$ – її похідна.

Методи знаходження кореляційної функції, та енергетичного спектру процесу на виході нелінійного елементу переважно призначені для нормальних розподілів імовірностей вхідних процесів [30, 41].

Рівняння Колмогорова застосовується для знаходження розподілу імовірності переходу дифузійного марківського процесу. Оскільки но-

рмальний випадковий процес з експоненціальною кореляційною функцією є дифузійним марківським процесом, то рівняння Колмогорова для нього теж виконуються [30, 62]. *Перше рівняння Колмогорова* має вигляд:

$$\frac{\partial f_{X1X2}(t,t_1)}{\partial t} + m^{(1)}_{dx(t+dt)/x_1(t)} \frac{\partial f_{X1X2}(t,t_1)}{\partial x_1} + \frac{1}{2} m^{(2)}_{dx(t+dt)/x_1(t)} \frac{\partial^2 f_{X1X2}(t,t_1)}{\partial {x_1}^2} = 0 \quad (1.32)$$

де $m^{(k)}_{dx(t+dt)/x_1(t)} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} (x_3 - x_1)^k \, f_{X1X2}(t,t_2) dx_3$,

$m^{(1)}_{dx(t+dt)/x_2(t)}$ і $m^{(2)}_{dx(t+dt)/x_2(t)}$ скінченні ($m^{(2)}_{dx(t+dt)/x_2(t)}$ відмінно від нуля) та $m^{(k)}_{dx(t+dt)/x_2(t)} \equiv 0$ при $k \geq 3$,

$f_{X1X2}(t,t_1)$ – двомірна щільність розподілу.

Друге рівняння Колмогорова, відоме також як рівняння Фоккера–Планка, має вигляд

$$\frac{\partial f_{X1X2}(t,t_1)}{\partial t_1} = -\frac{\partial}{\partial x_2}\left[m^{(1)}_{dx(t_1+dt)/x_2(t_1)} f_{X1X2}(t,t_1)\right] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial {x_2}^2}\left[m^{(2)}_{dx(t_1+dt)/x_2(t_1)} f_{X1X2}(t,t_1)\right] \quad (1.33)$$

де $m^{(1)}_{dx(t_1+dt)/x_2(t_1)} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} (x_3 - x_2) \, f_{X1X2}(t_1,t_2) dx_3$ є коефіцієнт зносу,

$m^{(2)}_{dx(t_1+dt)/x_2(t_1)} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} (x_3 - x_2)^2 \, f_{X1X2}(t_1,t_2) dx_3$ - коефіцієнт дифузії.

Обидва рівняння (1.33) і (1.34) належать до класу параболічних диференціальних рівнянь у часткових похідних. У рівнянні (1.32) змінними є x_1 і $t \leq t_1$, а змінні x_2 і t_1 входять до умови $f_{X1X2}(t,t_1)=\delta(x_2-x_1)$. У рівнянні (1.33) змінними є x_2 і $t_1 \geq t$, а змінні x_1 і t входять лише через початкову умову $f_{X1X2}(t,t_1)=\delta(x_2-x_1)$.

Для нормального випадкового процесу умовна щільність розподілу з нульовим середнім, дисперсією σ^2 і коефіцієнтом кореляції r, має вигляд [62]

$$f_{X1X2}(x_1,x_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi(1-r^2)}} \exp\left[-\frac{(rx_1 - x_2)^2}{2\sigma^2(1-r^2)}\right], \quad (1.34)$$

$$f_{X1X2}(0,t_1)=\delta(x_2-x_1). \qquad (1.35)$$

Головним недоліком рівнянь Колмогорова є те, що вони призначені лише для нормальних розподілів з експоненціальною кореляційною функцією.

Прямий метод визначення кореляційної функції при нелінійному перетворенні базується на розкладенні у ряд та двомірній щільності імовірності процесу на вході нелінійного перетворення. Кореляційна функція розраховується за формулою [30, 41]

$$R_{X1,X2}(x_1,x_2)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n(x_1)c_n(x_2)a_n(x_1,x_2), \qquad (1.36)$$

де $c_n(x)=\int_{-\infty}^{\infty}N(x)Q_n(x)\,f_{X1}(x_1)dx$,

$$a_n(x_1,x_2)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f_{X1X2}(x_1,x_2)Q_n(x_1)Q_n(x_2)dx_1dx_2\ ,$$

$N(x)$ – функція нелінійного перетворення;

$f_X(x)$ – одномірна щільність розподілу імовірностей;

$f_{X1X2}(x_1,x_2,)$ – двомірна щільність розподілу;

$Q_n(x_1)$ і $Q_n(x_2)$ – системи ортогональних поліномів.

Якщо випадковий процес представляє суму детермінованого процесу $S(t)$ і стаціонарного нормального $x(t)$ з нульовим середнім, то його кореляційна функція розраховується за формулою [30, 41]

$$R_{X1X2}(x_1,x_2)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n(x_2)c_n(x_2+x_1)\frac{r_{x1}{}^n}{n!}. \qquad (1.37)$$

Якщо детермінована частина нормального процесу відсутня ($S\equiv 0$), то кореляційна функція має вигляд [30, 41]

$$R_{X1X2}(x_1)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n^2\frac{r_{x1}{}^n}{n!}, \qquad (1.38)$$

де $c_n=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}N(\sigma x)H_n(x)e^{-\frac{x^2}{2}}dx$,

$H_n(x)$ – поліном Ерміта n-го порядку.

Функція $N(x)$, яка є аналітичним представленням характеристики нелінійного перетворення, апроксимується степеневими рядами або параболою [30, 41].

Інший метод – *метод контурних інтегралів*. Він полягає у використанні того, що характеристики деяких нелінійних елементів можна представити через контурний інтеграл виду [38]

$$N(x) = \frac{1}{2\pi}\int_e g(iu)e^{ixu}du, \tag{1.39}$$

де $g(iu) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} N(x)e^{-ixu}dx$.

Тоді кореляційна функція має вигляд

$$R_{X1X2}(x_1, x_2) = \sum_{n=0}^{\infty} d_n(x_1)d_n(x_2)b_n(x_1, x_2), \tag{1.40}$$

де $d_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int_e g(iu)M_n(u,x)\theta_1(u,x)dx$,

$b_n(x_1,x_2)$ – функції, які, як і $a_n(x_1,x_2)$, залежать лише від кореляційних характеристик процесу на вході і не залежать від нелінійності;

$\theta_1(u, x)$ – одномірна характеристична функція процесу на вході нелінійного елементу;

$M_n(u,x)$ – поліном n-го степеня.

Для знаходження кореляційної функції нормального випадкового процесу зручно застосовувати *метод похідних*. Він полягає у знаходженні похідних кореляційної функції за коефіцієнтом кореляції вхідного нормального процесу, після чого шукана кореляційна функція знаходиться елементарним інтегруванням [38].

Таким чином, обчислення кореляційної функції після нелінійного статичного перетворення нормального випадкового процесу зводиться до розв'язання звичайного диференційного рівняння k-го порядку [38] виду

$$\frac{d^k R_X(P)}{dP^k} = H(P), \tag{1.41}$$

де $H(P)$ – права частина рівняння.

Отже,

$$\left.\frac{d^r R_X(P)}{dP^r}\right|_{R_X=0} = \sigma^r m_{r1}m_{r2}, \; r = 0, 1, \ldots, \; k\text{-}1, \tag{1.42}$$

де $m_{ri} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} N^{(r)}(x) e^{-\frac{(x-a_i)^2}{2\sigma^2}} dx$, i = 1, 2.

Недоліком всіх вище зазначених методів є вузька галузь застосування, оскільки всі вони призначені для процесів з нормальним законом розподілу імовірностей.

Операторний метод узагальнення математичних операцій на стохастичні дані

Операторний метод є узагальненням математичних операцій у випадку стохастичних даних [2-7]. Він дозволяє наближено оцінити щільність розподілу вихідного сигналу $f_y(y)$, якщо відомі щільності розподілу вхідних сигналів $fx_1(x_1)$, $fx_2(x_2)$ та їх перший і другий моменти, включаючи взаємну кореляційну функцію $R_{X1X2}(x_1,x_2)$.

Нехай вхідні дані X_1 и X_2 розподілені за законами $f_{x1}(\chi_1)$, $f_{x2}(\chi_2)$ *та* їх взаємна кореляційна функція – $Rx_1x_2(\tau)$. Диференційний закон розподілу вихідної величини $f_y(y)$ може бути знайдений як результат інтегральної операторної операції вигляд:

$$f_Y(y) = \Phi_{XY}(f_X(\bar{\chi}), A, W) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(\bar{x}) \varphi(x, y, A, W) d\bar{x}, \quad (1.43)$$

де Φ_{XY} – інтегральний оператор, n – кількість вхідних величин, A та W - параметри алгебраїчного й інтегро-диференціального перетворень.

Вираз ядра $\varphi^{(1)}(x,y)$ для нелінійної алгебраїчної операції грунтується на відомій в теорії випадкових процесів формулі нелінійного перетворення випадкового процесу і рівнянні регресії. Вираз ядра для інтегро-диференціального перетворення грунтується на представленні такого перетворення інтегральною сумою (інтегралом Дюамеля).

1.3.2. Методи моделювання обробки нечітких даних

Нечіткі дані можна поділити на лінгвістичні і числові. Над лінгвістичними даними виконуються переважно множинні операції [1,52,53,59].

Операції над нечіткими множинами

а) *Доповненням* нечіткої множини A називається нечітка множина $\neg A$, функція належності якої дорівнює:

$$\mu^{\neg A}(x) = 1 - \mu^{A}(x),\ \forall x \in X\ . \qquad (1.44)$$

б) *Перетином* двох нечітких множин A і $B \subseteq X$ називається нечітка множина $A \cap B$, функція належності якої дорівнює:

$$\mu^{A \cap B}(x) = min\left[\mu^{A}(x), \mu^{B}(x)\right],\ \forall x \in X\ , \qquad (1.45)$$

в) *Об'єднанням* двох нечітких множин A і $B \subseteq X$ називається нечітка множина $A \cup B$, функція належності якої дорівнює:

$$\mu^{A \cup B}(x) = max\left[\mu^{A}(x), \mu^{B}(x)\right],\ \forall x \in X\ , \qquad (1.46)$$

Кардинальне число (потужність) нечіткої множини

$$A = \mu^{A}(x_1)/x_1 + \mu^{A}(x_2)/x_2 + \ldots + \mu^{A}(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^{n} \mu^{A}(x_i)/x_i \qquad (1.47)$$

знаходиться таким чином: $\text{card}\, A = |A| = \sum_{i=1}^{n} \mu^{A}(x_i)$.

Наведені визначення операцій над нечіткими множинами є найбільш поширеними, проте існують й інші визначення, що використовують $t-$ та $s-$ норми.

Визначення 1.2. $t-$*нормою* називається відображення $t : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$, якщо:

а) $a\ t\ 1 = a$

б) $a\ t\ b = b\ t\ a$

в) $a\ t\ b \geq c\ t\ d$, якщо $a \geq c,\ b \geq d$

г) $a\ t\ b\ t\ c = a\ t\ (b\ t\ c)$.

Приклади $t-$норм:

$min(a,b)$ - найбільш поширена,

$a \cdot b$,

$1 - min\left[1, \left((1-a)^p + (1-b)^p\right)^{1/p}\right],\ p \geq 1$.

Визначення 1.3. $s-$*нормою* називається відображення $s : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$, якщо:

а) $a\ s\ 0 = a$

б) $a\ s\ b = b\ s\ a$

в) $a\ s\ b \geq c\ s\ d$, якщо $a \geq c,\ b \geq d$

г) $a\ s\ b\ s\ c = a\ s\ (b\ s\ c)$.

Принципи узагальнення математичних операцій на нечіткі дані

Принципи узагальнення були розроблені для того, щоб для нечітких даних можна було застосовувати арифметичні та алгебраїчні операції, які використовуються для звичайних достовірних даних.

Базовий принцип узагальнення – це принцип узагальнення Заде, який полягає в наступному.

Якщо задана функція від k змінних $y=g(x_1,x_2,..x_k)$ і аргументи x_i - нечіткі числа $\tilde{x}_i$ з носіями $supp\,\tilde{x}_i = [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$, $i=\overline{1,k}$ то нечітке число $\tilde{y} = g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, ..., \tilde{x}_k)$ визначається в такий спосіб :

$$\mu_{\tilde{y}}(y^*) = \sup_{\substack{g(x_1^*, x_2^*, ..., x_k^*) = y^* \\ x_i^* \in supp\,\tilde{x}_i, \quad i=\overline{1,k}.}} inf\left(\mu_{\tilde{x}_1}(x_1^*), ..., \mu_{\tilde{x}_n}(x_k^*)\right) \qquad (1.48)$$

Алгоритм принципу узагальнення Заде [1,52,53].

1. Фіксується значення $y = y^*$.

2. Знаходяться всі k-ті $\{x_{1j}^*, x_{2j}^*, ..., x_{kj}^*\}$, що задовольняють умовам:

$$y^* = g(x_{1j}^*, x_{2j}^*, ..., x_{kj}^*),\ x_{ij}^* \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i],\ i=\overline{1,k},\ j=\overline{1,m}. \qquad (1.49)$$

3. Визначається ступінь належності елемента y^* нечіткому числу $\tilde{y}$ за формулою:

$$\mu_{\tilde{y}}(y^*) = \sup_{j=\overline{1,m}} inf\left(\mu_{\tilde{x}_1}(x_{1j}^*), \mu_{\tilde{x}_2}(x_{2j}^*), ..., \mu_{\tilde{x}_n}(x_{kj}^*)\right) . \qquad (1.50)$$

4. Перевіряється умова чи взяті всі елементи y^*. Якщо "так", то переходять до кроку 5, інакше фіксують нове значення y^* і переходять до кроку 2.

5. Кінець.

Основні арифметичні операції над нечіткими числами у відповідності до принципу узагальнення мають вигляд:

- додавання $\mu^{A+B}(z) = \max\limits_{z=x+y} \min\left[\mu^A(x), \mu^B(y)\right],\ \forall x, y, z \in \Re$

- віднімання $\mu^{A-B}(z)=\max\limits_{z=x-y}\min\left[\mu^{A}(x),\mu^{B}(y)\right],\ \forall x,y,z\in\Re$
- множення $\mu^{A*B}(z)=\max\limits_{z=x*y}\min\left[\mu^{A}(x),\mu^{B}(y)\right],\ \forall x,y,z\in\Re$
- ділення $\mu^{A/B}(z)=\max\limits_{z=x/y,y\neq 0}\min\left[\mu^{A}(x),\mu^{B}(y)\right],\ \forall x,y,z\in\Re$

Якщо $y=g(x_1,x_2,..x_k)$ - функція від k нечітких аргументів $\tilde{x}_i$, кожний із яких задається функцією належності в n точках універсальної множини

$$\tilde{x}_i=\sum_{j=1}^{n}\mu_{\tilde{x}_i}(x_{ij})/\ x_{ij}\ ,\ i=\overline{1,k}\,, \tag{1.51}$$

то для визначення нечіткого числа $\tilde{y}$ за принципом узагальнення Заде необхідно перебрати $N=n^k$ варіантів.

Для вдосконалення принципу узагальнення Заде ввели принцип α-рівневого узагальнення [1,52,53].

Якщо задана функція від нечітких аргументів $y=g(x_1,x_2,..x_k)$, у котрої нечіткі числа подані у вигляді розкладання по α-рівневим множинам:

$$\tilde{y}=\bigcup_{\alpha\in[0,1]}\left(\underline{y}_{\alpha},\overline{y}_{\alpha}\right), \tag{1.52}$$

$$\tilde{x}_i=\bigcup_{\alpha\in[0,1]}\left(\underline{x}_{i\alpha},\overline{x}_{i\alpha}\right),\ i=\overline{1,k}\,. \tag{1.53}$$

то для будь-якого α-рівня значення функції обчислюється за формулами:

$$\underline{y}_{\alpha}=\inf\left(f\left(x^{*}_{1\alpha},x^{*}_{2\alpha},\ldots,x^{*}_{k\alpha}\right)\right); \tag{1.54}$$

$$\overline{y}_{\alpha}=\sup\left(f\left(x^{*}_{1\alpha},x^{*}_{2\alpha},\ldots,x^{*}_{k\alpha}\right)\right), \tag{1.55}$$

де $x^{*}_{i\alpha}\in\left[\underline{x}_{i\alpha},\overline{x}_{i\alpha}\right],\ i=\overline{1,k}\,.$

У LR формі $\alpha-$рівень множини A згідно [1,52,53]

$$[A]^{\alpha}=[q_{-}-\rho L^{-1}(\alpha),q_{+}+\beta R^{-1}(\alpha)],\ \alpha\in[0,1]. \tag{1.56}$$

При застосуванні α-рівневого принципу узагальнення необхідно розв'язувати оптимізаційну задачу, яка полягає в наступному: дана функція від *k* змінних $y=g(x_1,x_2,..x_k)$, у якій аргументи $x_i \in \left[\underline{x}_i, \overline{x}_i\right]$, $i=\overline{1,k}$ і потрібно знайти такі значення аргументів $x_1^*, x_2^*, ..., x_k^*$, що забезпечують максимальне $(\overline{y})$ і мінімальне $(\underline{y})$ значення функції $y=g(x_1,x_2,..x_k)$ на області визначення $x_i \in \left[\underline{x}_i, \overline{x}_i\right]$, $i=\overline{1,k}$. При цьому для спрощення рішення задачі вводять ряд обмежень, властивих реальним моделям, що дозволяє одержати простий алгоритм.

Припустимо, що функція $y=g(x_1,x_2,..x_k)$ задовольняє таким обмеженням:

- Область зміни будь-якого аргументу неперервна.
- На області визначення функція диференційована.
- Множину аргументів $X=\{x_1, x_2, ..., x_k\}$ можна представити об'єднанням не більш, ніж трьох підмножин $X = X_1 \cup X_2 \cup X_3$ причому:

$$X_1 \cap X_2 = X_1 \cap X_3 = X_2 \cap X_3 = \varnothing; \tag{1.57}$$

$$X_1 = \left\{x_r : \frac{\partial y}{\partial x_r} \geq 0\right\} \quad \left(r=\overline{1, p_1}\right); \tag{1.58}$$

$$X_2 = \left\{x_s : \frac{\partial y}{\partial x_s} \leq 0\right\} \quad \left(s=\overline{1, p_2}\right); \tag{1.59}$$

$$X_3 = \left\{ x_l : \operatorname{sign}\left(\frac{\partial y}{\partial x_l}\right) = h_l\left(x_r, x_s\right)\right\}; \tag{1.60}$$

$$\left(l=\overline{1, p_3} \;;\; p_1 + p_2 + p_3 = n\right). \tag{1.61}$$

$\frac{\partial y}{\partial x_l} = g_l\left(x_r, x_s\right)$ - знакозмінна функція і для усіх $x_l \in X_3$, знак похідної $\frac{\partial y}{\partial x_l}$ не залежить від x_l тобто :

$$\operatorname{sign}\left(\frac{\partial y}{\partial x_l}\right) \neq h\left(x_l\right). \tag{1.62}$$

Досконалішим є модифікований принцип узагальнення [53], за яким нечітким узагальненням $\tilde{y} = g\left(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, ..., \tilde{x}_k\right)$ називається число

$$\tilde{y} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left\{ f\left(\underline{x}_{r_\alpha}, \overline{x}_{s_\alpha}, x_{l_\alpha}^{I}\right), f\left(\overline{x}_{r_\alpha}, \underline{x}_{s_\alpha}, x_{l_\alpha}^{II}\right)\right\}, \tag{1.63}$$

де $x_{l_\alpha}^{I} = \begin{cases} \underline{x}_{l_\alpha}, & g_l\left(\underline{x}_r, \bar{x}_s\right) \geq 0 \\ \bar{x}_{l_\alpha}, & g_l\left(\underline{x}_r, \bar{x}_s\right) < 0 \end{cases}$;

$x_{l_\alpha}^{II} = \begin{cases} \bar{x}_{l_\alpha}, & g_l\left(\bar{x}_r, \underline{x}_s\right) \geq 0 \\ \underline{x}_{l_\alpha}, & g_l\left(\bar{x}_r, \underline{x}_s\right) < 0 \end{cases}$.

Методику нечіткого узагальнення аналітичних моделей можна подати у такоому алгоритмі [52,53]:

1. Представити вихідну математичну модель у вигляді функції

$$y = f\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) . \tag{1.64}$$

2. Визначити границі зміни аргументів: $x_i \in \left[\underline{x}_i, \bar{x}_i\right]$, $i = \overline{1,n}$.

3. Знайти часткові похідні $\frac{\partial y}{\partial x_i}$ $\left(i = \overline{1,n}\right)$.

4. Позначити:

x_r - аргументи, для яких $\frac{\partial y}{\partial x} \geq 0$ на всій області визначення;

x_s - аргументи, для яких $\frac{\partial y}{\partial x_s} \leq 0$ на всій області визначення;

x_l - аргументи, для яких $\frac{\partial y}{\partial x_l}$ є знакозмінною функцією і її знак залежить тільки від значень x_r аргументів x_s і , тобто

$$\frac{\partial y}{\partial x_l} = g_l\left(\, x_r, x_s\right). \tag{1.65}$$

5. Записати нечітку математичну модель $\tilde{y} = g\left(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, ..., \tilde{x}_k\right)$, у виді:

$$\tilde{y} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left\{ f\left(\underline{x}_{r_\alpha}, \bar{x}_{s_\alpha}, x_{l_\alpha}^{I}\right), f\left(\bar{x}_{r_\alpha}, \underline{x}_{s_\alpha}, x_{l_\alpha}^{II}\right) \right\}, \tag{1.66}$$

де $x_{l_\alpha}^{I} = \begin{cases} \underline{x}_{l_\alpha}, & g_l\left(\underline{x}_r, \bar{x}_s\right) \geq 0 \\ \bar{x}_{l\alpha}, & g_l\left(\underline{x}_r, \bar{x}_s\right) < 0 \end{cases}$;

$x_{l_\alpha}^{II} = \begin{cases} \bar{x}_{l_\alpha}, & g_l\left(\bar{x}_r, \underline{x}_s\right) \geq 0 \\ \underline{x}_{l_\alpha}, & g_l\left(\bar{x}_r, \underline{x}_s\right) < 0 \end{cases}$.

Всі вище описані принципи узагальнення дозволяють оперувати лише з нечіткими даними і не передбачають оцінку аналітичних залежностей, в яких виконуються спільна обробка нечітких та стохастичних величин, тому їх галузь використання обмежена.

1.4. Аналіз взаємозв'язку між теорією ймовірності та нечіткою логікою

Мінімальна вимога до імовірностей – адитивність, нормованість і виконання аксіоми доповнення. Тобто сума ймовірностей повної групи подій повинна дорівнювати одиниці, чи для безперервних величин інтеграл від функції щільності розподілу ймовірностей повинен дорівнювати одиниці. Традиційні визначення нечітких величин не відповідають цій вимозі. Але фактично, з математичної точки зору, нечіткі множини й імовірність існують як частини більшої узагальнюючої інформаційної теорії, яка також включає випадкові множини, імовірнісні інтервали, теорію можливості, нечіткі критерії і таке інше [63].

Принципова відмінність теорії ймовірності від теорії можливості полягає в тому, що в цих теоріях по-різному виконується аксіома доповнення:

$$P(A)+P\left(\overline{A}\right)=1 \quad \text{– для теорії імовірності,}$$

$$\pi(A)+\pi\left(\overline{A}\right)\neq 1 \quad \text{– для теорії можливості [1],}$$

де $\pi(A)$ - розподіл можливості.

Можна розглядати використання ймовірностей в операціях над нечіткими числами з врахуванням їх взаємодії. При цьому на нечіткі ймовірності потрібно накладати обмеження $\sum_{j=1}^{n}\overline{\mathrm{p}}_j=1$ [58].

Коренем відмінності між нечіткою логікою та теорією імовірності є різниця між поняттям імовірності і ступенем належності.

Перше показує імовірність того, що твердження істинне. Твердження є істинним або хибним, але не все разом. Імовірність вказує на можливість будь-якого результату. Ступінь належності – це істинне твердження, що представляє степінь належності змінної, тобто може

бути тільки один результат – степінь належності до певної множини [63].

Але разом з тим існують роботи, які проводять аналогію між положеннями теорії імовірності та розрахунками середнього, математичного сподівання і дисперсії нечіткого числа, та інтервальними оцінками [84].

Відповідно [84], якщо A є нечітке число, то його нижнє і верхнє імовірнісне середнє значення розраховується, виходячи з (1.30)

$$E_*(A) = q_- - \rho\int_0^1 L(x)dx, \qquad (1.67)$$

$$E^*(A) = q_+ + \beta\int_0^1 R(x)dx, \qquad (1.68)$$

(носій нечіткого числа A обмежений) і нижнє та верхнє можливе середнє значення одержується як

$$M_*(A) = 2\int_0^1 \alpha(q_- - \rho L^{-1}(\alpha))d\alpha = q_- - \rho\int_-^1 \alpha L^{-1}(\alpha)d\alpha \qquad (1.69)$$

$$M^*(A) = 2\int_0^1 \alpha(q_+ + \beta R^{-1}(\alpha))d\alpha = q_+ + \beta\int_-^1 \alpha R^{-1}(\alpha)d\alpha\,. \qquad (1.70)$$

Також в [84] стверджується, що якщо A – нечітке число LR-форми зі строго монотонно спадаючою і неперервною функцією, тоді його інтервально-оцінене можливе середнє є відповідною підмножиною інтервально-оціненого імовірнісного середнього

$$E(A) \subset M(A). \qquad (1.71)$$

Доводиться, що точки з малим значенням ступеня належності вважаються менш важливими у визначенні нижнього та верхнього можливого середнього значення, ніж у відповідному визначенні імовірнісного.

Лише в окремому випадку, коли $A = (q_-, q_+, 0, 0)$, можливе та імовірнісне середнє значення рівні

$$E(A) = M(A) = [q_-, q_+]. \qquad (1.72)$$

Якщо A і B – нечіткі числа з $[A]^\alpha = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$ і $[B]^\alpha = [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$, $\alpha \in [0,1]$, то

$$A \le B \Leftrightarrow \int_0^1 \alpha(a_1(\alpha) + a_2(\alpha))d\alpha \le \int_0^1 \alpha(b_1(\alpha) + b_2(\alpha))d\alpha \qquad (1.73)$$

Тоді дисперсія *A*:

$$D_A^{(2)} = \frac{1}{2}\int_0^1 \alpha(a_2(\alpha) - a_1(\alpha))^2 \, d\alpha, \qquad (1.74)$$

де $Pos[A \le a_1(\alpha)] = \prod(-\infty, a_1(\alpha)) = \sup_{x \le a_1(\alpha)} A(x) = \alpha$.

Дисперсія *A* визначається як значення математичного сподівання квадратичних відхилень між середнім арифметичним і кінцевими точками його рівнів множини (α-рівнів), тобто нижнє можливе-зважене середнє квадратичної відстані між лівою кінцевою точкою і середнім арифметичним значенням кінцевих точок його α-рівнів плюс верхнє можливе-зважене середнє квадратичної відстані між правою кінцевою точкою і середнім арифметичним кінцевих точок його α-рівнів.

Дисперсія нечіткого числа А інваріантна до зсуву і за [84] визначається

$$\sigma_A = \sqrt{D_A^{(2)}}. \qquad (1.75)$$

Наприклад, якщо *A = (a,*ρ,β*)* трикутне нечітке число, то

$$D_A^{(2)} = \frac{1}{2}\int_0^1 \alpha(a + \beta(1-\alpha) - (a - \rho(1-\alpha)))^2 \, d\alpha = \frac{(\rho+\beta)^2}{24}. \qquad (1.76)$$

Якщо *A = (a,* ρ*)* – симетричне трикутне нечітке число, тоді

$$D_A^{(2)} = \frac{\rho^2}{6}. \qquad (1.77)$$

Якщо *A* є характеристичною функцією чіткого інтервалу *[a,b]*, тоді

$$D_A^{(2)} = \frac{1}{2}\int_0^1 \alpha(b-a)^2 \, d\alpha = \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 \qquad (1.78)$$

тобто

$$\sigma_A = \frac{b-a}{2}, \qquad (1.79)$$

$$\overline{M}(A) = \frac{b+a}{2}. \qquad (1.80)$$

В теорії імовірності відповідний результат: якщо два можливих результати імовірнісної змінної мають рівні імовірності, то значення математичного сподівання – це їх середнє арифметичне значення і дисперсія дорівнює половині їхньої відстані.

Коваріація між нечіткими числами A і B визначається за [84] як

$$Cov(A,B) = \frac{1}{2}\int_0^1 \alpha(a_2(\alpha) - a_1(\alpha))(b_2(\alpha) - b_1(\alpha))d\alpha. \qquad (1.81)$$

Дисперсія лінійної комбінації нечітких чисел розраховується в такий же спосіб як в теорії імовірності.

Якщо $\lambda, \mu \in R$ і A і B нечіткі числа, то

$$D^{(2)}_{A,B}(\lambda A + \mu B) = \lambda^2 D^{(2)}_A + \mu^2 D^{(2)}_B + 2|\lambda\mu| Cov(A,B), \qquad (1.82)$$

де додавання та множення скаляра нечітких чисел визначається принципом макс-мінної композиції.

Наприклад, A = (a, ρ) і B = (b,β) – трикутні нечіткі числа та λ і μ - дійсні числа. Тоді

$$D^{(2)}_{A,B}(\lambda A + \mu B) = \lambda^2 \frac{\rho^2}{6} + \mu^2 \frac{\beta^2}{6} + 2|\lambda\mu| \frac{\rho\beta}{6} = \frac{(|\lambda|\rho + |\mu|\beta)^2}{6},$$

що співпадає з дисперсією симетричного трикутного нечіткого числа

$$\lambda A + \mu B = (\lambda a + \mu b, |\lambda|\rho + |\mu|\beta).$$

Ще одне важливе питання взаємовідношення між підмножинами і дисперсією нечітких чисел. Якщо $A \subset B$ $(A(x) \le B(x), \ \forall x \in R)$, то $D^{(2)}_A \le D^{(2)}_B$, бо A вважається більш сильним обмеженням, ніж B [84].

Отже, інтервальні визначення нечіткої арифметики аналогічні відповідним визначенням теорії імовірності.

З проведеного аналізу сучасних підходів до моделювання систем керування в умовах невизначеності можна зробити **висновок** про необхідність розробки методу моделювання, який дозволяє використовувати одночасно як статистичну, так і нечітку інформацію. Розробка такої єдиної методології можлива, на що вказують певні наукові публікації. Разом з тим слід враховувати розбіжності аксіоматики теорії ймовірності й нечіткої математики.

2. МЕТОД УЗАГАЛЬНЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ

Проведений аналіз та порівняння методів моделювання систем керування в умовах невизначеності свідчить про те, що просте поєднання в одній моделі нечітких та стохастичних даних неможливе через відмінності як в аксіоматичних основах, так і у правилах виконання основних математичних операцій. Пропонується підхід до розв'язання цієї задачі на основі утворення нової формальної системи узагальнюючих функцій, яка має зв'язок як з нечіткою, так і з стохастичною системами.

2.1. Побудова формальної системи узагальнення нечітких та стохастичних даних

Одним з основних способів побудови математичної теорії є аксіоматичний метод, який зародився ще в працях давньогрецьких геометрів [64]. Подальший розвиток він отримав в роботах Д. Гільберта [65] та його школи у вигляді так званого методу формалізму, який передбачає на першому етапі символізацію теорії, а на другому етапі – проведення дедуктивного аналізу теорії та виділення аксіом. В рамках цього напрямку було введено поняття формальної системи. Будь-яка формальна система будується як точно окреслений клас виразів – формул, в якому деяким точним чином виділяється підклас формул, що називаються теоремами даної формальної системи [66-68]. Загальна схема побудови формальної системи S передбачає визначення мови системи (алфавіту та правил утворення), аксіом системи та правил виведення.

Формальна система *G* узагальнюючих функцій складається з алфавіту (позначення констант, змінних різних типів, узагальнюючих функцій, операцій, операторів, роздільників, предикатів); правил утворення формул (у просторі невизначених даних і у просторі УФ); правил переходу від формальних систем чітких чисел R, випадкових величин P, нечітких чисел A до системи G (правил узагальнення, які включають правила узагальнення даних і правила узагальнення формул) і назад (правил конкретизації – для практичних застосувань цікава лише конкретизація даних); системи аксіом; правил виведення.

Перетворення R-формул на G-формули здійснюється за допомогою правил узагальнення формул, реалізованих у вигляді алгоритму

трансляції. Алгоритм трансляції є модифікацією алгоритму перетворення інфіксного запису на постфіксний з наступною інверсією у префіксний запис. Зручним представленням такого запису є проходження орієнтованого графу операцій у зворотному напрямку.

2.1.1.Узагальнююча функція

УФ – це додатньо визначена функція на проміжку можливих значень аргументу, яка позначається β(x) і характеризує можливість π або ймовірність P прийняття аргументом значення [75-77] з певного інтервалу $[x_1, x_2]$, $x_1 \in B$, $x_2 \in B$, за правилами

$$p = \frac{\int_{x_1}^{x_2} [\beta(x)]dx}{\int_{B} [\beta(x)]dx}, \tag{2.1}$$

$$\pi = \frac{\int_{x_1}^{x_2} [\beta(x)]dx}{\max\limits_{B} \int_{[x_{i-1}, x_i]} [\beta(x)]dx}, \tag{2.2}$$

де $x_{i-1}, x_i \subset B$, i = 1 … n, n – кількість інтервалів розбиття B.

2.1.2. Константи

Константи є різновидом даних, які мають постійне значення і можуть бути визначені і невизначені.

Визначені константи мають визначене числове значення і позначаються C або c.

Невизначені константи визначаються УФ і позначаються $\beta(c)$.

2.1.3. Змінні

Змінні – це різновид даних, значення яких може змінюватись або визначатись у процесі розв’язання конкретної задачі.

Змінні, як і константи, можуть бути визначеними і невизначеними, причому невизначенні змінні характеризуються узагальнюючою функцією.

2.1.5. Операції

Операції над даними розділяються на бінарні (двомісні), унарні (одномісні або функції) та граничні (диференціювання та інтегрування).

Операції над достовірними даними позначаються звичайним способом (+, -, *, /, sin, . . .). Якщо ж хоча б один з операндів операції є невизначеним, то знак операції – підкреслюється знаком ~.

Визначення. Результатом унарної операції O над невизначеним даним $x_1 \in B_1$ є така невизначена величина, для якої

$$\int_{B_2} \beta(x_2)dx_2 = \int_{B_1} \beta(x_1)dx_1, \qquad (2.3)$$

причому

$$B_1 \subset B, \;\; B_2 \subset B,$$
$$B_1 : \forall x_1 \to x_2 = o(x_1).$$

Визначення.

Результатом бінарної операції O над невизначеними даними $x_1 \in B_1$ і $x_2 \in B_2$ є така невизначена величина $x_3 \in B_3$, для якої

$$\int_{B_3} \beta(x_3)dx_3 = \int_{B_1}\int_{B_2} \beta(x_1, x_2)dx_1 dx_2 \qquad (2.4)$$

причому

$$B_1 \subset B, \;\; B_2 \subset B, \;\; B_3 \subset B,$$
$$B_3 : \forall x_1, x_2 \to x_3 = x_1 o x_2.$$

Визначені також відносини порівняння невизначених даних в системі *G*:

Визначення. Невизначені дані *x, y* вважаються рівними $X \cong Y$ якщо $\beta_X = \beta_Y$.

Визначення. Для невизначених даних $X \geq Y$ якщо $Z = X - Y$ і

$$\int_0^{+\infty} \beta_Z dz > \int_{-\infty}^{0} \beta_Z dz \qquad (2.5)$$

Визначення. Невизначена величина $x`$ є загостренням невизначеної величини *x* якщо:

1. $X_x = X_{x`}$, де *X* – область невизначеності величини (область визначення УФ);
2. $M_x = M_{x`}$, де *M* – мода УФ;

3. $\exists [a,b]: M_{X`} \in [a,b]; \quad \forall x \in (a,b) \to \beta_{X`}(x) > \beta_X(x);$

$\forall x \notin [a,b] \to \beta_{X`}(x) < \beta_X(x);$

$(x = a) \vee (x = b) \to \beta_{X`}(x) = \beta_X(x).$

2.1.5. Оператори

Оператори в моделюванні систем керування в умовах невизначеності є узагальненням операцій на випадок невизначених даних, оскільки вони ставлять у відповідність невизначеним початковим даним, заданим у вигляді УФ, невизначений результат теж у вигляді УФ.

Позначення операторів:

- унарні $\Phi^{(1)}$;
- бінарні $\Phi^{(2)}$;
- граничні (інтегро-диференціальні, динамічні) $\Phi^{(n)}$ (Примітка: сенс параметра n розкривається у п.2.3).

Нехай X і Y - множини довільної природи. Нехай $D \subseteq X$, тобто в X виділена підмножина D. Якщо кожному елементу $x \in D$ ставиться у відповідність певний елемент $y \in Y$, то говорять, що задано оператор y=A(x). При цьому множина D називається областю визначення оператора F і позначається D_A. Схематично дію оператора можна зобразити:

$X \supseteq D_A \xrightarrow{A} R_A \subseteq Y$, а кратко: $A: X \to Y$.

Замість терміна «оператор» можна користуватися ідентичними термінами «функція», «відображення». Термін «функція» вживається у випадку, коли X та Y – кінцевомірні лінійні простори, а термін «відображення» – у питаннях геометричного характеру [69,70].

Оператори розділяються [69-73] на лінійні та нелінійні; лінійні на обмежені, неперервні, напівнеперервні, посилено і слабо неперервні,

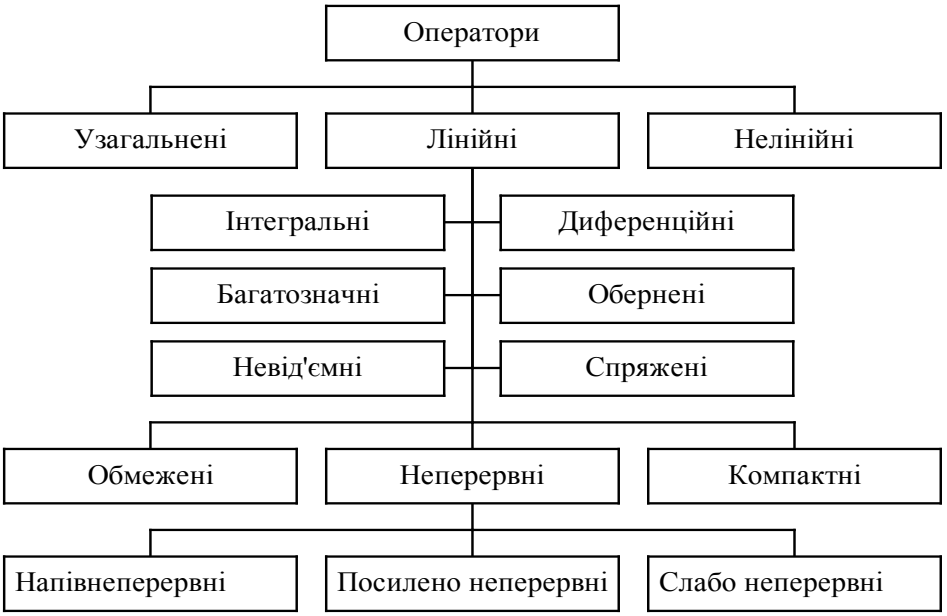


Рис. 2.1 Класифікація операторів

компактні; на інтегральні, диференційні, нульовий та одиничний оператори; виділяють також спряжені, невід'ємні, багатозначні та обернені оператори (рис.2.1).

Відображення A з X в Y називається *лінійним оператором* (з X в Y), якщо

1) $Д_A$ – лінійна множина, тобто з того, що $f, g \in Д_A$ випливає, що $sf + rg \in Д_A$ (s,r – припустимі скаляри);

2) $A(sf + rg) = sA(f) + rA(g)$.

Умова 2) вказує на дві властивості лінійного оператора – це однорідність ($A(sf) = sA(f)$) та дистрибутивність ($A(f + g) = A(f) + A(g)$).

Лінійний оператор $A: X \to Y$, $Д_A = X$ може бути *обмеженим*, якщо існує така стала C, що

$$\|Af\|_Y \le C\|f\|_X \text{ для всіх } f \in X.$$

Найменша стала, для якої така нерівність справедлива, називається нормою оператора A.

Обмежений лінійний оператор є *неперервним*.

Нехай в евклідовому просторі E дано обмежений лінійний оператор A. Припустимо, що існує такий оператор A^*, який визначений в E, що

$$(Af, g) = (f, A^* g), \quad \forall f, g \in E.$$

Оператор A^* називається *спряженим* до A.

Лінійний оператор A, що відображає евклідовий простір E в себе, називається *самоспряженим*, якщо він співпадає зі своїм спряженим

$$(Af, g) = (f, Ag), \quad \forall f, g \in E.$$

Інтегральним оператором називають такий оператор K з областю визначення $D_K = C[a,b]$, що [74]

$$Ky = \int_a^b k(t,\tau) y(\tau) d\tau . \tag{2.6}$$

Інтегральний оператор K в $C[a,b]$ з неперервним ядром $k(t,\tau) \in C(Q)$ є нуль-оператором тільки тоді, коли $k(t,\tau) \equiv 0$ при $(t,\tau) \in Q$ [74].

Інтегральний оператор з неперервним ядром має ненульову норму.

Інтегральний оператор з виродженим ядром має вигляд

$$Ky = \int_a^b \sum_{i=1}^{p} \Phi_i(x) \psi_i(\xi) y(\xi) d\xi .$$

Лінійний оператор A називається *цілком неперервним*, якщо він будь-яку обмежену множину перетворює в множину, компактну в E.

Серед множини операторів виділяють узагальнені оператори.

Під узагальненим оператором A на області визначення D_A розуміють відображення, яке представляється алгоритмом, що відповідає властивостям однозначності, детермінованості та результативності для всіх $x \in D_A$.

Інтегральний оператор, в якому ядро $k(t,\tau)$ виражається через узагальнені функції [40], належить до класу узагальнених операторів.

В системі G розглядаються узагальнені оператори, визначені на множині узагальнюючих функцій

$$\beta_Y = \hat{O} \beta_X = \int_{D_X} \varphi(x,y) \beta_X(x) dx . \tag{2.7}$$

2.1.6. Правила утворення формул

Формули в системі моделювання за допомогою УФ записуються у два способи:

- з використанням операцій над визначеними та невизначеними даними;

- з використанням операторів над УФ.

Формули першого типу утворюються у традиційний спосіб з використанням операцій за п. 2.1.4

Формули другого типу мають вигляд

«*оператор*×*операнд* (*u*) »,

наприклад

$$\Phi^{(2)}\beta_x\beta_y \tag{2.8}$$

або

$$\Phi^{(1)}\beta_z. \tag{2.9}$$

Операндом може бути або УФ, або результат її операторного перетворення. В останньому випадку формула буде містити декілька операторів, наприклад

$$\Phi^{(2)}\beta_x\Phi^{(1)}\beta_y. \tag{2.10}$$

Для більшої прозорості порядок виконання операторів може роз'яснюватись за допомогою квадратних дужок, наприклад

$$\Phi^{(2)}\beta_x[\Phi^{(1)}\beta_y], \tag{2.11}$$

але у будь-якому випадку оператори виконуються справа наліво.

При необхідності параметри УФ та операторів можуть вказуватися біля них у круглих дужках.

У складних формулах, де зустрічаються декілька однотипних операторів, оператори індексуються.

2.1.7. Правила узагальнення даних

Узагальнююча функція $\beta(x)$:

1. Для достовірного x, значення якого визначається статистично з похибкою Δ_X, збігається за властивостями із щільністю (диференціальним законом) розподілу ймовірностей, рис.2.2

$$\beta(x)=f_X(x); \tag{2.12}$$

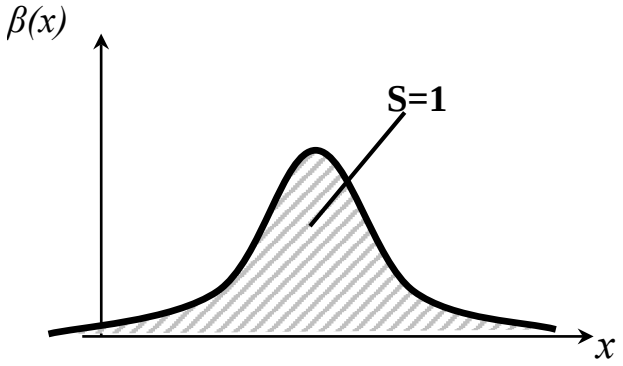


Рис.2.2 Узагальнююча функція стохастичної величини

2. Для достовірного x_0, значення якого визначається точно (рис.2.3)

$$\beta(x)=\delta(x-x_0), \tag{2.13}$$

де $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака;

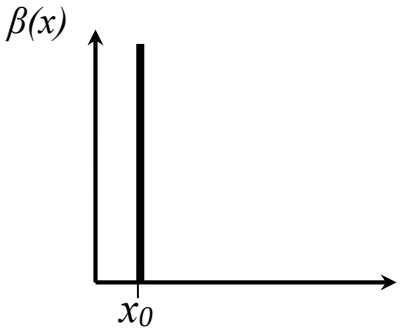


Рис. 2.3 Узагальнююча функція достовірної величини

3. Для нечіткого x, значення якого задається функцією належності (рис.2.4)

$$\beta(x)=\mu_н(x), \tag{2.14}$$

де $\mu_н(x)$ – нормована функція належності;

$$\mu_H(x)=\frac{\mu(x)}{\int\limits_{X}\mu(x)\mathrm{dx}}, \tag{2.15}$$

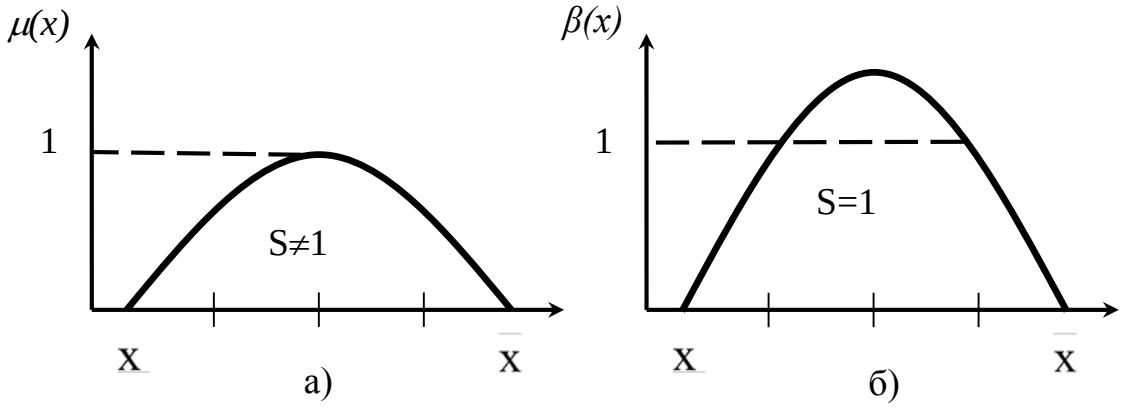


Рис. 2.4 Функції нечіткої величини: а – функція належності, б – узагальнююча функція.

$\mu(x)$ - функція належності з операцією диз'юнкції

$$\mu\left[\left(x \in \left\{\underline{x}_1, \overline{x}_1\right\}\right) \cup \left(x \in \left\{\underline{x}_2, \overline{x}_2\right\}\right)\right] = \mu\left(x \in \left\{\underline{x}_1, \overline{x}_1\right\}\right) + \mu\left(x \in \left\{\underline{x}_2, \overline{x}_2\right\}\right) \quad (2.16)$$

і операцією кон'юнкції

$$\mu\left[\left(x_1 \in \left\{\underline{x}_1, \overline{x}_1\right\}\right) \cap \left(x_2 \in \left\{\underline{x}_2, \overline{x}_2\right\}\right)\right] = \mu\left[x_1 \in \left\{\underline{x}_1, \overline{x}_1\right\}\right] * \mu\left[x_2 \in \left\{\underline{x}_2, \overline{x}_2\right\}, \mu^R\right], \quad (2.17)$$

μ^R – характеристика взаємозв'язку нечітких змінних x_1 і x_2.

З огляду на визначення, УФ можна охарактеризувати початковими і центральними моментами і пов'язаними з ними характеристиками.

Перший початковий момент:

$$m_X^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x\beta(x)\mathrm{d}\,x \quad (2.18)$$

Другий початковий момент

$$m_X^{(2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2\beta(x)dx \quad (2.19)$$

Другий центральний момент

$$D_X^{(2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_X)^2\beta(x)dx \quad (2.20)$$

Другий змішаний центральний момент

$$R_{X_1X_2} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - m_{X_1})(x_2 - m_{X_2})\beta(x_1,x_2)dx_1dx_2 \quad (2.21)$$

Зворотне перетворення УФ [75-77] у функцію належності виконується за правилом

$$\mu(x) = \beta(x) / \beta_{max}(x), \quad (2.22)$$

а в закон розподілу імовірностей за правилом

$$f_{\underline{X}}(x)=\frac{\beta(x)}{\int\limits_{\underline{X}}\beta(x)dx}. \qquad (2.23)$$

Визначена таким чином УФ є математичним об'єктом, який за своїми властивостями аналогічний закону розподілу імовірностей.

2.2. Аксіоматична основа моделювання систем в умовах невизначеності

Аксіоматична основа формальної системи УФ відіграє важливу роль у побудові всієї теорії та методики моделювання систем керування в умовах невизначеності. І хоча послідовне дотримання аксіоматичного методу вимагає грунтовного та строгого дотримання всіх теоретичних положень, що виходить за межі цієї роботи, автори не можуть не розглянути питання про методологічний бік побудови аксіоматичної основи узагальнення, оскільки воно є ключовим у розумінні і реалізації основної ідеї методу.

Перша спроба аксіоматизації була здійснена Дедекіндом у 1888 році та Пеано у 1891 у арифметиці [78]. Тоді постало основне питання будь-якої розробленої аксіоматики – встановлення її несуперечливості. Для його вирішення були запропоновані метод арифметизації та метод формалізації логічного висновку. Пізніше Гільберт вказав на прямий шлях для дослідження цього питання в своїй праці [65]. Він запропонував шлях, що грунтується на використанні аксіоматичного методу, розгляду формальних моделей змістовної математики та дослідженні питань несуперечливості таких моделей надійними фінітними засобами. Гільберт прийшов до висновку, що несуперечливість даної теорії означає, що в ній не може бути одержано протиріччя, тобто не може бути доведено деяке твердження і його заперечення. Він запропонував представити теорію, що розглядається у вигляді формальної аксіоматичної системи, в якій будуть виведені всі ті і тільки ті твердження, які є теоремами нашої теорії. Цей шлях отримав в математиці назву "фінітізму Гільберта" [65]. Іншою, більш пізньою, була спроба обгрунтування

твердження про несуперечливість формальної системи аналізу за допомогою деяких ідей інтуіціонізму [80].

Характерною особливістю формальної аксіоматики є необхідність встановлення її несуперечливості. Існує різниця між вирішенням питання несуперечливості у скінченних індивідних областях і нескіннчених індивідних областях. Якщо система аксіом виконується в кінцевій індивідній області, то доведення її несуперечливості може бути проведено методом побудови моделі. У нашому випадку індивідна область нескінченна і виконання систем аксіом є достатньою умовою її несуперечливості [79,81].

Отже, метод побудови аксіоматичної основи формальної системи УФ грунтується на усвідомленні того факту, що система УФ призначена для узагальнення двох систем: системи випадкових величин (стохастичних даних) і системи нечітких чисел (нечітких даних), а також вимогам до аксіоматичної основи:

1) незалежність аксіом,
2) повнота аксіоматичної системи,
3) відсутність протиріч.

Позначимо множину аксіом теорії ймовірностей B_P, множину аксіом нечіткої логіки B_A, множину аксіом узагальнюючої системи B_G, а універсальну множину аксіом, на якій грунтується обробка числових даних B_O.

Очевидно, що кожна множина B_P, B_A, B_G повинна задовольняти вимогам 1)-3), а також $B_P \subset B_O$, $B_A \subset B_O$, $B_G \subset B_O$.

Співвідношення між множинами показане діаграмою Ейлера на рис.2.5.

Базові аксіоматичні системи мають спільну частину $B_{PA}=B_P \cap B_A$ і різницеві частини $B_{\bar{P}} = B_P / B_{PA}$, $B_{\bar{A}} = B_A / B_{PA}$.

Зрозуміло, що узагальнююча аксіоматична система B_G повинна містити множину B_{PA}, тобто $B_{PA} \subset B_G$, але цього недостаньо для побудови системи G.

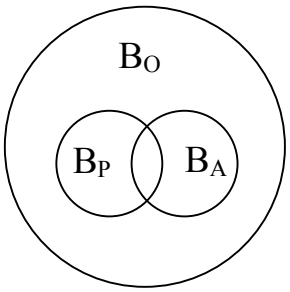


Рис. 2.5 Співвідношення базових аксіоматичних систем

Твердження 1. Система B_{PA} є неповною.

Дійсно. Припустимо, що це твердження неправильне. Тоді при побудові системи *P* аксіоми $B_{\overline{P}}$ є надлишковими, а значить і залежними. Аналогічно аксіоми $B_{\overline{A}}$ при побудові системи А. Але це протирічить припущенню про відповідність множин B_P і B_A вимогам. Таким чином, для побудови системи *G* множина B_{PA} повинна бути доповнена множиною $B_{\overline{G}}$, але $B_{\overline{G}}$ не може повністю належати ні до B_P, ні до B_A.

Твердження 2. $(B_{\overline{G}} \not\subseteq B_P) \wedge (B_{\overline{G}} \not\subseteq B_P)$

Дійсно. Очевидно $B_G = B_{\overline{G}} \vee B_{PA}$. Припустимо $B_{\overline{G}} = B_P$. Оскільки $B_{PA} \subset B_P$, то $B_{PA} \subset B_{\overline{G}}$, а це означає, що $B_{PA} = \emptyset$, тобто протирічить постановці задачі.

Множина B_G не може містити обидві множини B_P і B_A, тобто $(B_P \vee B_A) \not\subset B_G$, оскільки вони не задовольняють вимозі 3).

Твердження 3. Аксіоми $B_{\overline{P}}$ і $B_{\overline{A}}$ містять взаємні протиріччя.

Дійсно. Якщо система $B_P = B_{PA} \vee B_{\overline{P}}$ задовольняє вимозі повноти, то всі твердження, що не містять протиріч з B_P, випливають з B_P, тобто твердження $B_{\overline{A}}$ або протирічять $B_{\overline{P}}$, або не є аксіомами.

Таким чином, співвідношення між множинами B_O, B_P, B_A, B_G можна представити діаграмою Ейлера рис.2.6.

Оскільки множина аксіом B_G системи узагальнюючих функцій G

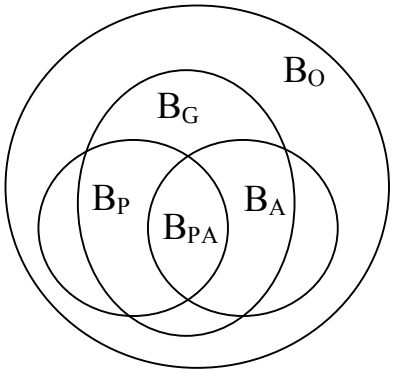


Рис. 2.6 Відношення множин аксіом

не покриває ні множину B_P, ні множину B_A, то від метода узагальнення, що грунтується на такій аксіоматичній базі не слід очікувати точного співпадіння узагальненої моделі з оригіналами в системах P та A. Ступінь наближення моделі до оригіналу повинна досліджуватися у кожному випадку окремо.

Зупинимося тепер на змістовному аспекті елементів множин B. Визначення складу відповідних множин аксіом значно ускладнюється по-перше неодназначністю представлення аксіоматичних систем як теорії ймовірностей, так і нечіткої математики, що відзначається в багатьох дослідженнях [1], а по-друге тим, що первинно аксіоми теорії ймовірностей сформульовані для множини “подій”, нечіткої математики – для перелічних нечітких множин, і застосування їх до обробки числових даних відбулося вже пізніше, в той час, як метод узагальнення з самого початку призначений для обробки даних. Порівняння аксіом наведено у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Порівняння аксіом теорії ймовірностей, нечіткої математики і системи узагальнюючих функцій

Аксіоми теорії ймовірностей (за Колмогоровим)	Аксіоми нечіткої математики	Аксіоми системи узагальнюючих функцій
Множина подій є алгеброю $\forall E \to P(E) \geq 0$	$\forall E \to \mu(E) \geq 0$	$\forall E \to \beta(E) \geq 0$
Аксіома доповнення $E \cup \overline{E} = I$	–	$E \cup \overline{E} = I$

Продовження табл. 2.1

Аксіоми теорії ймовірностей (за Колмогоровим)	Аксіоми нечіткої математики	Аксіоми системи узагальнюючих функцій
$P(I)=1$ – для достовірної події	$\mu(I)=1$ – для нормованої $\mu(E)$	–
$P(E_1 \cup E_2)= P(E_1)+ P(E_2)$ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$	$\mu(E_1 \cup E_2 \cup \dots)=$ $= max(\mu(E_1),\mu(E_2)\dots)$	$\beta(E_1 \cup E_2 \cup \dots)=$ $= \beta(E_1)+ \beta(E_2)+\dots$
$P(E_1 \cap E_2)=$ $= P(E_1)\cdot P(E_2 / E_1)$ причому $P(E_2 / E_1)$ не визначене, якщо $P(E_1)=0$	$\mu(E_1 \cap E_2 \cap \dots)=$ $= min(\mu(E_1),\mu(E_2)\dots$	$\beta(E_1 \cap E_2)=$ $= \beta(E_1)\cdot \beta(E_2 / E$ причому $\beta(E_2 / E_1)$ не визначене, якщо $\beta(E_1)=0$
Аксіома неперервності Для послідовності $E_1 \subseteq E_2 \subseteq \dots \subseteq E_n \subseteq \dots$ причому $\cap_n E_n = \emptyset$ має місце рівність $\lim_n P(E_n)=0$		

Примітка:

E – довільна величина;

I – повністю визначена величина (достовірна подія).

2.3. Правила узагальнення операцій над достовірними, нечіткими та стохастичними даними

Основу математичної системи G складають множина об’єктів (у даному випадку – це узагальнюючі функції) і набір операцій над ними, які визначаються правилами виконання і властивостями. Разом вони утворюють алгебру.

Алгебра – ядро формальної системи. На сьогодні алгебри класифікують на класичні: групи, напівгрупи, кільця, лінійні простори, лінійні

алгебри, лінійні упорядковані множини, лінійні упорядковані групи, лінійні упорядковані кільця, структури; вільні алгебри, універсальні, багатоосновні, булеві (алгебра булевих функцій, алгебра Жегалкіна) і т.д. [82,83]. Алгебру формальної системи узагальнюючих функцій можна класифікувати як бінарну алгебру, оскільки найбільша арність в множині операцій дорівнює двом.

Визначимо правила узагальнення операцій для об'єкта "узагальнююча функція".

Визначення.

Узагальнююча функція результату операції над її аргументами може бути знайдена як результат інтегрального операторного перетворення вигляду

$$\beta_Y(y) = \Phi_{XY}(\mathrm{A},\mathrm{W})[\beta_X(\bar{x})]) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_X(\bar{x})\varphi(\bar{x}, y, \mathrm{A}, \mathrm{W})\mathrm{d}\bar{x} \quad (2.24)$$

де *A* и *W* - параметри алгебраїчного (нелінійного, статичного) і інтегродиференціального (граничного, динамічного) перетворень.

У основу визначення вигляду ядра $\varphi(x,y)$ покладемо операторний метод перетворення законів розподілу ймовірностей [2-7].

Припущення.

Узагальнюючу функцію результату унарного нелінійного статичного перетворення можна знайти за допомогою оператора

$$\beta_y(y) = \Phi^{(1)}(N(x))[\beta_x(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_x(x)\varphi(x,y)dx, \quad (2.25)$$

де ядро $\varphi(x,y) = \delta[y - N(x)]$ – дельта-функія Дірака.

Покажемо, що одержувана в результаті перетворення узагальнююча функція відповідає диференціальному закону розподілу ймовірностей результату нелінійного перетворення статистично заданої величини. Дійсно, підставляючи (2.25) у (2.24) при $n=1$ для нелінійної функції одного аргументу, у відповідності з властивостями δ-функції одержуємо

$$\beta(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta(x)\delta[y - N(x)]dx = \dot{N}^{-1}(y)\beta[N^{-1}(y)]. \quad (2.26)$$

З огляду на визначення (2.12), отримуємо

$$f_Y(y) = \dot{N}^{-1}(y)\, f_Y[N^{-1}(y)], \quad (2.27)$$

що відповідає відомому з теорії випадкових процесів виразу [30,37-41].

Для нелінійного перетворення достовірно заданих точних значень

$$\beta(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\beta(x)\delta[y-\mathrm{N}(x)]\mathrm{d}x=\int_{-\infty}^{+\infty}\delta[x]\delta[y-\mathrm{N}(x)]\mathrm{d}x=\delta[\mathrm{N}(x)]=\delta[y], \qquad (2.28)$$

що відповідає визначенню функції.

При нелінійному перетворенні нечітко заданої величини

$$\beta(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\beta(x)\delta[y-\mathrm{N}(x)]\mathrm{d}x=\int_{-\infty}^{+\infty}\mu_{\tilde{I}}[x]\delta[y-N(x)]dx=\dot{N}^{-1}(y)\mu_{\tilde{I}}\left[N^{-1}(y)\right] \qquad (2.29)$$

З іншого боку, з огляду на визначення об'єднання (2.16) можна записати функцію належності нечіткого аргументу напівінтервалу $(-\infty, x)$

$$\mu(x)=\int_{-\infty}^{x}\beta(x)dx. \qquad (2.30)$$

За визначенням α-рівневого узагальнення границі кожного α-рівня

$$\underline{y}_{\alpha}=inf\left[N(x)\right], \qquad (2.31)$$

$$\overline{y}_{\alpha}=\sup[\mathrm{N}(x)], \qquad (2.32)$$

де $x\in\left[\underline{x}_{\alpha},\overline{x}_{\alpha}\right]$

$$\underline{y}_{\alpha}=\mathrm{N}(\underline{x}_{\alpha}), \qquad (2.33)$$

$$\overline{y}_{\alpha}=\mathrm{N}(\overline{x}_{\alpha}). \qquad (2.34)$$

Оскільки між нечіткими змінними y і x є функціональна відповідність, то ступені належності інтервалам, границі яких задовольняють умовам (2.33-2.34) будуть рівні, тобто

$$\mu(\mathrm{y})=\int_{-\infty}^{\mathrm{y}}\mu(\mathrm{y})\mathrm{dy}=\int_{-\infty}^{N^{-1}(y)}\mu(x)dx. \qquad (2.35)$$

Диференціюючи ліву і праву частини (2.35), одержуємо

$$\mu(y)=\dot{N}^{-1}(y)\mu_{X}\left[N^{-1}(y)\right] \qquad (2.36)$$

еквівалентне (2.25), що і було потрібно.

Вид ядра оператора (2.24), що відповідає бінарному функціональному перетворенню $Y=\underline{N}(X1, X2)$, визначимо по аналогії з бінарним перетворенням випадкових величин [5].

Визначення.

УФ бінарного функціонального перетворення $Y=\underline{N}(X_1,X_2)$ двох величин знаходиться із співвідношення

$$\beta_Y(y)=\int_{-\infty}^{\infty}\beta_X(x_1,y-N(x_1,x_2))dx_1dx_2\ , \qquad (2.37)$$

де узагальнююча функція початкових даних знаходиться за допомогою рівняння регресії [36,39].

На підставі аксіом двомірна УФ може бути подана у вигляді

$$\beta_X(X_1,X_2)=\beta_{X_1}(X_1)\beta_{X_2}(X_2/X_1), \qquad (2.38)$$

де $\beta_{X_2}(X_2/X_1)$ - умовна УФ X_2 при заданому X_1.

Для наближеного визначення $\beta_{X_2}(X_2/X_1)$ використаємо рівняння лінійної регресії [36,39]

$$m^{(1)}_{X_2/X_1}=m^{(1)}_{X_2}+r_{X_1X_2}*\sqrt{\frac{D^{(2)}_{X_2}}{D^{(2)}_{X_1}}}*(X_1-m^{(1)}_{X_1}), \qquad (2.39)$$

$$D^{(2)}_{зал}=D^{(2)}_{X_2}(1-r^2_{X_1X_2}), \qquad (2.40)$$

де $D^{(2)}_{зал}$ - залишковий другий центральний момент X_2.

Таким чином, умовна узагальнююча функція $X2$ приблизно може бути знайдена з вихідної УФ $\beta_{X_2}(X_2')$ шляхом зсуву на величину

$$b=m^{(1)}_{X_2/X_1}-m^{(1)}_{X_2}=r_{X_1X_2}\sqrt{\frac{D^{(2)}_{X_2}}{D^{(2)}_{X_1}}}(X_1-m^{(1)}_{X_1}) \qquad (2.41)$$

і стиснення з коефіцієнтом

$$k=\frac{\sigma_{зал}}{\sigma_{X_2}}=\sqrt{\frac{D^{(2)}_{зал}}{D^{(2)}_{X_2}}}=\sqrt{1-r^2_{X_1X_2}}\ , \qquad (2.42)$$

тобто шляхом виконання лінійного перетворення

$$X_2-m^{(1)}_{X_2/X_1}=k(X_2'-m^{(1)}_{X_1}). \qquad (2.43)$$

Узагальнююча функція бінарного перетворення $Y=\underline{N}(X_1,X_2)$ може бути оцінена за допомогою оператора [75-77]

$$\beta_Y(y) = \Phi^{(2)}\left(N(x_1, x_2), r\right)\left[\beta_X(x_1), \beta_X(x_2)\right] = \\ = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \beta_X(x_1)\beta_X(x_2)\varphi^{(2)}(x_1, x_2, y)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \quad , \tag{2.44}$$

де $$\varphi^{(2)}(x_1, x_2, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta\left[y - \mathrm{N}(x_1, \zeta)\right]\delta\left[\xi - \mathrm{r}_{X1,X2}\sqrt{\frac{\mathrm{D}_{X2}^{(2)}}{\mathrm{D}_{X1}^{(2)}}}\left(x_1 - \mathrm{m}_{X1}^{(1)}\right) - \sqrt{1 - \mathrm{r}_{X1,X2}^2}\left(x_2 - \mathrm{m}_{X2}^{(1)}\right) - \mathrm{m}_{X2}^{(1)}\right]\mathrm{d}\zeta \tag{2.45}$$

Ядро (2.45) враховує взаємну залежність між початковими даними x_1 і x_2 за допомогою коефіцієнта r_{X1X2}. Для стохастичних даних він співпадає з коефіцієнтом кореляції, а для нечітких даних може бути визначена з бази знань.

В нечіткій математиці для врахування залежності між початковими даними при визначенні результату операції використовується база знань, яка містить ступені належності для можливих поєднань залежних параметрів, тобто залежність задається у табличному вигляді (табл. 2.2) шляхом перебору всіх можливих варіантів.

Таблиця 2.2

База знань

№	X_1	…	X_n	μ

Примітки: 1. Нечітка змінна X_i приймає m_i значень $X_{ij,}$ тобто $i=1..n$, $j=1..m_i$.

2. Таблиця сортується по ключу $X_1X_2…X_n$.

3. Середні значення змінних m_i.

Перехід від бази знань до коефіцієнта зв'язку може бути здійснений у такий спосіб:

1. Обчислюється нормуюче значення

$$\mu_S = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i-1} \frac{\mu_{N=\sum_{\nu=1}^{i-1} m_\nu + j} + \mu_{N=\sum_{\nu=1}^{i-1} m_\nu + j+1}}{2}(X_{i,j+1} - X_{i,j}). \tag{2.46}$$

2. Виконується нормування значень належності

$$\beta_N = \mu_N / \mu_S. \tag{2.47}$$

3. Розраховуються значення нормованої належності для всіх значень кожної пари змінних

$$\beta_{uv}(a,b)=\sum_{N}\beta(X_u=a,X_V=b). \qquad (2.48)$$

4. Розраховується коефіцієнт зв'язку змінних X_u і X_v

$$r_{uv}=\sum_{a}\sum_{b}(a-m_u)(b-m_V)\beta_{uv}(a,b). \qquad (2.49)$$

Як коефіцієнт зв'язку можна також використовувати коефіцієнт детермінації.

При бінарному перетворенні стохастичних даних для відомих випадків узагальнююча функція, отримана за допомогою оператора (2.44), відповідає диференціальному закону розподілу імовірностей результату бінарного перетворення. Так, при $r_{x1,x2}=1$ ядро (2.45) вироджується в (2.25), що відповідає функціонально зв'язаним величинам. При $r_{x1,x2}=0$ оператор (2.24) приймає вигляд [75]

$$\beta(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\delta[y-\mathrm{N}(x_1,x_2)]\beta(x_1)\beta(x_2)\mathrm{d}\,x_1\mathrm{d}\,x_2\,, \qquad (2.50)$$

що відповідає перетворенню розподілів незалежних випадкових величин.

При нормальних розподілах статистичних даних і довільних значеннях другого центрального моменту перетворення (2.24) із ядром (2.45) в силу центральної граничної теореми також дає правильний результат [2].

Перевірка припущення (2.37) для нечітких даних здійснена у розділі 3.4.

Припущення. Узагальнююча функція результату інтегро-диференціального перетворення функції *X(t)* визначається за допомогою оператора

$$\beta(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}\beta(x_1)\beta(x_2)\ldots\beta(x_n)\delta\left[y-\sum_{i=1}^{n}c_i x_i-c_0\right]\mathrm{d}\,x_1\ldots\mathrm{d}\,x_n\,, \qquad (2.51)$$

де кратність інтегрування *n* визначається кількістю кроків дискретизації, а коефіцієнти c_i випливають з представлення цього перетворення у вигляді інтеграла Дюамеля

$$y(\mathrm{t})=\int_{0}^{\mathrm{t}}\mathrm{g}(\tau)x(\mathrm{t}-\tau)\mathrm{d}\,\tau\,, \qquad (2.52)$$

де *g(t)* – імпульсна перехідна характеристика.

Представимо інтеграл сумою

$$y(t) = \sum_{i=0}^{n-1} g_0(i\tau)x(t - i\tau)\tau\,, \qquad (2.53)$$

де τ - інтервал дискретизації;

$n = ent[t/\tau]$;

$$g_0(i\tau) = \frac{1}{\tau}\int_{i\tau}^{(i+1)\tau} g(\tau)d\tau\ .$$

Для одержання УФ розглянемо послідовно УФ часткових сум, які наближаються до суми (2.53).

При i = 0 маємо:

$$y_1(t) = g_0(0)\,x(t), \qquad (2.54)$$

звідки, використовуючи узагальнене перетворення (2.26), одержуємо

$$\beta_{Y1}(y_1) = \frac{1}{g_0(0)}\beta_X\left[\frac{y_1}{g_0(0)}\right]. \qquad (2.55)$$

При i = 0, 1 маємо:

$$y_2(t) = y_1(t) + \Delta y_1(t) = y_1(t) + g_0(\tau)x(t - \tau)\tau \qquad (2.56)$$

звідки, враховуючи (2.55), одержуємо

$$\beta_{Y2}(y_2) = \frac{1}{\sqrt{1 - r^2_{Y_1,\Delta Y_1}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\beta_{\Delta Y1}(\Delta y)\beta_{Y1}\left[\frac{y_2 - \Delta y_1}{\sqrt{1 - r^2_{Y_1,\Delta Y_1}}} - \right. \qquad (2.57)$$

$$\left. - \frac{r_{Y1,\Delta Y1}}{\sqrt{1 - r^2_{Y_1,\Delta Y_1}}}\sqrt{\frac{D^{(2)}_{Y1}}{D^{(2)}_{\Delta Y1}}}(\Delta y_1 - m^{(1)}_{\Delta Y1}) - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - r^2_{Y_1,\Delta Y_1}}}\right)m^{(1)}_{Y1}\right]d\Delta y_1,$$

де $\beta_{\Delta Y1}(\Delta y_1) = \frac{1}{g_0(\tau)\tau}\beta_X\left[\frac{\Delta y_1}{g_0(\tau)\tau}\right]$;

$m^{(1)}_{\Delta Y1} = m^{(1)}_X(t - \tau)g_0(\tau)\tau$;

$m^{(1)}_{Y1} = m^{(1)}_X(t)g_0(0)\tau$;

$D^{(2)}_{\Delta Y1} = D^{(2)}_X(t - \tau)[g_0(\tau)\tau]^2$;

$D^{(2)}_{Y1} = D^{(2)}_X(t)[g_0(0)\tau]^2$;

$$r_{Y1,\Delta Y1} = \frac{g_0(0)g_0(\tau)\tau^2 R_{X,X}(0,\tau)}{\sqrt{D^{(2)}_{\Delta Y1} D^{(2)}_{Y1}}} = r_{X,X}(0,\tau).$$

Перетворимо співвідношення (2.55)-(2.57) для центрованої нечітко заданої величини. У більшості випадків така величина стаціонарна. При цьому

$$m^{(1)}_{\Delta \dot{Y}1} = 0;\ m^{(1)}_{\dot{Y}1} = 0;$$

$$D^{(2)}_{\Delta \dot{Y}1} = D^{(2)}_{\dot{X}}[g_0(\tau)\tau]^2;\ D^{(2)}_{\dot{Y}1} = D^{(2)}_{\dot{X}}[g_0(0)\tau]^2;$$

$$r_{\dot{Y}1,\Delta \dot{Y}1} = r_{X,X}(\tau).$$

Тоді співвідношення (2.57) приймає вид:

$$\beta_{Y2}(y_2) = \frac{1}{\sqrt{1 - r^2_{X,X}(\tau) g_0(0)\tau}} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_{\dot{X}}(x) \beta_{\dot{X}} \left[\frac{\dot{y}_2 - \dot{x}(t-\tau) g_0(\tau)\tau}{\sqrt{1 - r^2_{X,X}(\tau) g_0(0)\tau}} - \right.$$
$$\left. - \frac{r^2_{X,X}(\tau)\dot{x}(t-\tau)}{\sqrt{1 - r^2_{X,X}(\tau)}} \right] d\dot{x}. \qquad (2.58)$$

При збільшенні кількості доданків у часткових сумах до *(n-1)* співвідношення для УФ суми набуває вигляду

$$\beta_{\dot{Y}}(\dot{y},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_{\dot{X}}(\dot{x}_1) \prod_{i-2}^{n-2} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{R^{-1}_{X,X} R_{X,X}}\, \beta_{\dot{X}} \left[R^{-1}_{X,X} R_{X,X} (\dot{x}_i - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{R^{-1}_{i,k}}{R_{i,i}} \dot{x}_k) \right] \right\} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{R^{-1}_{(n-1)(n-1)} R_{(n-1)(n-1)}} \times$$
$$\times \beta_{\dot{X}} \left\{ \sqrt{R^{-1}_{(n-1)(n-1)} R_{(n-1)(n-1)}} * \left[\dot{y} - \sum_{k=1}^{n-1} \dot{x}_1 g_0(i\tau)\tau - \right.\right. \qquad (2.59)$$
$$\left.\left. - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{R^{-1}_{n,k}}{R_{n,n}} \dot{x}_n) \right] \right\} d\dot{x}_1 \cdots d\dot{x}_{n-1},$$

де $[R_{i,k}]$ – матриця других змішаних центральних моментів

$R_{i,k} = R_{X,X}(i\tau - k\tau)$;

$[R^{-1}_{i,k}]$ - обернена матриця.

Співвідношення (2.59) громіздке і незручне для практичного вико-

ристання. В той же час, у відповідності з принципом дискретизації Желєзнова [18,33] інтервал $\Delta\tau$ можна обрати таким, що

$$r_{X,X}(\tau) = 0. \tag{2.60}$$

За умови (2.60) співвідношення (2.59) приймає вигляд:

$$\beta_{\dot{Y}}(\dot{y},t) = \frac{1}{g_0(0)\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{n-1+\infty} \beta_{\dot{X}}(\dot{x}_{n-1})\beta_{\dot{X}}(\dot{x}_{n-2})\beta_{\dot{X}}(\dot{x}_1) \times$$
$$\times \beta_{\dot{X}} \left[\frac{\dot{y} - \sum_{i=1}^{n-1} \dot{x}(i\tau) g_0(t - i\tau)\tau}{g_0(0)\tau} \right] d\dot{x}_1 \ldots d\dot{x}_{n-1}. \tag{2.61}$$

Співвідношення (2.61) одержано за умови центрування вхідної неточно заданої величини *X(t)* і стаціонарності центрованої величини.

Перший початковий та другий центральний моменти одержаної узагальнюючої функції дорівнюють:

$$m_{\dot{Y}}^{(1)} = 0; \quad D_{\dot{Y}}^{(2)} = D_X^{(2)} n g_0(0)\tau = D_X^{(2)} g(0)t. \tag{2.62}$$

З іншого боку відомо, що другий початковий та центральний моменти стохастичного процесу при лінійному динамічному перетворенні визначаються за формулами

$$m_Y^{(1)}(t) = \int_0^{\infty} m_X^{(1)}(t-\tau)\,\mathrm{g}(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{2.63}$$

$$D_Y^{(2)} = \int_0^{\infty} R_{X,X}(\tau_1)\,\mathrm{g}(\tau_1 - \tau_2) g(\tau_2)\mathrm{d}\tau_1 \mathrm{d}\tau_2. \tag{2.64}$$

Тоді шукана УФ $\beta_Y(y,t)$, що має перший початковий та другий центральний моменти, які описуються формулами (2.63) і (2.64), може бути знайдена шляхом лінійного перетворення

$$y - m_Y^{(1)} = \sqrt{\frac{D_Y^{(2)}}{D_{\dot{Y}}^{(2)}}}\,\dot{y}. \tag{2.65}$$

Враховуючи (2.43), одержуємо

$$\beta_{\dot{Y}}(\dot{y},t)=\frac{1}{g_0(0)\tau}\sqrt{\frac{D_X^{(2)}g(0)t}{D_Y^{(2)}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\dots\int_{-\infty}^{n-1+\infty}\beta_X[x_1-m_X^{(1)}(\tau)]\dots$$

$$\dots\beta_X[x_{n-1}-m_X^{(1)}(t-\tau)]\beta_X\left[\sqrt{\frac{D_X^{(2)}g(0)t}{D_Y^{(2)}g_0^2(0)\tau^2}}y-\frac{1}{g_0(0)\tau}\times\right.$$

$$\times\sum_{i=1}^{n-1}x_i(i\tau)g_0(t-i\tau)\tau+\frac{1}{g_0(0)\tau}(1-\sqrt{\frac{D_X^{(2)}g(0)t}{D_Y^{(2)}}}\times \tag{2.66}$$

$$\left.\times\int_0^t m_X^{(1)}(\tau)g(\mathrm{t}-\tau)\mathrm{d}\,\tau\right]dx_1\dots dx_{n-1}.$$

У співвідношенні (2.66) потрібно визначити інтервал дискретизації τ та кратність інтегрування n.

У відповідності з припущенням (2.66), τ є інтервалом кореляції величини *X(t)*, який розраховується за формулою

$$\tau=\frac{\pi\,\mathrm{G}_{X,X\max}}{\int_0^{\infty}G_{X,X}(\omega)d\omega}=\frac{\mathrm{G}_{X,X\max}}{\mathrm{D}_X^{(2)}}\,. \tag{2.67}$$

Кратність інтегрування *n* може бути одержана як кількість некорельованих доданків у вихідній величині:

$$n=\mathrm{ent}\left[\frac{T_{ïð}}{\tau}\right]+1, \tag{2.68}$$

де $T_{пр}$ – тривалість перехідного процесу,

$$T_{ïð}=\frac{\pi W_{\max}}{\int_0^{\infty}W(\omega)d\omega}. \tag{2.69}$$

Отже, УФ результату інтегро-диференціального перетворення має вигляд:

$$\beta_Y(y)=\Phi^{(n)}(\mathrm{W})[\beta_X(x),r(\tau)]=\int_{-\infty}^{+\infty}\beta_X(x_n-m_X^{(1)}(t))\varphi^{(n)}(x_n,y,W)dx_n\,, \tag{2.70}$$

де $\varphi^{(\mathrm{n})}(x,y,W)=\int_{-\infty}^{+\infty}\dots\int_{-\infty}^{n-1+\infty}\prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}-1}\beta_X\left(x_1-\mathrm{m}_X^{(1)}\right)\times$ (2.71)

$$\times \delta\left[y-(1-a)m_Y^{(1)} - a\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}-1} x_{\mathrm{n}-1}(t-i\tau)\,\mathrm{g}(i\tau)\right]\mathrm{d}\,x_1\cdots\mathrm{d}\,x_{\mathrm{n}-1};$$

$$a=\sqrt{\frac{D_Y^{(2)}}{\tau D_X^{(2)}\sum_{i=1}^{n-1} g_0^2(i\tau)}}. \qquad (2.72)$$

2.4. Властивості операцій над узагальненими даними

Властивості запропонованої моделі перетворення невизначених даних випливають з аксіоматичної основи системи *G* та визначень основних операцій.

1. Невизначена величина x_0, якій відповідає узагальнююча функція $\delta[x-x_0]$, еквівалентна повністю визначеній величині відносно операцій системи G.

Властивість випливає з умови (2.73), а також з властивостей інтегралу від δ-функції.

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(x,y,A,W)dx=1. \qquad (2.73)$$

2. Послідовність унарних операцій представляється добутком операторів

Очевидно, послідовність унарних операцій (рис.2.7,а) представляється виразом

$$\beta_Y=\Phi_2[\Phi_1\beta_X].$$

Представляючи оператори у відповідності до визначення (2.24) і замінюючи порядок інтегрування, отримуємо

$$\Phi=\Phi_2\Phi_1.$$

Методом математичної індукції легко довести, що послідовне виконання трьох та більше операцій завдяки асоціативності інтегральних операторів Φ можна привести до вигляду

$$\Phi=\prod_i \Phi_i. \qquad (2.75)$$

3. Бінарна операція над двома функціями невизначеної змінної представляється добутком оператора другого порядку на добуток операторів гілок (рис.2.7,б)

$$\beta_Y = \Phi^{(2)}[\Phi_1\beta_X][\Phi_2\beta_X] \quad (2.76)$$

Поступаючи у відповідності до визначення операторів, отримуємо

$$\beta_Y = \Phi\beta_X,$$

де $\Phi = \Phi^{(2)}\Phi_1\Phi_2$.

Методом математичної індукції легко довести, що виконання перетворень результатів трьох та більше операцій можна привести до вигляду

$$\Phi = \prod_{i=1}^{n-1}\Phi_i^{(2)}\prod_{i=1}^{n}\Phi_i. \quad (2.77)$$

4. Операціям над невизначеними даними властива асоціативності

$$\Phi_1\Phi_2\Phi_3 = \Phi_1[\Phi_2\Phi_3]$$

Асоціативність випливає з операторного визначення операцій (2.13).

5. Операції над невизначеними даними некомутативні

$$\Phi_1\Phi_2 \neq \Phi_2\Phi_1. \quad (2.78)$$

Властивість (2.78) випливає з операторного визначення (2.24) і його конкретизації для окремих типів операцій. Використання в операторах узагальнених δ-функцій і коефіцієнта зв'язку R як параметра призводить до нелінійності перетворення Φ, а отже, в загальному випадку до некомутативності.

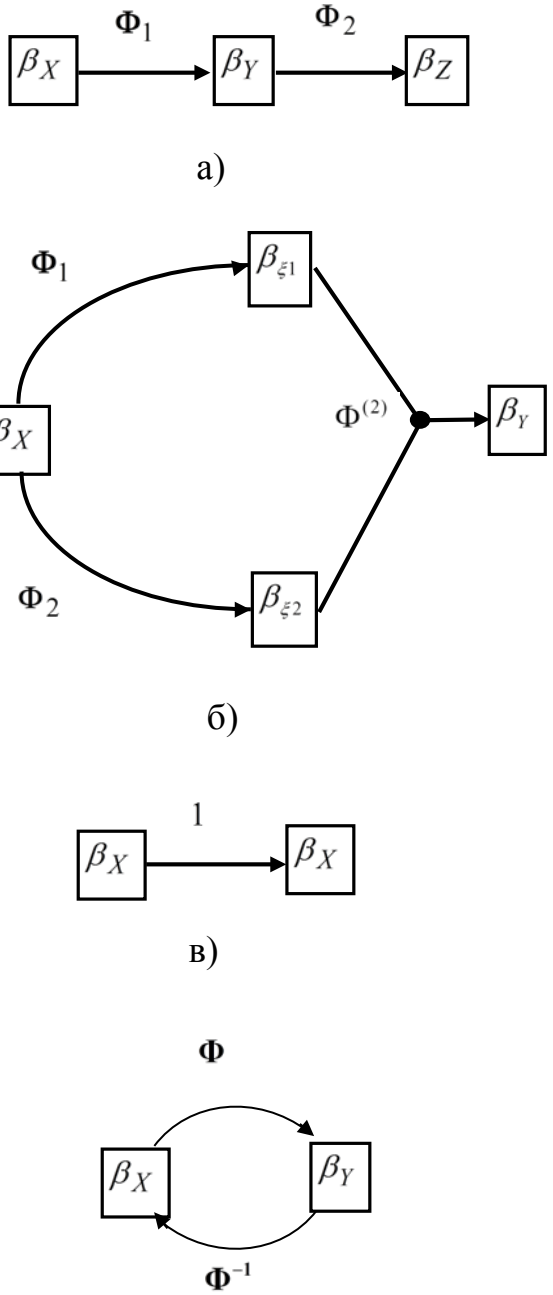


Рис. 2.7 Графова модель операцій над невизначеними даними

тор ***1***, що задовольняє правилу множення

$$\Phi_1 1 = \Phi_1. \quad (2.79)$$

Одиничний оператор представлений графом рис.2.7,в. Існування одиничного оператора у відповідності до властивості (2.79) випливає як з інтуітивного уявлення про можливість існування операції, яка не змінює невизначену величину, так і з розв'язання системи рівнянь:

$$\begin{cases} y = N(x); \\ \beta_Y(y) = \beta_X(x); \\ \beta_Y(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \beta_X(x)\delta[y - N(x)]dx, \end{cases}$$

звідки

$$\beta_Y(y) = \left|\dot{N}^{-1}(y)\right|\beta_X(y), \text{ і } \dot{N}^{-1}(y) = y,\ N(x) = x.$$

Отже, ядро одиничного оператора

$$1(x, y) = \delta[y - x]. \qquad (2.80)$$

7. Існує обернений оператор Φ^{-1}, який представлений графом рис.2.7,г. Очевидно

$$\Phi \cdot \Phi^{-1} = 1. \qquad (2.81)$$

Обернений оператор Φ^{-1} виконує інтегральне перетворення з ядром Φ^{-1}, резольвентним ядру Φ^{-1}. Практичне знаходження оберненого оператора є складною задачею. У певних випадках вона може бути розв'язана шляхом перетворення оператора системи *G* на функцію системи *R*, знаходження зворотної функції у системі *R* і перехід від неї до системи *G*.

Для УФ за визначенням виконується властивість *адитивності*.

Визначена таким чином система узагальнюючих функцій G є моделлю представлення і перетворення невизначених даних стохастичного і нечіткого типів. Як і будь-яка модель, вона наближена до оригінала, але не відтворює його з абсолютною точністю. На думку авторів, цього цілком достатньо для розв'язання практичних задач моделювання систем керування в умовах невизначеності, оскільки початкові стохастичні та нечіткі дані у таких моделях теж задані з обмеженою точністю.

3. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ УЗАГАЛЬНЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ

Запропонований метод УФ може бути практично застосований для моделювання систем керування лише за умови розробки відповідних методик, алгоритмів та технічних засобів. Оскільки поняття невизначеності, як зазначено у вступі, є досить широким і багатозначним, то для кожного типу систем ефективними будуть відповідно різні методики і засоби. Зосередимося на реалізації методу для моделювання та оптимізації систем керування.

3.1. Узагальнена модель системи керування на основі методу узагальнюючих функцій

У відповідності до класифікації невизначеності, наведеної на рис.В.1, в системах керування можна виділити параметричну, структурну і алгоритмічну невизначеності. Відповідно узагальнена модель системи керування є комплексом функціональної, структурної та алгоритмічної моделей, як показано на рис.3.1.

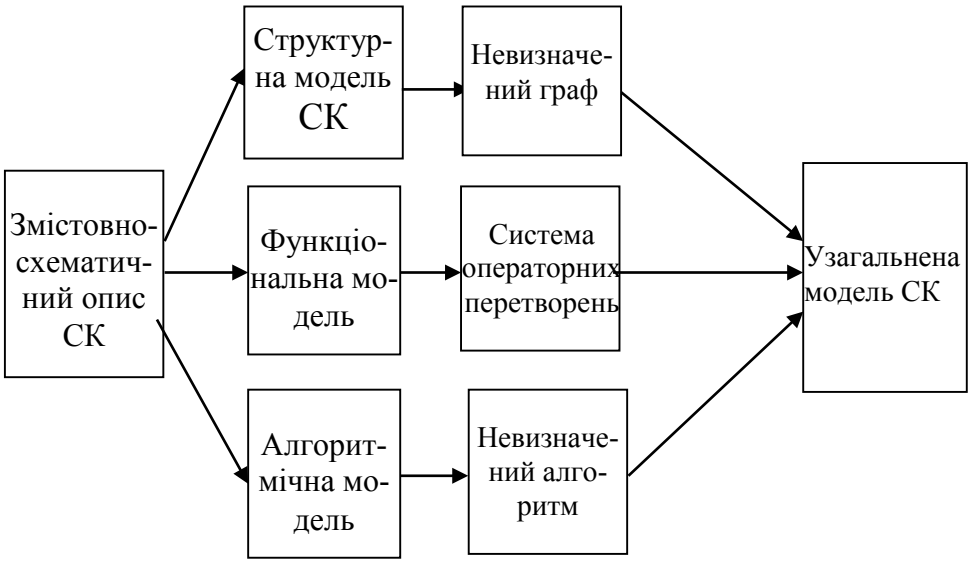


Рис. 3.1. Структура моделі СК

Під параметричною невизначеністю будемо розуміти неповноту знань про параметри функціональної моделі системи. Моделлю системи в умовах параметричної невизначеності є система узагальнених

операторних рівнянь, в яких невизначені параметри представляються за допомогою УФ.

Під структурною невизначеністю будемо розуміти неповноту знань про зв'язки між елементами системи. Моделлю системи в умовах структурної невизначеності є невизначений граф.

Найзагальнішим видом невизначеності є алгоритмічна, оскільки алгоритм характеризується як параметрами, так і структурою. Повне моделювання невизначеного алгоритму є досить складним, тому звузимо поняття невизначеності алгоритму до такого, що визначається такими факторами:

- невизначеність вхідних даних алгоритму;
- невизначеність деяких параметрів алгоритму;
- невизначеність результату операції вибору послідовності дій.

Покажемо, що структурна та алгоритмічна невизначеності теж можуть бути описані за допомогою узагальнених операторів.

Розглянемо структурну невизначеність. Нехай структура системи керування задана графом $\boldsymbol{\Gamma[V,A]}$, де $\boldsymbol{V}$ – множина вершин (підсистем системи керування), $\boldsymbol{A}$ – множина зв'язків між ними. Існують багато способів опису графів, що відображають структуру системи [85,86]. Всі вони ізоморфні, тобто можуть бути взаємно однозначно перетворені. Оберемо для дослідження опис множини $\boldsymbol{A}$ за допомогою матриці суміжності, а множини $\boldsymbol{V}$ за допомогою вектора передаточних функцій $\boldsymbol{W}$. Тоді вектор станів системи $\boldsymbol{X}$ може бути визначений за допомогою ітераційної процедури

$$\text{while } \boldsymbol{X}\text{-}\boldsymbol{X_0} \gtrsim \boldsymbol{\varepsilon} \text{ do } \{ \forall \boldsymbol{i} : \boldsymbol{X} := \boldsymbol{X_0} * \boldsymbol{A_i} * \boldsymbol{W^T}; \boldsymbol{X_0} := \boldsymbol{X} \}, \qquad (3.1)$$

де $\boldsymbol{A_i}$ – вектор-рядок матриці $\boldsymbol{A}$.

Елементи множини $\boldsymbol{A}$ в системі з визначеною структурою приймають значення $\{a_{ij}=(0/1)\}$ в залежності від відсутності/наявності передавання сигналу від підсистеми i до підсистеми j. У системі з невизначеною структурою опишемо зв'язок між підсистемами за допомогою УФ на проміжку [0,1]. Позначимо

$$\beta(A_i)=\{\beta(a_{ij})\}$$
$$\beta(X)=\{\beta(x_j)\}$$

Тоді в операторному вигляді (3.1) можна записати

$$\text{while } \beta(X\text{-}X_0) > \varepsilon \text{ do}$$

$$\{ \forall i : \beta(X) := \{\Phi^{(n)}(W)\}^T [\Phi^{(2)}[\beta(X_0),\beta(A_i)]]; \beta(X_0) := \beta(X)\} \quad (3.2)$$

При моделюванні систем з алгоритмічною невизначеністю найбільший інтерес викликає розгляд невизначеності результату операції вибору послідовності дій, оскільки очевидно, що невизначеність параметрів та вхідних даних алгоритму може моделюватися за допомогою УФ, як і при загальній параметричній невизначеності.

Вибір послідовності дій в алгоритмі здійснюється при виконанні трьох операторів: умовного переходу, вибору і циклу. В усіх випадках вибір залежить від результатів перевірки певних умов і виконання над ними логічних операцій. Відповідна модель для перевірки умов, які включають невизначені дані, запропонована в розділі 2.1.4, визначення (2.1). Логічні ж операції доцільно визначити на основі мінімаксного підходу, аналогічно відповідним визначенням нечіткої логіки, що наведені у розділі 1.3.2.

Розглянемо узагальнену модель системи керування, представленої на рис.1.1,а. Наведена на рисунку схема є графом, який у відповідності до рис.3.1 представляє структурну модель системи. Для використання у подальших перетвореннях структурну модель зручніше представляти у вигляді сукупності таблиць сигналів і зв'язків, що дозволить побудувати формалізовану процедуру трансляції моделі у програму моделювання.

Таблиця зв'язків аналогічна матриці суміжності графа. Для її побудови пронумеруємо підсистеми, починаючи з 1. Зовнішньому середовищу присвоїмо номер 0. Тоді таблиця зв'язків для системи рис.1.1,а буде мати вигляд

Таблиця 3.1.

Зв'язки моделі невизначеності

Позначення	Зв'язки
	0 1 2 3 4
Середовище $\Rightarrow$ *0*	0 1 0 0 0
ЗФКВ $\Rightarrow$ *1*	0 0 1 0 0
ЗВ $\Rightarrow$ *2*	0 0 0 1 0
ОК $\Rightarrow$ *3*	1 0 0 0 1
ЗКС $\Rightarrow$ *4*	0 1 0 0 0

Таблиця сигналів пов’язана з таблицею зв’язків спільною індексацією і містить опис розмірності (для векторних величин) та типу кожного сигналу між підсистемами.

Таблиця 3.2.

Сигнали моделі невизначеності

Позначення	Розмірність	Опис		
		Складова	Тип	Діапазон
0-1 1-2 2-3 3-4 3-0 4-1	Заповнюється відповідно до конкретного типу системи			

Примітка. Типи сигналів: аналоговий, дискретний, цифровий, релейний.

Структурна невизначеність у такій системі полягає у можливій наявності збурюючого впливу зовнішнього середовища на об’єкт керування. Приклад узагальнюючої функції цього факту наведена на рис.3.2.

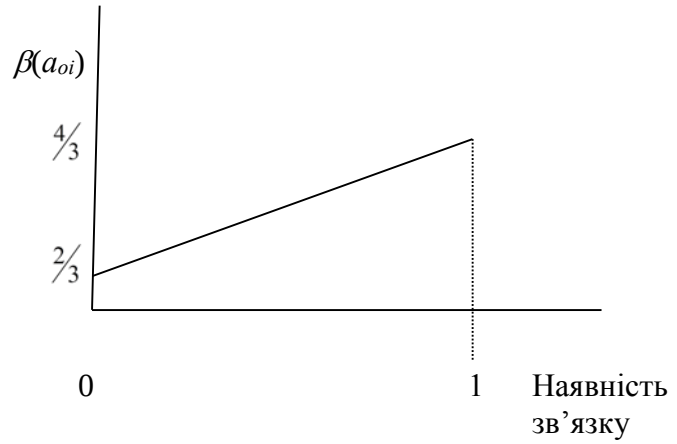


Рис. 3.2 Функція структурної невизначеності зовнішнього впливу

Тоді таблиця 3.1 перетворюється на матрицю

$$\beta(A)=\begin{bmatrix} \delta(0) & \delta(1) & \delta(0) & \frac{2a+2}{3} & \delta(0) \\ \delta(0) & \delta(0) & \delta(1) & \delta(0) & \delta(0) \\ \delta(0) & \delta(0) & \delta(0) & \delta(1) & \delta(0) \\ \delta(1) & \delta(0) & \delta(0) & \delta(0) & \delta(1) \\ \delta(0) & \delta(1) & \delta(0) & \delta(0) & \delta(0) \end{bmatrix}. \qquad (3.3)$$

Ще однією причиною структурної невизначеності є скінченна надійність зв'язків між підсистемами. Враховуючи експоненціальний характер імовірності відмов *P(t)*, така структурна невизначеність може бути відображена узагальнюючою функцією рис.3.3.

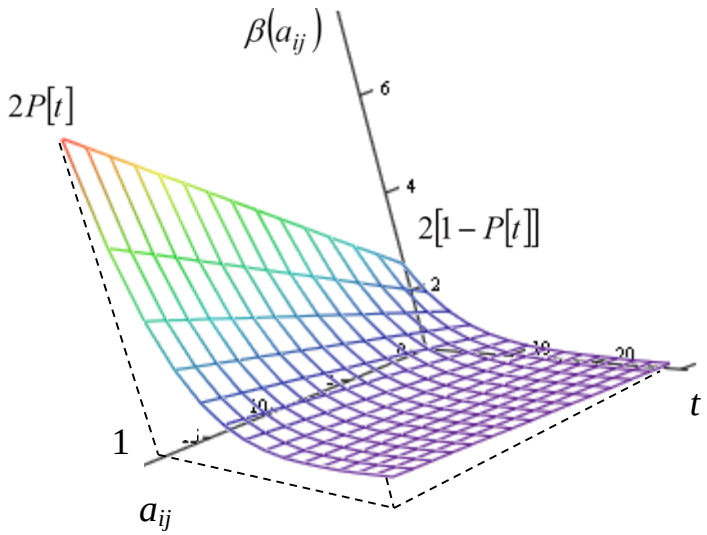


Рис. 3.3. Функція структурної невизначеності надійності зв'язків: *P(t)* – ймовірність безвідмовної роботи зв'язку

Відповідно, вважаючи всі зв'язки однаково надійними, можна записати

$$\beta(A)=\begin{Bmatrix} \delta(0) & \beta_P & \delta(0) & \frac{2a+2}{3} & \delta(0) \\ \delta(0) & \delta(0) & \beta_P & \delta(0) & \delta(0) \\ \delta(0) & \delta(0) & \delta(0) & \beta_P & \delta(0) \\ \beta_P & \delta(0) & \delta(0) & \delta(0) & \beta_P \\ \delta(0) & \beta_P & \delta(0) & \delta(0) & \delta(0) \end{Bmatrix}, \qquad (3.4)$$

де $\beta_P = 2[2P(t)-1]a + 2[1-P(t)]$.

Модель параметричної невизначеності окремого блоку СК у

загальному випадку може бути представлена у вигляді

$$\beta_Y = \Phi\left(\beta_X, \beta_{A_1}, A_2\right), \qquad (3.5)$$

де $A = A_1 \cup A_2$ - множина параметрів;

A_1 - підмножина невизначених параметрів;

A_2 - підмножина визначених параметрів;

β_X - узагальнююча функція вектору вхідних сигналів блока;

β_Y - узагальнююча функція вектору вихідних сигналів блока;

Ф - оператор перетворення.

Представимо характеристики невизначеності основних підсистем СК у вигляді таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

Характеристики невизначеності основних підсистем СК

Підсистема	**Тип функціональної моделі**	**Тип невизначеності**	**Характерні причини невизначеності**		**Характер невизначеності**
Об'єкт управління	N, W	параметрична	вплив зовнішніх факторів	передбачених	стохастична
	A	алгоритмічна		непередбачених	нечітка
Виконавча підсистема	N, W	параметрична	адитивна похибка		стохастична
			мультиплікативна похибка		стохастична
			динамічна похибка		нечітка або стохастична
Підсистема контролю	N, W	параметрична	адитивна похибка		стохастична
			мультиплікативна похибка		стохастична
			методична похибка		нечітка
Підсистема формування закону керування	N, W	параметрична	обчислювальна похибка		стохастична
	A	алгоритмічна	припущення про рівень складності системи		нечітка
		параметрична	залежність часу розрахунків від стану системи		стохастична

Продовження табл. 3.3

Підсистема	**Тип функціо-нальної моделі**	**Тип невизна-ченості**	**Характерні причини невизначеності**	**Характер невизначеності**
Інтерфейс та передавання даних	W	парамет-рична	затримка сигналу	стохастична
	A	алгорит-мічна	невідповідність дис-ципліни обслугову-вання реальному стану процесу	нечітка
Людина-оператор	W	парамет-рична	залежність швидкості реакції від психофізичного стану	стохастична
	A	алгорит-мічна	залежність помилкових дій від психофізичного стану	нечітка або стохастична

Розглянута для прикладу модель підсистеми контролю стану об’єкта при невизначених параметрах наведена у додатку Б.

3.2. Розробка засобів для моделювання систем керування в умовах невизначеності

Розроблений метод моделювання грунтується на використанні інтегральних операторів. Їх обчислення “вручну” досить громіздке, тому важливу роль у застосуванні методу відіграють засоби автоматизації розрахунків.

3.2.1. Алгоритмічне та програмне забезпечення узагальнених перетворень

Аналізуючи засоби утворення формул та правила перетворення системи G, можна сформулювати методику моделювання систем керування в умовах невизначеності:

1. Модель системи записується у алгебраїчній формі (у системі *R*) у припущенні про визначеність всіх даних;
2. Виконується трансляція виразу моделі у систему *G*;
3. Послідовність операцій представляється графом;
4. Невизначені дані представляються узагальнюючими функціями;
5. Операції системи *G* представляються операторами (2.24);
6. Виконуються розрахунки, послідовність яких визначається проходженням графу з кінця до початку;
7. Отриманий результат конкретизується з узагальненої форми у форму нечітку або стохастичну шляхом відповідного нормування.

Кожний етап методики реалізується у вигляді відповідного алгоритму. При розробці алгоритмів використовувався системний підхід. Необхідність та зміст цього підходу визначаються тим фактом, що кожен з алгоритмів моделює той чи інший перетворювач системи керування, відповідно вхідні дані одного алгоритму є вихідними даними іншого алгоритму. Передавання даних між алгоритмами здійсюється через файли. Для узгодження форматів даних для всіх алгоритмів визначені:

глобальний параметр

K – кількість точок апроксимації УФ

і структура файлів:

td1: – індикатор типу величини:

0 – узагальнююча функція;

1 – стохастична величина;

2 – нечітка величина;

5 – кореляційна функція;

6 – імпульсна перехідна функція;

X1min,X1max – діапазон зміни вхідної величини;

FX1 – масив K значень величини.

Розглянемо деякі алгоритмів.

Алгоритм трансляції моделі у систему узагальнюючих функцій представлений на рис.3.4.

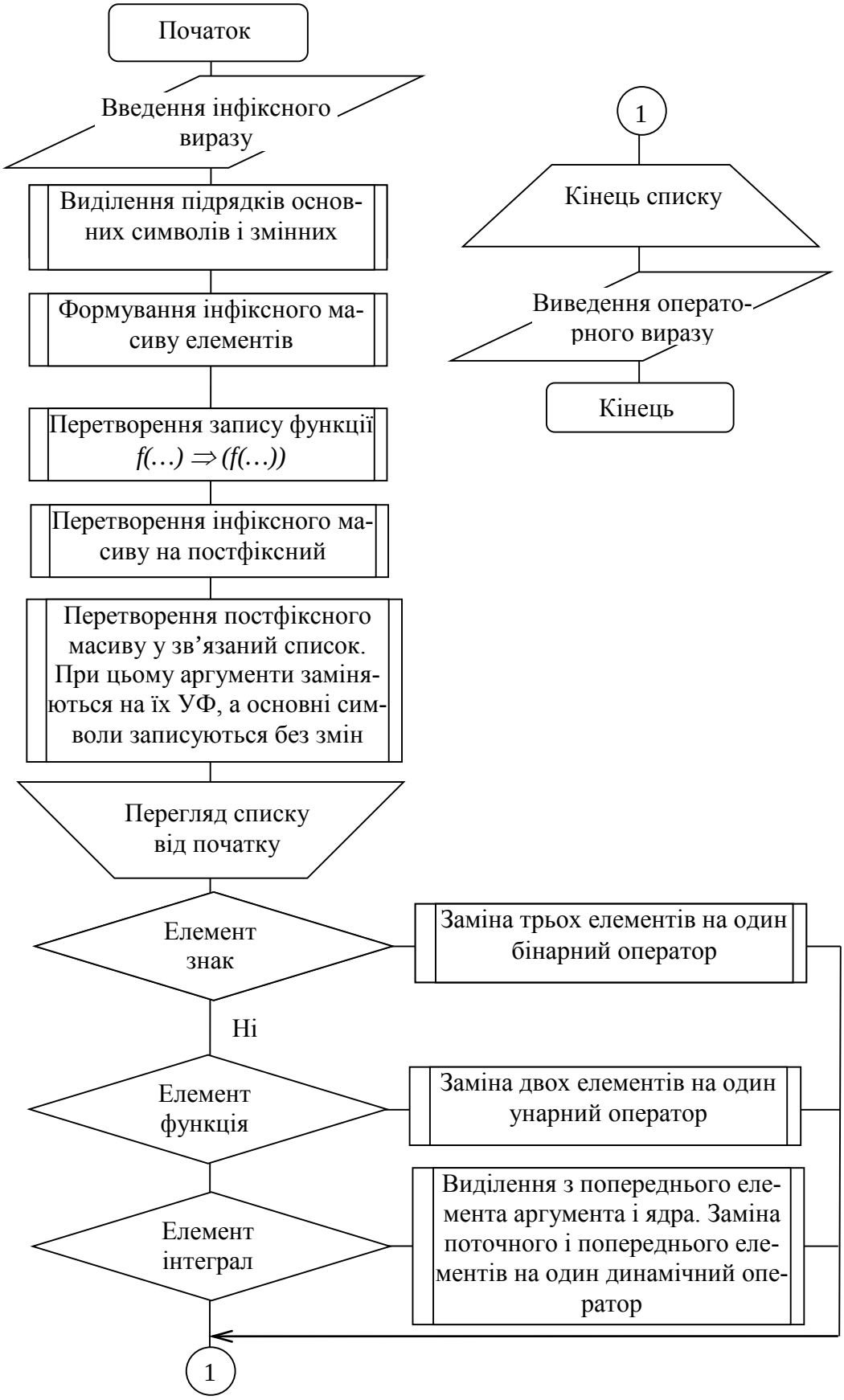


Рис.3.4. Алгоритм перетворення моделі у систему УФ

Алгоритм отримує вхідну модель у вигляді рядка символів, що утворюють певну математичну формулу у системі R. Для запису моделі використовуються невизначені змінні, які позначаються іменами довжиною не більше 4 символів, знаки операцій {+, -, *, /}**,** знаки елементарних функцій {*sin, cos, ln, exp, sqr, sqrt*}, позначення інтегро-диференціального (динамічного) перетворення у формі інтегралу Дюамеля *I*(*x***g*), де *x* – вхідна функція, *g* – ядро перетворення (імпульсна перехідна функція динамічного перетворення), роздільники { (,), пропуск}.

Перетворення відбувається у три основні етапи:

1. Розділення вхідного рядка у „інфіксній" формі на окремі елементи;
2. Перетворення „інфіксної" форми на постфіксну. В процесі цього перетворення визначається порядок дій з врахуванням дужок;
3. Перетворення постфіксної форми на операторну.

Приклади: Таблиця 3.4

Приклади перетворення постфіксної форми на операторну

R-форма	G-форма
a	b(a)
sin(x)	F(1,sin)[b(x)]
a+b	F(2,+)[b(a),b(b)]

Алгоритм виконання нелінійного перетворення представлений на рис.3.5.

В алгоритмі передбачається введення початкових даних шляхом передачі параметрів при ініціалізації алгоритму, а також з файла.

Використовуються два файли:

Filename1 – файл, що містить вхідну узагальнюючу функцію;

Filename2 – файл результатів.

З файла читаються дані відповідно до загального формату.

Після введення даних перевіряється значення індикатора типу даних *td1*. Якщо *td1*=2 (введена величина є нечіткою), то виконується нормування нечіткої величини шляхом знаходження підінтегральної площі методом трапецій і діленням на неї кожного елемента масиву:

```
S:=(F[1]+F[K])*0.5;
  for i:=2 to K-1 do  S:=S+F[i];
```

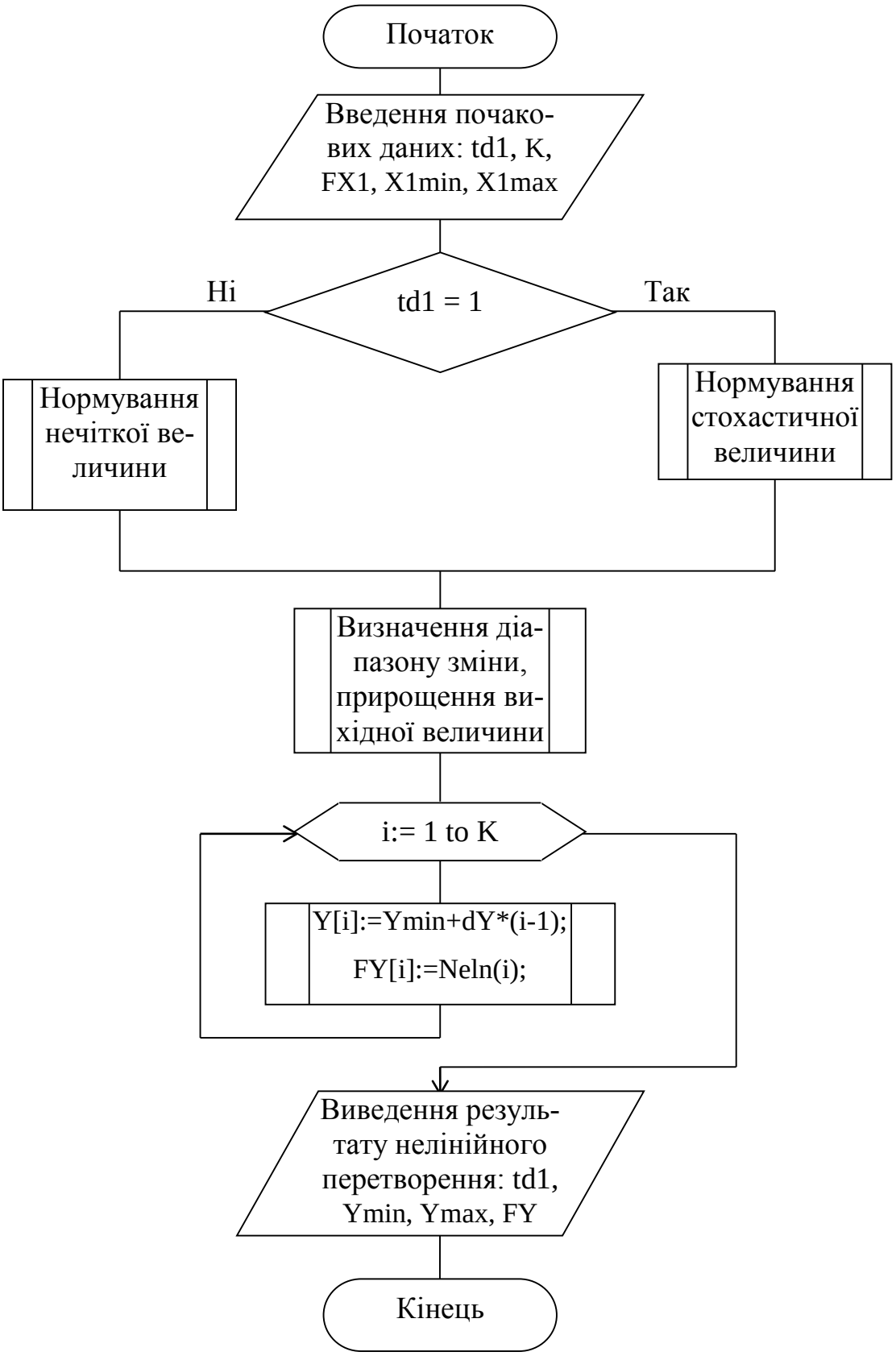


Рис.3.5 Схема алгоритму нелінійного перетворення

```
S:=S*dX;
for i:=1 to K do  begin F[i]:=F[i]/S  end.
```

На наступному кроці визначається діапазон зміни та приростання вихідної величини у процедурі diap:

```
Y:=N(X1[1]);  Ymin:=Y;  Ymax:=Y;
 for I:=1 to K do   begin  Y:=N(X1[I]);
                                  if Y<Ymin then Ymin:=Y;  if Y>Ymax then Ymax:=Y;
                        end;
 dY:=(Ymax-Ymin)/(K-1).
```

де *N(X1)* – функція, яка задає вид нелінійного перетворення.

Після визначення діапазону та приростання вихідної величини, в циклі за формулою (2.14) виконується інтегральне перетворення.

Інтегрування виконується методом трапецій у функції *Neln*, а алгебраїчне перетворення у функції *F(X1,y)* через δ-функцію Дірака. Чисельно апроксимована δ-функція Дірака може бути обчислена лише наближено, необхідно апроксимувати узагальнену δ-функцію обчислюваною алгебраїчною функцією. Спосіб апроксимації повинен забезпечувати мінімальну похибку перетворення. Найменшу похибку інтегрування забезпечує апроксимація δ-функції вигляду

$$\delta(x)=\begin{cases}0 & при \quad \sqrt{\dfrac{x}{k\cdot dx}}>70,\\ \dfrac{e^{-\sqrt{\frac{x}{k\cdot dx}}}}{\sqrt{\pi}k\cdot dx} & при \quad \sqrt{\dfrac{x}{k\cdot dx}}>70,\end{cases} \tag{3.6}$$

де *k* – постійний коефіцієнт.

Результати нелінійного перетворення – *td1, Ymin,Ymax, FY* виводяться у файл результату в тій же послідовності, що й у файлі вхідних даних.

Алгоритм виконання бінарного перетворення представлений на рис.3.6.

На початку роботи алгоритму задається параметр *R12* – коефіцієнт зв'язку вхідних величин.

Алгоритм використовує три файли:

- *Filename1* – файл, що містить узагальнюючу функцію 1-ї вхідної величини;

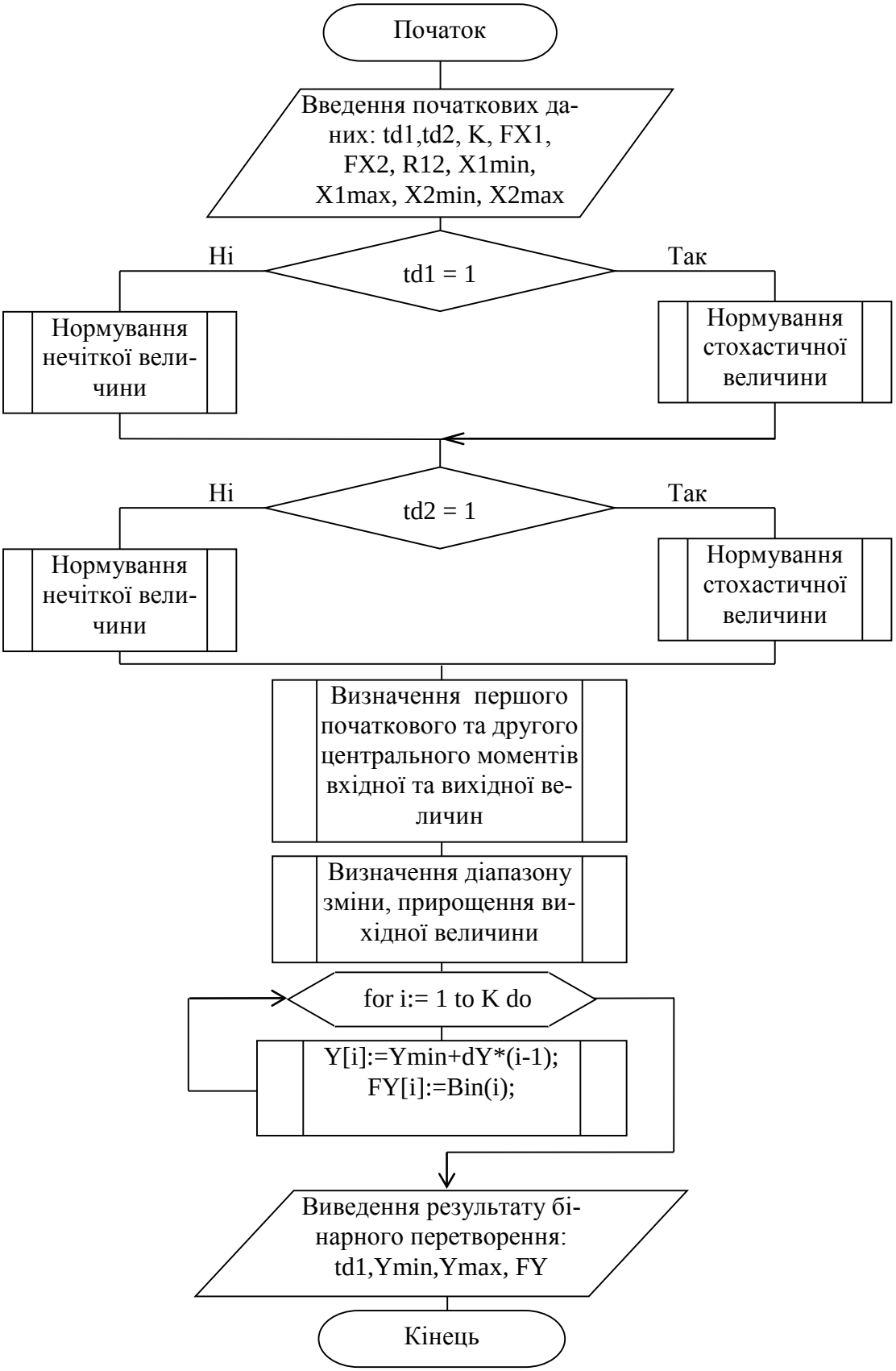


Рис. 3.6 Схема алгоритму бінарного перетворення

- *Filename2* – файл, що містить узагальнюючу функцію 2-ї вхідної величини;
- *Filename3*:string – ім'я файла результатів.

На другому кроці перевіряється значення індикатора типу першої величини. Якщо він дорівнює 1, то відбувається нормування першої величини як стохастичної, якщо 2 – як нечіткої.

Потім аналогічно перевіряється значення індикатора другої величини і вона відповідно нормується.

Після нормування вхідних даних визначається перший початковий *M* та другий центральний *D* моменти вхідної та вихідної величин за допомогою процедури *Moment*.

Потім у процедурі *diap* визначається діапазон зміни та приросщення вихідної величини. Процедура *diap* аналогічна одноіменній процедурі нелінійного перетворення, тільки замість функції *N(X1)* використовується функція *N(X1,X2)*, яка визначає вид бінарного перетворення, а саме: додавання, віднімання, множення та ділення.

Далі у циклі виконується бінарне перетворення за формулою (2.50).

Двократне інтегрування виконується методом трапецій у функції Bin, а алгебраїчне перетворення у функції *F(X1, X2, Z, y)* за формулою

$$F(x_1, x_2, z, y) = B_1(x_1)B_2(x_2)\delta[y - \mathrm{N}(x_1, \zeta)]\times$$
$$\times\delta\left[\xi - \mathrm{r}_{X1,X2}\sqrt{\frac{\mathrm{D}^{(2)}_{X2}}{\mathrm{D}^{(2)}_{X1}}}\left(x_1 - \mathrm{m}^{(1)}_{X1}\right) - \sqrt{1-\mathrm{r}^2_{X1,X2}}\left(x_2 - \mathrm{m}^{(1)}_{X2}\right) - \mathrm{m}^{(1)}_{X2}\right], \quad (3.7)$$

де *B1(x1), B2(x2)* – функції, що представляють масиви у вигляді функцій.

Результати бінарного перетворення *td1, Ymin,Ymax, FY* записуються у файл.

Алгоритм інтегро-диференціального перетворення представлений на рис.3.7.

Як і в попередніх перетвореннях спочатку вводяться початкові дані. Алгоритм використовує 5 файлів:

- *Filename1* – файл значень розподілів імовірностей чи функції належності вхідної величини;

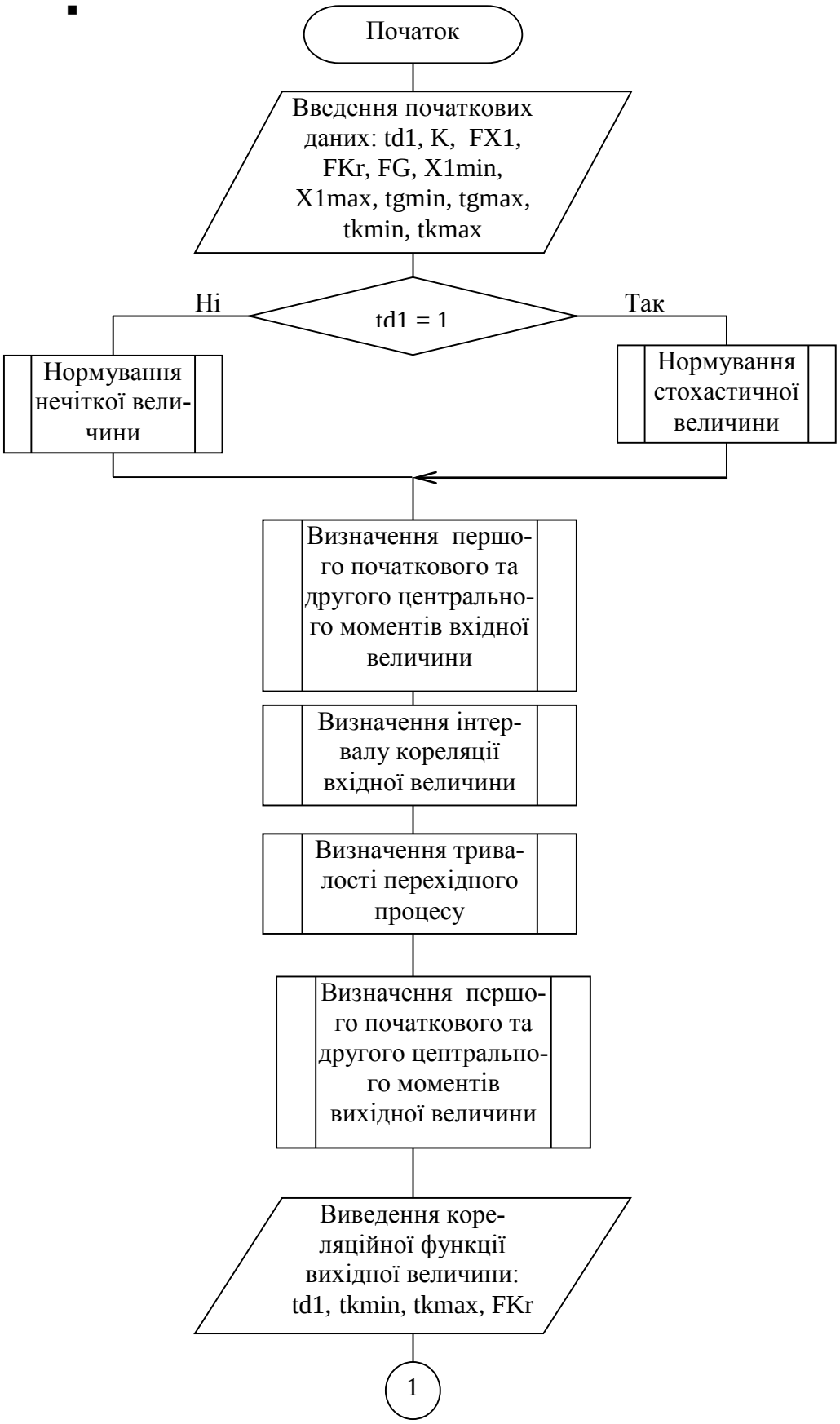


Рис. 3.7 Схема алгоритму інтегро-диференціального перетворення.

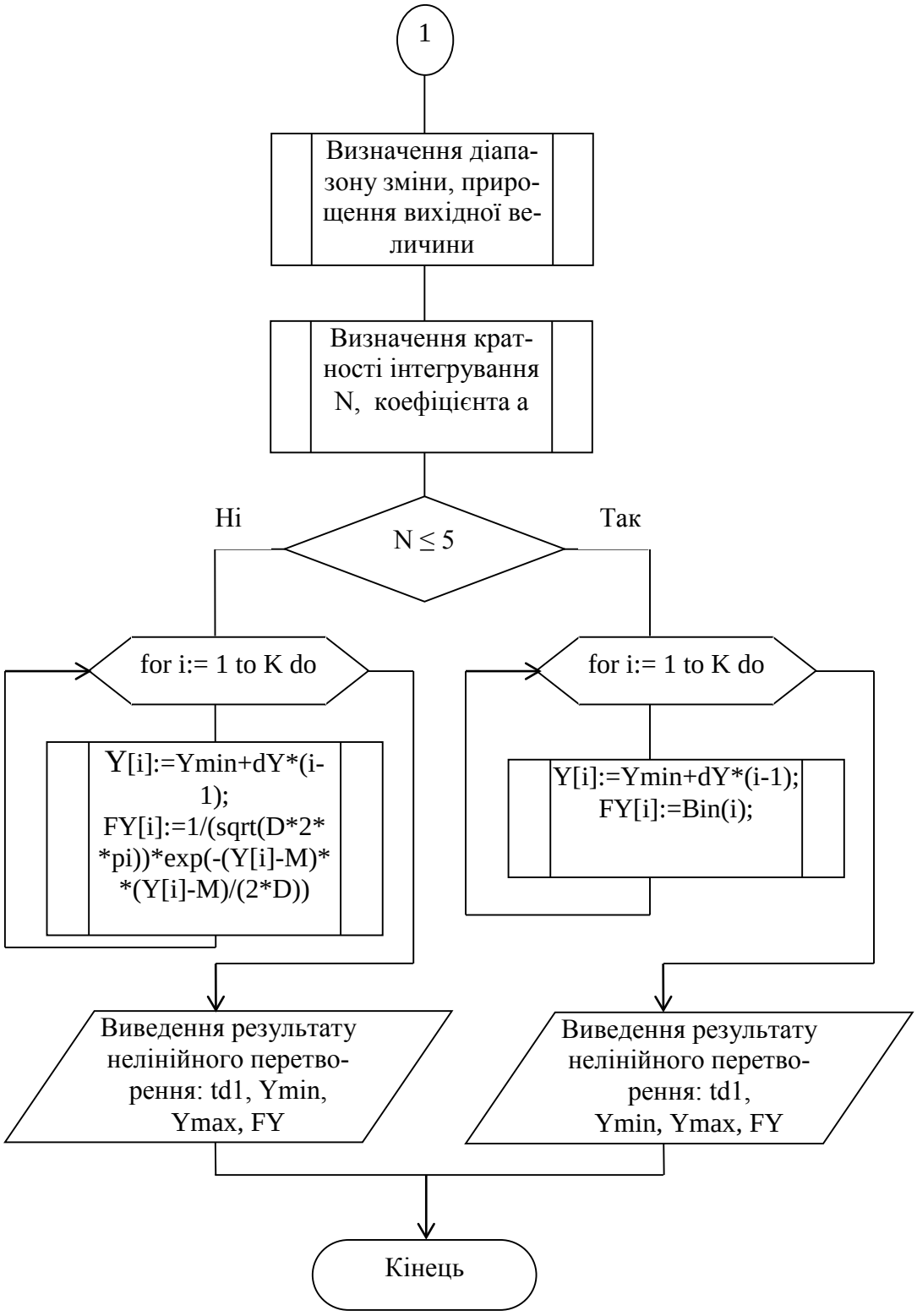


Рис. 3.7 Продовження

- *Filename2* – файл значень кореляційної функції вхідної величини;

- *Filename3* – файл значень імпульсної перехідної функції.
- *Filename4* – файл значень УФ вихідної величини;
- *Filename5* – файл значень кореляційної функції вихідної величини.

Далі перевіряється значення індикатора типу першої величини *td1* і відповідно до його значення виконується нормування цієї величини.

Після цього визначається, як і при бінарному перетворенні, перший початковий та другий центральний моменти вхідної величини.

На наступному кроці розраховується проміжок залежності вхідної величини за формулою (2.67).

Після цього за формулою (2.69) визначається значущий проміжок області зміни результату перетворення.

Розраховується перший початковий момент вихідної величини за формулою

$$m_Y^{(1)}(t) = \int_0^t m_X^{(1)}(t-\tau)\, g(\tau) d\tau . \qquad (3.8)$$

Далі визначається функція зв'язку вихідної величини, яка записується в окремий файл.

$$R_Y(\tau) = \int_0^\tau R_X(\tau-\xi)\, g(\xi) d\xi , \qquad (3.9)$$

Знаходиться другий центральний момент вихідної величини:

$$D_Y = R_Y(0). \qquad (3.10)$$

Після цього визначається діапазон зміни, прирощення вихідної величини.

$$Y_{min} = m_Y^{(1)} - 4\sqrt{D_Y^2}; \qquad (3.11)$$

$$Y_{\max} = m_Y^{(1)} + 4\sqrt{D_Y^2} . \qquad (3.12)$$

Розраховуються кратність інтегрування N та коефіцієнт a за формулою (2.72):

$$N = \mathrm{ent}\left[\frac{\mathrm{T}_{ïð}}{\Delta\tau}\right] + 1 \quad . \qquad (3.13)$$

Після цього перевіряється значення N – якщо воно менше п’яти, то виконується динамічне перетворення за формулою (2.51), яке представлено рекурсивною функцією Din, в якій використовуються функції delta і Sum. В функції Sum розраховується значення суми, що входить до ядра інтегро-диференціального перетворення:

$$Sum = \sum_{i=1}^{n} x_{n-i}(t - i\tau) g_0(i\tau). \qquad (3.14)$$

Як лічильник глибини рекурсивного вкладення використовується змінна *INR*. Перший раз функція викликається при *INR=N*, де *N* – необхідна кратність інтегрування. При кожному рекурсивному виклику значення *INR* зменшується на одиницю. При останньому виклику *INR=1*, й ядро Din обчислюється нерекурсивно з використанням функції delta. Функція Din:

```
Begin
if INR=1 then     begin      dd:=y[i]-M*(1-a)-a*Sum; din:=delta(dd,dY);  end;
if (INR>1) and (INR<=N) then
   begin    dec(INR);   NC:=0;
     X1[INR]:=X1min;
     while X1[INR]<X1max do
       begin   ddd:=din;
         NC:=NC+FX1[trunc((X1[INR]-X1min)/dX1+1)]*ddd*dX1;
         X1[INR]:=X1[INR]+dX1;
       end;
     din:=NC;    inc(INR);
   end;
End;
```

Якщо *N* більше 5, то розраховуються параметри нормальної УФ.

Результати інтегро-диференціального перетворення записуються у файл.

Структура програмного забезпечення моделювання систем керування в умовах невизначеності представлена на рис.3.8.

Основу програмного забезпечення складають процедури узагальнення даних та процедури реалізації інтегральних перетворень. Головна керуюча процедура запускає необхідні інтегральні перетворення у відповідності до операторної моделі. Операторна модель СК отримується за допомогою процедур блоку визначення моделі і виконання трансляції за алгоритмом рис.3.4.

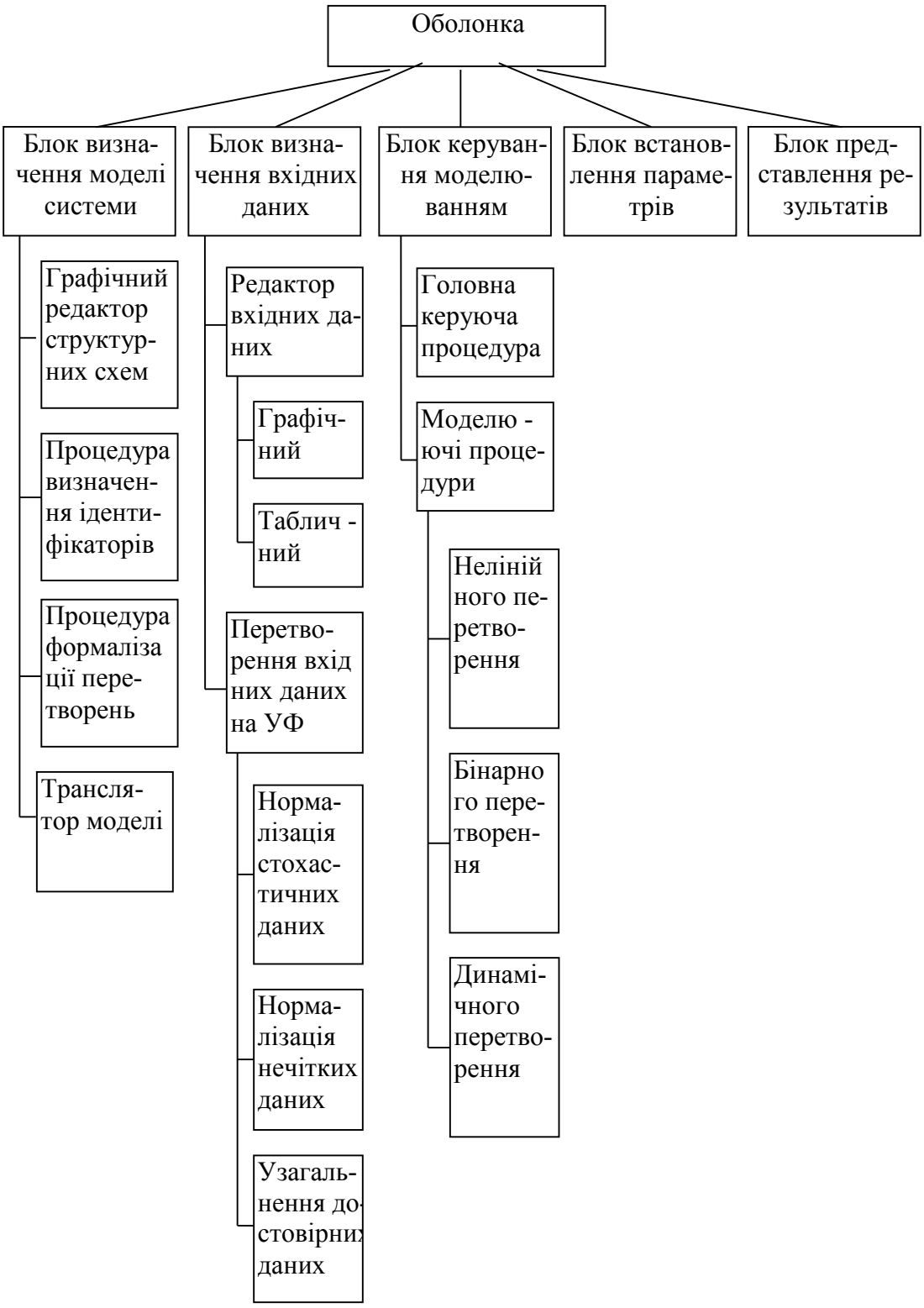


Рис.3.8 Структура програмного забезпечення моделювання систем керування в умовах невизначеності

Розроблене програмне забезпечення захищене авторським свідоцтвом [87].

3.2.2. Розробка технічних засобів узагальненої обробки достовірних, нечітких та стохастичних даних

Необхідність в моделюванні систем керування в умовах невизначеності виникає як на стадії проектування системи, так і в процесі її експлуатації з метою оптимізації параметрів та адаптації до зміни умов функціонування. В останньому випадку моделювання повинно здійснюватися в реальному часі обчислювальними пристроями, що входять до складу системи керування. Для підвищення швидкості моделювання в реальному часі доцільно скористатися спеціалізованими обчислювальними пристроями та блоками.

Спеціалізований блок для узагальнення нелінійного перетворення невизначених даних [88], заданих у вигляді узагальнюючих функцій (рис.3.9), складається з комутатора (К), блока розгортки (БР), блока паралельного обчислення (БПО) і запам'ятовуючого пристрою (ЗП). Узагальнююча функція задається у вигляді n дискретних значень, пропорційних значенням β_X у точках дискретизації x_i, і подається одночасно зі значеннями, що виробляє блок розгорнення, на відповідні входи комутатора. З комутатора значення надходять у блок паралельного обчислення, де виконується диференціювання і множення, отриманий результат заноситься в запам'ятовуючий пристрій. При проходженні повного циклу моделювання на виході запам'ятовуючого пристрою відтворюються значення, пропорційні значенням узагальнюючої функції після нелінійного перетворення відповідно до формули (2.25).

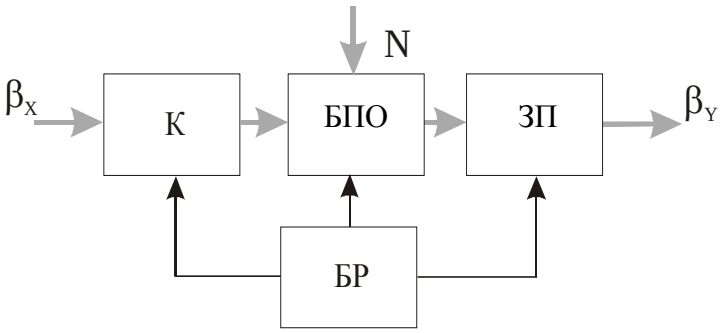


Рис. 3.6 Спеціалізований блок для узагальнення нелінійного перетворення невизначених даних, заданих у вигляді узагальнюючих функцій
→ - послідовні дані ⟶ - паралельні дані

Спеціалізований блок підсумовування невизначених даних [89], заданих у вигляді узагальнюючих функцій, представлений на рис.3.10, де позначено: ГА – генератор аргументу, СЗ – схема збігу, БЛП – блок лінійного перетворення (решта позначень аналогічні рис.3.9).

Блок працює таким чином. Узагальнюючі функції задаються у вигляді n дискретних значень, пропорційних значенням β_{X1}, β_{X2} у точках дискретизації x_{i1}, x_{i2}, і подаються на відповідні комутатори. На вхід блока лінійного перетворення надходить значення, яке виробляється блоком розгортки, пропорційне поточним значенням x_1, і формується значення, пропорційне функції

$$a_1 x_1 + a_0,$$

що надходить на керуючий вхід схеми збігу. У СЗ воно порівнюється з пропорційними поточними значеннями $(a_2 y - x_2)$, що формує генератор аргументу. У такий спосіб на комутатор надходять значення, що замикають усі ключі, координати яких задовольняють співвідношенню $x_{2j} = a_2 y + a_1 x_1 + a_0$.

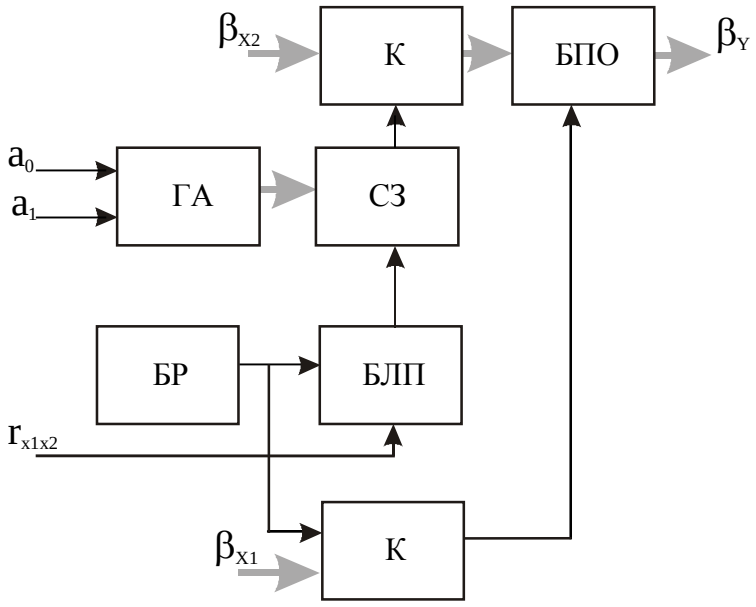


Рис. 3.10 Спеціалізований блок підсумовування невизначених даних, заданих у вигляді узагальнюючих функцій

Тоді на виході комутатора формуються значення функції $\beta_{X2}(a_2 y + a_1 x_1 + a_0)$, що надходять на перший вхід блока паралельного обчислення, на другий вхід надходять значення пропорційні функції

$\beta_{X1}(x_{1i})$. У блоці паралельного обчислення виконуються операції множення та інтегрування. При проходженні повного циклу перетворення на виході БПО формуються результати, пропорційні значенням узагальнюючої функції суми невизначених даних для дискретних значень β_Y відповідно до формули (2.50).

Спеціалізований блок для узагальнення лінійного інтегро-диференційного перетворення невизначених даних [90], заданих у вигляді узагальнюючих функцій, має структуру, представлену на рис.3.11.

Узагальнююча функція задається у вигляді n дискретних значень, пропорційних значенням β_X у точках дискретизації x_i, і подається одночасно на входи комутатора і блока паралельного обчислення. У блоці розгортки формуються значення, пропорційні поточним значенням x, і подаються на входи блока паралельного обчислення і блока лінійного перетворення. У блок лінійного перетворення також подаються значення, пропорційні постійним коефіцієнтам a_i, $i=0,...,n$, значення яких обчислюються відповідно до формули для ядра перетворення (2.51). На виході блока лінійного перетворення формуються значення, пропорційні значенням

$$a_0 - a_n \sum_{i=1}^{n-1} x_i b_i - (a_0 - a_n) m_X .$$

На керуючий вхід другого комутатора подається значення n, що дорівнює кількості циклів інтегрування. З виходів блока паралельного обчислення, де виконується множення та інтегрування, значення подаються в блок пам'яті. При проходженні $(n-1)$ циклів інтегрування на виході блока паралельного обчислення формуються результати, пропорційні значенням узагальнюючої функції β_Y після лінійного інтегро-диференційного перетворення в i момент часу і запам'ятовуються у відповідних комірках запам'ятовуючого пристрою. При проходженні повного циклу моделювання на виході блока інтегрування формуються значення, пропорційні значенням узагальнюючої функції β_Y після лінійного інтегро-диференційного перетворення для дискретних значень t і квантових значень y.

Керування моделюванням. Моделювання за допомогою моделюючих блоків здійснюється під керуванням спеціалізованого контролера

[75,76]. Контролер складається з вхідного/вихідного інтерфейсу (Вх/Вих), через який здійснюється паралельне введення/виведення невизначених даних, заданих у вигляді узагальнюючих функцій, блока керування (БК), блока пам'яті даних (БПД) і блока пам'яті алгоритму (БПА), блока обчислення коефіцієнтів (БРК) і блока розгортки (БР), а також до його складу входять три спеціалізовані блоки, що виконують відповідні операції: нелінійну операцію (НО), бінарну (БО) і інтегро-диференційну (І/Д) рис.3.12.

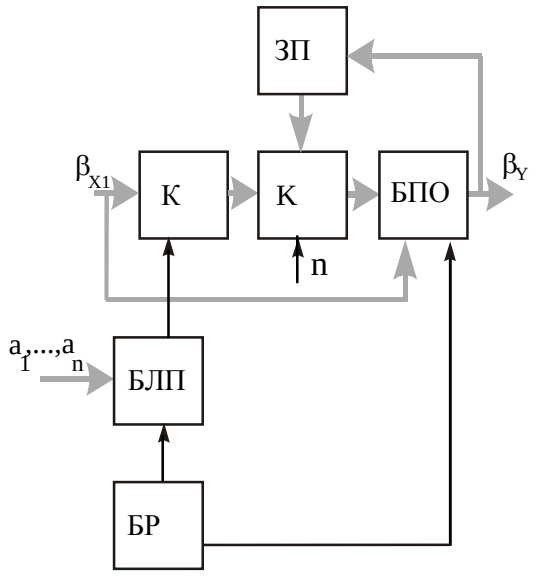


Рис. 3.11 Спеціалізований блок для узагальнення лінійного інтегро-диференційного перетворення невизначених даних, заданих у вигляді узагальнюючих функцій

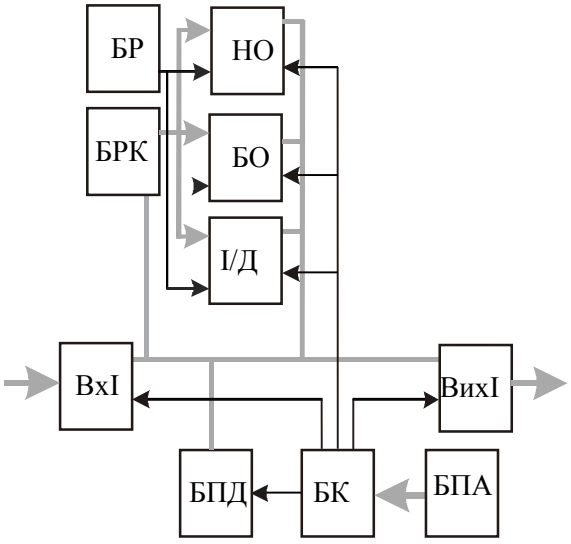


Рис. 3.12. Структура спеціалізованого контролера

Робота контролера здійснюється в такий спосіб. Закон керування, який використовується в СК в умовах невизначеності, розкладається на послідовність операцій нелінійного перетворення, підсумовування та інтегрування/диференціювання (виконується трансляція). Отримана послідовність записується у БПА. Вхідні невизначені дані, задані у вигляді узагальнюючих функцій, через вхідний інтерфейс надходять у блок пам'яті даних через шину даних. Керуючий сигнал, що формується відповідно до алгоритму керування, надходить із блока керування на необхідний спеціалізований блок, запускаючи процес перетворення.

У блоці розгортки формуються сигнали, що керують процесом перетворення. Також у спеціалізовані блоки надходять значення коефіцієнтів перетворення, що розраховуються в БРК. Результати обчислень заносяться в БПД. По завершенню алгоритму результати з БПД виводяться через вихідний інтерфейс.

3.3. Розробка засобів для оптимізації систем керування в умовах невизначеності

Розроблений метод моделювання може бути використаний для оптимізації систем керування в умовах невизначеності. В умовах невизначеності процес оптимізації має суттєві особливості. Вони пов'язані з тим, що шлях до оптимальної точки, як і її координати, є "розмитими" [1].

3.3.1. Дослідження та вдосконалення методів покрокової оптимізації систем керування в умовах невизначеності

Розглянемо задачу оптимізації системи керування.

Нехай існує система, на вхід якої надходять дані, перша частина яких $\overline{X}_1$ (статистична) одержується шляхом вимірювання і представляється законами розподілу ймовірностей, а друга $\overline{X}_2$ (нечітка) – задається експертом у вигляді функцій належності. Перетворення, що відбуваються у системі, характеризуються вектором коефіцієнтів $\overline{C}$. Отже, вихід системи можна представити рівнянням

$$\overline{Y} = F(\overline{X}_1, \overline{X}_2, \overline{C}). \qquad (3.15)$$

Необхідно оптимізувати роботу СК за деяким критерієм $Q(\overline{X}_1, \overline{X}_2, \overline{C})$.

Нехай для прикладу функція F визначення може бути представлена у вигляді

$$Y_i = C_1 X_{11} + C_2 X_{12} + \ldots \qquad (3.16)$$

де C_i – вагові коефіцієнти.

Оскільки початкові дані $\overline{X}_1$ і $\overline{X}_2$ є невизначеними, то відповідно до методу узагальнюючих функцій, представимо задачу в операторній формі:

$$\beta_Y = \prod_{i=1}^{n-1} \Phi_i^{(2)} \left[\left(\Phi_{1i}^{(1)} \beta_{X_{1,i}} \right) \left(\Phi_{2i}^{(1)} \beta_{X_{2,i}} \right) \right]. \qquad (3.17)$$

При розв'язанні задачі оптимізації покроковим методом [91] можлива ситуація, коли через невизначеність даних наступна точка буде віддалена від оптимуму на більшу відстань, ніж початкова, що проілюстровано на рис.3.13. Алгоритм, що реалізує такий метод, можна вважати нестійким. В літературі [92] по-різному трактується поняття нестійкості алгоритмів. Тому дамо визначення стійкості алгоритму оптимізації в умовах невизначеності.

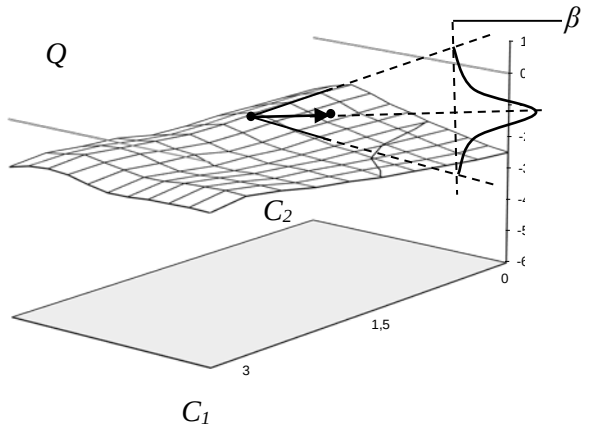


Рис.3.13 Оптимізація системи покроковим методом

Визначення. Будемо називати покроковий (ітераційний) алгоритм нестійким в умовах узагальненої невизначеності (G-нестійким), якщо існує така точка в просторі станів, для якої функція порівняння для двох послідовних точок траєкторії оптимізації задовольняє умові

$$\int_{-\infty}^{0} \beta_{\Delta}(\Delta_Q) d\Delta_Q > 0, \qquad (3.18)$$

де Q – критерій оптимізації.

Ступінь нестійкості

$$S = \frac{\int_{-\infty}^{0} \beta_{\Delta}(\Delta_Q)d\Delta_Q}{\int_{-\infty}^{+\infty} \beta_{\Delta}(\Delta_Q)d\Delta_Q}. \qquad (3.19)$$

Тоді будемо називати алгоритм абсолютно нестійким, якщо S=0 і умовно нестійким, якщо 0<S<1.

Для визначення мінімального значення багатопараметричної функції $Q(\overline{C})$ можна використати один з найвідоміших однокрокових методів – градієнтний.

Основна його ідея полягає в тому, щоб рухатися до мінімуму в напрямку найшвидшого зменшення функції, яке визначається антиградієнтом. Ця ідея реалізується в такий спосіб. Вибирається будь-яким способом початкова точка, у ній обчислюється градієнт аналізованої функції ∇ і робиться невеликий крок в зворотному, антиградієнтному напрямку, і так далі за формулою:

$$\overline{C}_{k+1} = \overline{C}_k - h\nabla, \qquad (3.20)$$

де $h = const$ - крок.

Продовжуючи цей процес, рух здійснюється до знаходження мінімального значення функції.

Оскільки градієнт обчислюється через похідні, то для обчислення узагальнюючої функції градієнта неповністю визначеного критерію оптимізації визначимо поняття похідної невизначеної величини.

Похідну невизначеної функції $x(t)$ можна представити таким чином:

$$\beta_t(x') = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\beta(x_2 - x_1)}{\Delta t}\right) \approx \frac{\beta(x_2 - x_1)}{\Delta t} \text{ при малому } \Delta t. \qquad (3.21)$$

Представляючи (3.21) в операторній формі, одержуємо:

$$\beta_t(x') = \Phi^{(2)}[\beta(x_2)\beta(x_1)], \qquad (3.22)$$

де $\Phi^{(2)}$ - бінарний оператор різниці, який залежить від таких параметрів, як перший початковий момент $m_{x'}$, другий центральний момент $D_{x'}$, $r_{x'}$ – другий центральний змішаний момент похідної [30].

$$m_{x'}(t) = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{m_x(t+\Delta t) - m_x(t)}{\Delta t} = m_x'(t), \qquad (3.23)$$

$$D_{x'} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty} \omega^2 G_x(\omega)d\omega, \qquad (3.24)$$

де ω - частота,

$G_x(\omega)$ - спектральна щільність невизначеної величини.

$$r_{x'}(t_1,t_2)=\frac{1}{D_{x'}}\frac{\partial^2 R_x(t_1,t_2)}{\partial t_1 \partial t_2}, \qquad (3.25)$$

де R_x – другий змішаний центральний момент невизначеної величини.

Тоді узагальнюючу функцію градієнта ∇Q можна представити в операторній формі, враховуючи (3.20):

$$\beta_\nabla = \overline{\Phi}^{(2)}[\beta_Q(C_{i2})\beta_Q(C_{i1})], \qquad (3.26)$$

а відповідна функція порівняння

$$\beta_{\delta Q} = \Phi^{(2)}\beta_Q(\overline{C}_1 + h\nabla)\beta_Q(\overline{C}_1), \qquad (3.27)$$

де $\Phi^{(2)}$- бінарний оператор знаходження різниці невизначених даних $Q(\overline{C}+h\nabla)$ і $Q(\overline{C})$.

За визначенням (3.18), (3.19) градієнтний метод буде G-нестійким, якщо існує хоча б одна точка, в якій ступінь нестійкості дорівнює нулю, і умовно G-нестійким, якщо його значення знаходиться в інтервалі (0,1).

Для моделювання процесу оптимізації систем керування в умовах невизначеності градієнтним методом розроблений алгоритм. Алгоритм представлений на рис.3.14.

Початковими даними алгоритму є:

- критерій оптимальності K – функція n змінних $f(x_1, x_2, \cdots x_n)$;
- область визначення критерію – діапазон зміни кожного параметра $\{(X_{1\min}, X_{1\max}), \cdots (X_{n\min}, X_{n\max})\}$;
- вектор початкових умов – $\{x_1 = x_{10}, x_2 = x_{20}, \cdots x_n = x_{n0}\}$;
- набір функцій належності змінних x_{i0} з параметрами $\{x_1, x_2, \cdots x_n\}$ – $\left\{\beta_1\left(x_{10}/x_1, x_2, \cdots x_n\right), \cdots \beta_n\left(x_{n0}/x_1, x_2, \cdots x_n\right)\right\}$;
- кількість кроків розбиття діапазонів зміни параметрів N;
- величину кроку пошуку екстремуму h.

У алгоритмі обчислюються:

1- значення кроків дискретизації по кожному параметру $dx_i = \frac{X_{i\max} - X_{i\min}}{N}$;

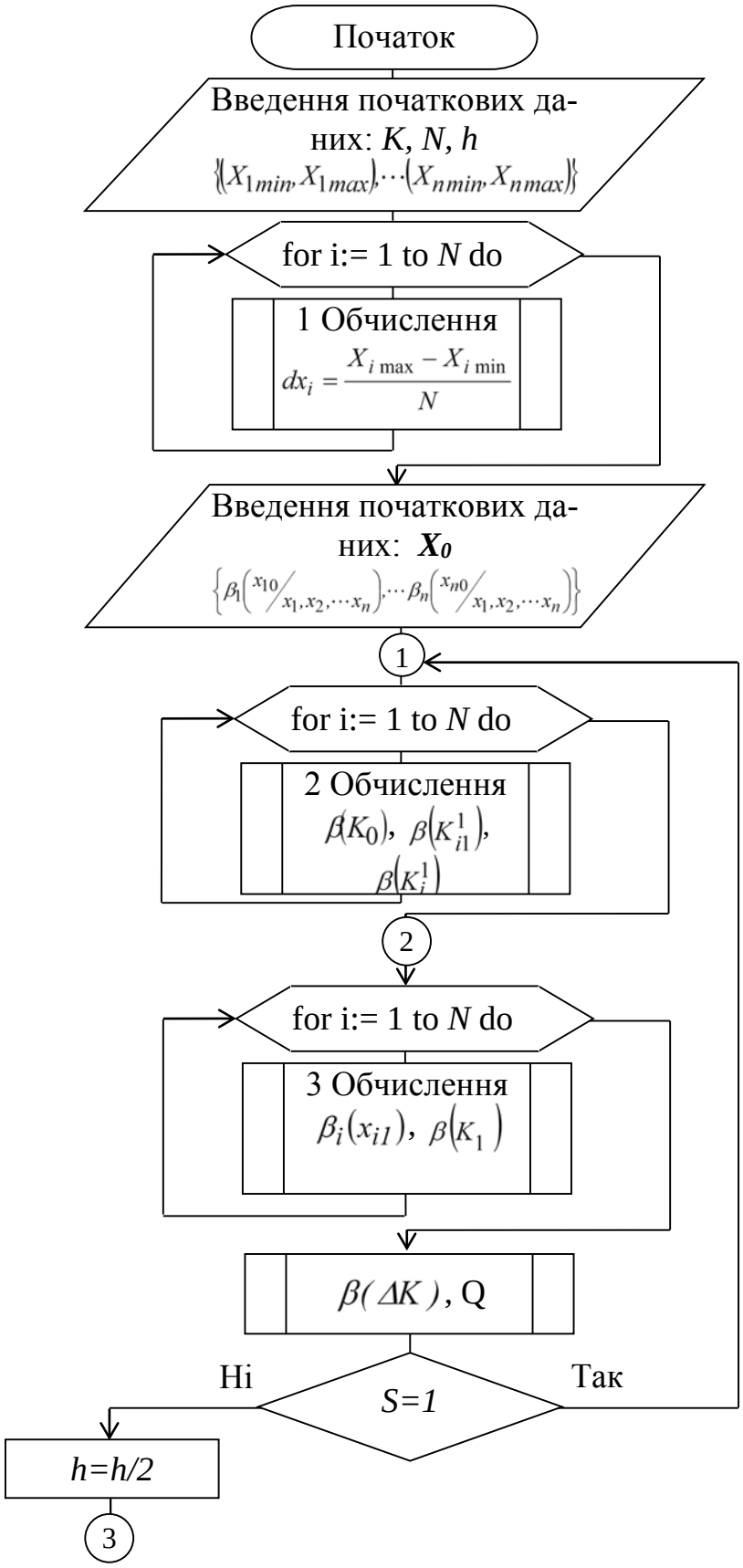


Рис.3.14 Алгоритм оптимізації методом градієнту в умовах невизначеності

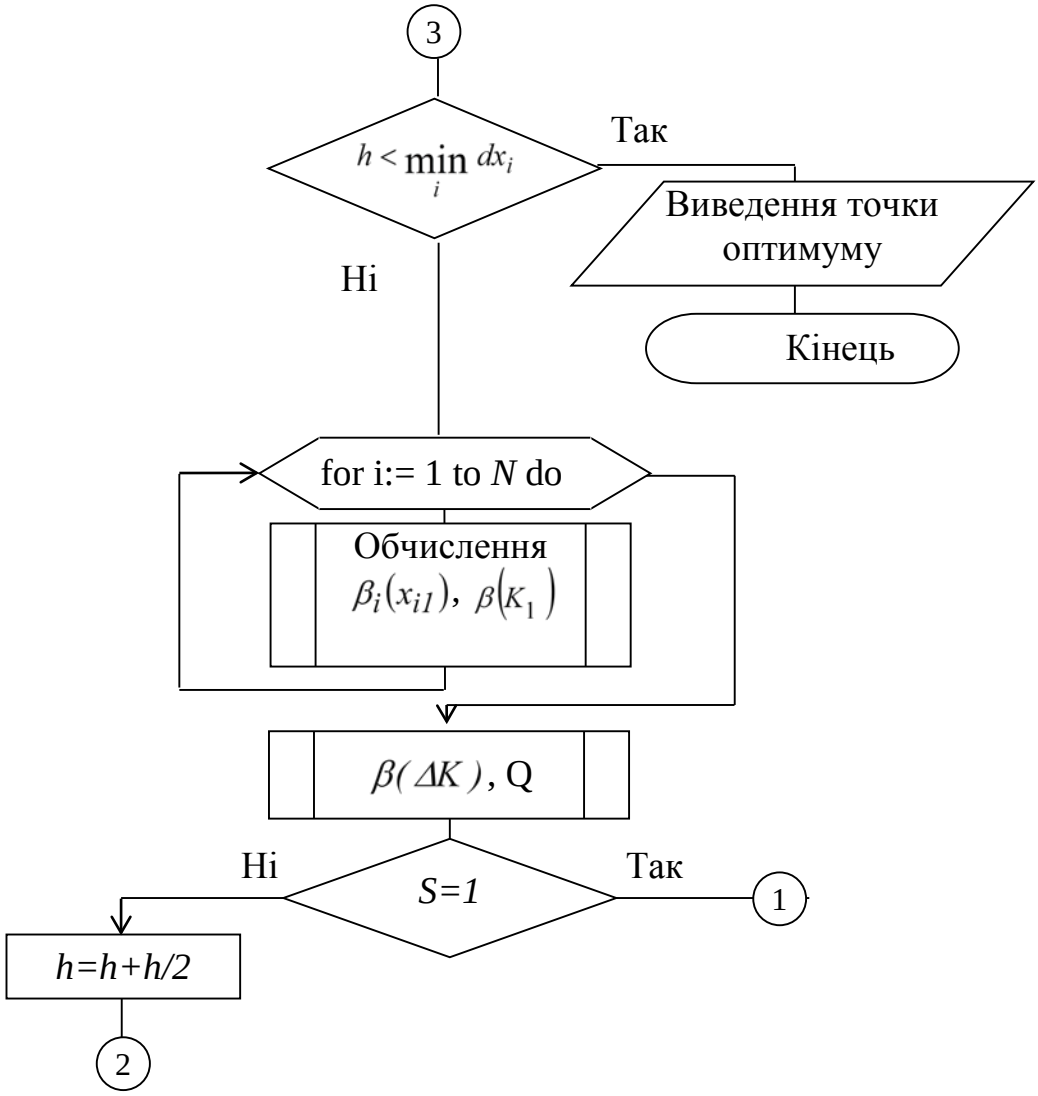


Рис.3.14 Продовження

2- значення узагальнюючих функцій критерію оптимальності

$$\beta(K_0)=\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}\prod_{i=1}^{n}\beta_i\left(x_{i0}\Big/x_1=x_{10},\cdots x_n=x_{n0}\right)\cdot\delta\left[K_0-f\left(x_{10},\cdots x_{n0}\right)\right]dx_{10}\cdots dx_{n0},$$

$$\beta\left(K_{i1}^1\right)=\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}\prod_{i=1}^{n}\beta_i\left(x_{i1}\Big/x_1=x_{10},\cdots x_i=x_{i0}+dx_i,\cdots x_n=x_{n0}\right)\cdot\delta\left[K_0-f\left(x_{10},\cdots x_{n0}\right)\right]dx_{10}\cdots dx_{n0};$$

- значення узагальнюючої функції часткових похідних критерію $K_i^1=\dfrac{\partial K}{\partial x_i}$ по кожному параметру

$$\beta\left(K_i^1\right)=\Phi^{(2)}\left[\beta(K_1),\beta(K_0)\right]=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\beta(K_1)\bullet\beta(K_0)\bullet\delta\left[K_i^1-\frac{K_1-K_0}{dx_i}\right]dK_1\,dK_0;$$

3- значення узагальнюючої функції координат наступної точки на шляху пошуку – якщо наступна точка обирається за правилом

$$x_{i1} = x_{i0} + \frac{K_i^1}{\max\limits_i K_i^1} h \text{ то } \beta_i(x_{i1}) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \beta\left(K_i^1\right) * \delta\left[x_{i1} - \left(x_{i0} + \frac{K_i^1}{\max\limits_i K_i^1} h \right) \right] dK_i^1$$

- значення критерію оптимальності у наступній точці

$$\beta(K_1) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \prod_{i=1}^{n} \beta_i \left(x_{i1} \Big/ x_1 = x_{11}, \cdots x_n = x_{n1} \right) * \delta[K_1 - f(x_{11}, \cdots x_{n1})] dx_{11} \cdots dx_{n1}$$

Перевіряємо стійкість алгоритму пошуку.

- Визначаємо функцію порівняння значень критерію оптимальності у точках X_0 і X_1 -

$$\beta(\Delta K) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \beta(K_0)\beta(K_1)\delta[\Delta K - (K_1 - K_0)] dK_1\, dK_0$$

- Визначаємо критерій стійкості в умовах невизначеності

$$Q = \int\limits_{-\infty}^{0} \beta(\Delta K)\, d\Delta K$$

Приймаємо рішення:

- якщо при пошуку мінімуму $S=1$ то рухаємося далі;

- якщо ні, то повертаємося назад у точку X_0 і робимо з неї два пробних кроки з параметром $h' = h/2$ і $h' = h + h/2$

- повторюємо для обох точок дії, починаючи з блоку 3. Якщо для якоїсь точки $S=1$, то приймаємо її за наступну. Якщо ні, то продовжуємо змінювати h. Якщо досягнуто $h < \min\limits_i dx_i$, то оптимум знайдено.

3.3.2. Адаптація систем керування в умовах узагальненої невизначеності

Системи керування працюють в умовах неповністю визначеної інформації про параметри як самої системи, так і керованих нею процесів. Стохастична невизначеність виникає в системах управління внаслідок завад і похибок вимірювань параметрів сигналів. Нечітка невизначеність виникає внаслідок використання параметрів, що задаються людиною-оператором, які є експертною оцінкою різного ступеня невизначеності. Нечітка невизначеність може зменшуватись шляхом виконання вимірювань в процесі роботи системи.

Розглянемо систему управління, структура якої представлена на рис.3.15. На рисунку позначено: К – контролер для розрахунку оптимального керуючого впливу, БПФД – блок перетворення форми даних з узагальнюючої функції в точне значення, ВП – виконуючий пристрій, ОК – об'єкт керування, БІ – блок ідентифікації об’єкта, БА – блок адаптації, С – сенсор, μ - функція належності нечіткої уставки оператора.

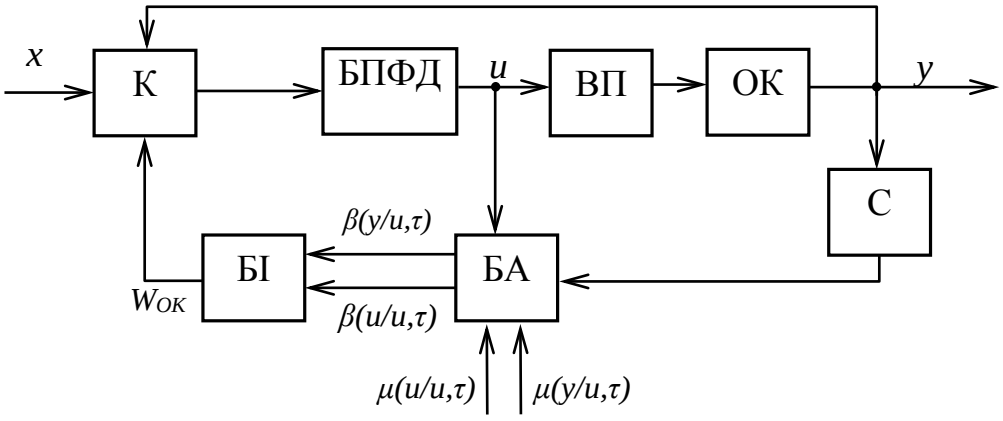


Рис. 3.15. Структура інтелектуальної системи управління на основі спеціалізованого контролера

Створення адаптивної системи управління, що використовує невизначені дані довільного виду, грунтується на використанні таких принципів:

- використання апріорних нечітких даних;
- ідентифікація ОК на основі узагальнюючих функцій;
- адаптація системи ідентифікації на основі експериментальних даних;
- реалізація узагальнених операцій за допомогою спеціалізованого контролера для обробки узагальнюючих функцій з паралельним потоком даних.

Процес адаптації грунтується на таких міркуваннях. Контролер *К*, отримавши завдання перевести об’єкт ОК у стан *x* з поточного стану *y*, розраховує оптимальний закон керування $U(x,y,t)$. Для цього використовується модель об’єкта W_{OK}. Модель розраховується на основі умовних узагальнюючих функцій $\beta(y/u,\tau)$ і $\beta(u/u,\tau)$ спектральним методом [30,41].

На початку роботи та при суттєвих змінах умов функціонування узагальнюючі функції отримуються з експертних оцінок відповідних функцій належності.

Достовірність функцій належності залежить від ступеня довіри до досвіду експерта. Необхідно вдосконалювати висновки експерта в процесі роботи системи шляхом корегування функцій належності початкових нечітких даних, одержаних шляхом експертної оцінки, за наступною методикою.

Методика грунтується на гіпотезі, що досвід експерта, втілений у функцію належності, є підсвідомим результатом накопичення ним певних спостережень.

Нехай N – характеристика ступеня довіри до досвіду експерта, $N \in [K; +\infty]$;

K – кількість термів, інтервалів розбиття z_i, $i=1\ldots K$ нечіткої величини z;

$\mu_i = \mu(z_i)$ - вхідна функція належності, яка нормується $\frac{n_i}{n_{i\,max}}$, $i=1\ldots K$;

n_i – кількість спостережених експертом значень z, що увійшли до i-го терму.

Очевидно, $N = \sum_{i=1}^{K} n_i$.

Початкове значення узагальнюючих функцій

$$\beta(y/u,\tau) = \mu_H(y/u,\tau),\ \beta(u/u,\tau) = \mu_H(u/u,\tau). \qquad (3.28)$$

В процесі роботи системи при отриманні виміряного значення $z \in z_i$ узагальнююча функція буде змінюватись таким чином:

$$\beta_j = \begin{cases} \dfrac{\beta_j N+1}{N+1} & \text{при } i = j; \\ \dfrac{\beta_j N}{N+1} & \text{при } i \neq j,\ j = 1\ldots K.. \end{cases} \qquad (3.29)$$

В результаті узагальнююча функція β, яка первинно була отримана з недостатньо достовірних оцінок експерта, поступово наближається до розподілу ймовірностей.

3.4. Перевірка адекватності розроблених моделей, ефективності методів та алгоритмічних засобів

Запропонований метод узагальнюючих функцій грунтується на узагальненні алгебраїчних на випадок неповністю визначених даних. У частковому випадку невизначеним даними можуть бути нечіткі дані. Для обробки нечітких даних існують відомі методи узагальнення [1,52,53,56].

Результати, отримані за допомогою різних методів узагальнення, дещо відрізняються. Тому була *поставлена задача порівняння методів узагальнення операцій над неточно заданими даними.* Критеріями порівняння обрані такі:

- відповідність результату узагальнення вимогам збереження правильності при граничних наближеннях до відомих результатів;
- отримання однакових результатів при виконанні розрахунку однієї і тієї ж величини за різними алгоритмами;
- можливість врахування залежності між початковими даними при визначенні результату операції;
- обчислювальна складність.

В ході розв'язування поставленої задачі порівнювалися три способи узагальнення:

1. Принцип узагальнення Заде. Алгоритм його реалізації наведений на рис.3.16;

2. Модифікований (α-рівневий) принцип узагальнення;

3. Метод узагальнюючих функцій.

Для цього розроблена методика, яка використовує спеціальне програмне забезпечення.

Методика грунтується на незалежній оцінці функцій належності початкових даних і результатів типових математичних перетворень різними експертами та порівнянні цих результатів з такими, що отримані шляхом програмної реалізації принципів узагальнення. Для цього запропоновані тестові завдання, в яких експерти здатні оцінити як початкові дані, так і результати перетворень, наприклад:

- довжину, ширину та площу ділянки прямокутної форми;

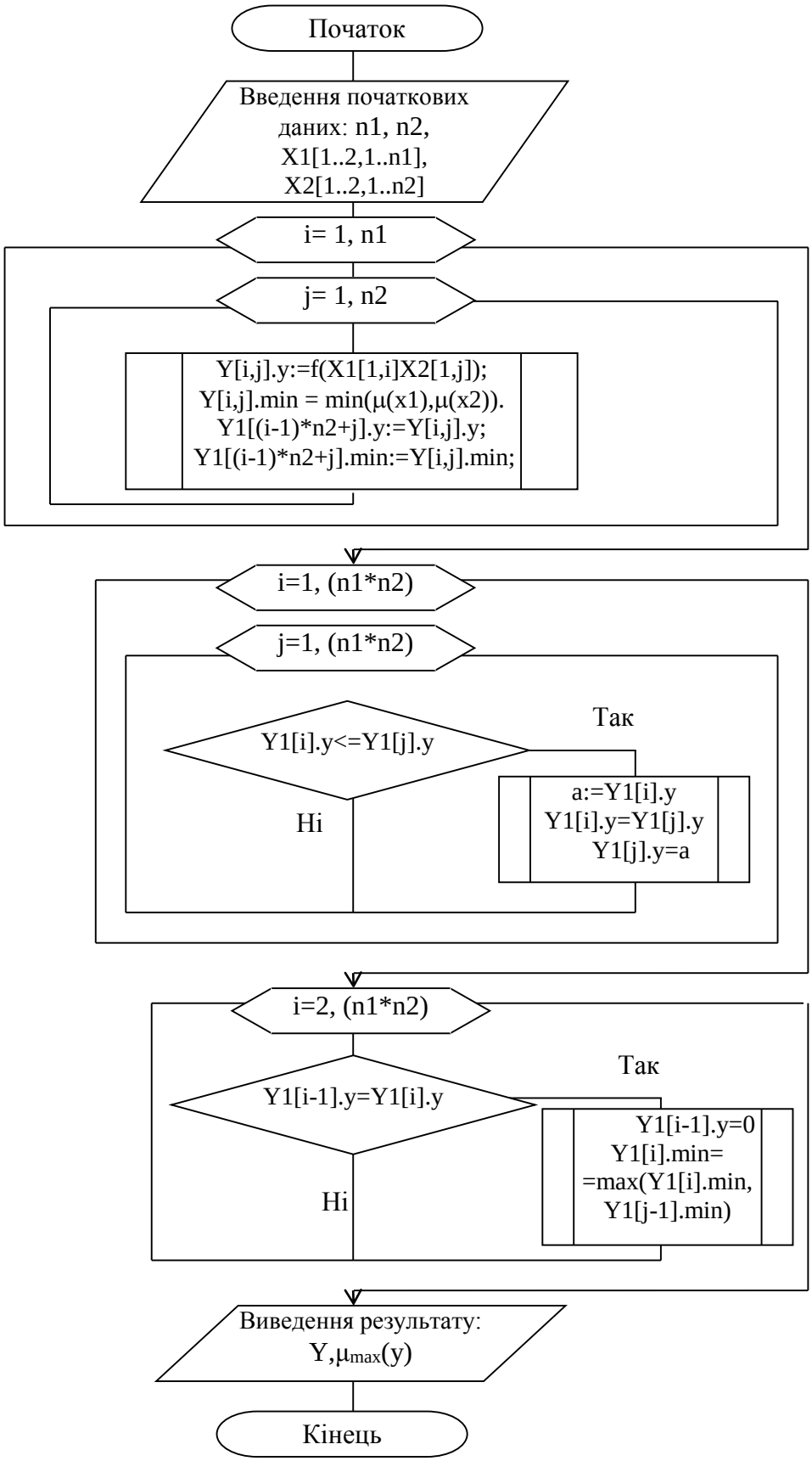


Рис. 3.16 Алгоритм принципу узагальнення Заде

- силу струму, напругу та потужність у мережі;
- довжину, ширину, висоту та об'єм тіла, що має форму прямокутного паралелепіпеду.

Гіпотетична оцінка, отримана в результаті використання принципів узагальнення, перевіряється на основі висновків експерта як еталону.

Для перевірки відповідності отриманих числових результатів висновкам експерта можуть використовуватись критерії узгодження χ^2 Пірсона, Колмогорова і помилки першого та другого роду.

Помилка першого роду буде мати вигляд:

$$P_1 = \int_a^b \beta(x) \left[\int_{-\infty}^{a-x} \beta(z)dz + \int_{b-x}^{\infty} \beta(z)dz \right] dx, \qquad (3.30)$$

а помилка другого роду:

$$P_2 = \int_{-\infty}^{a} \beta(x) \int_{a-x}^{\infty} \beta(z)dzdx + \int_{b}^{\infty} \beta(x) \int_{-\infty}^{b-x} \beta(z)dzdx, \qquad (3.31)$$

де $\beta(x)$ - узагальнююча функція координати X,

$\beta(z)$- УФ помилок Z.

Перевірка відповідності критерію збереження правильності при граничних наближеннях до відомих результатів проводилася на прикладах розв'язання задач розрахунку сили електричного струму і площі прямокутника.

Нехай довжина і ширина ділянки прямокутної форми оцінюється нечіткими числами a і b відповідно:

a= 0/4+0,4/6+1/8+0,6/10+0/12,

b= 0/3+0,3/6+0,9/9+1/12+0,6/15+0,3/18+0/21.

Тоді площа c цієї ділянки визначається як $a*b$.

При використанні запропонованої методики отримані функції належності мають вигляд рис.3.17.

Отже, у цьому тесті використання методу УФ дає достовірніші результати, ніж відповідний метод узагальнення Заде.

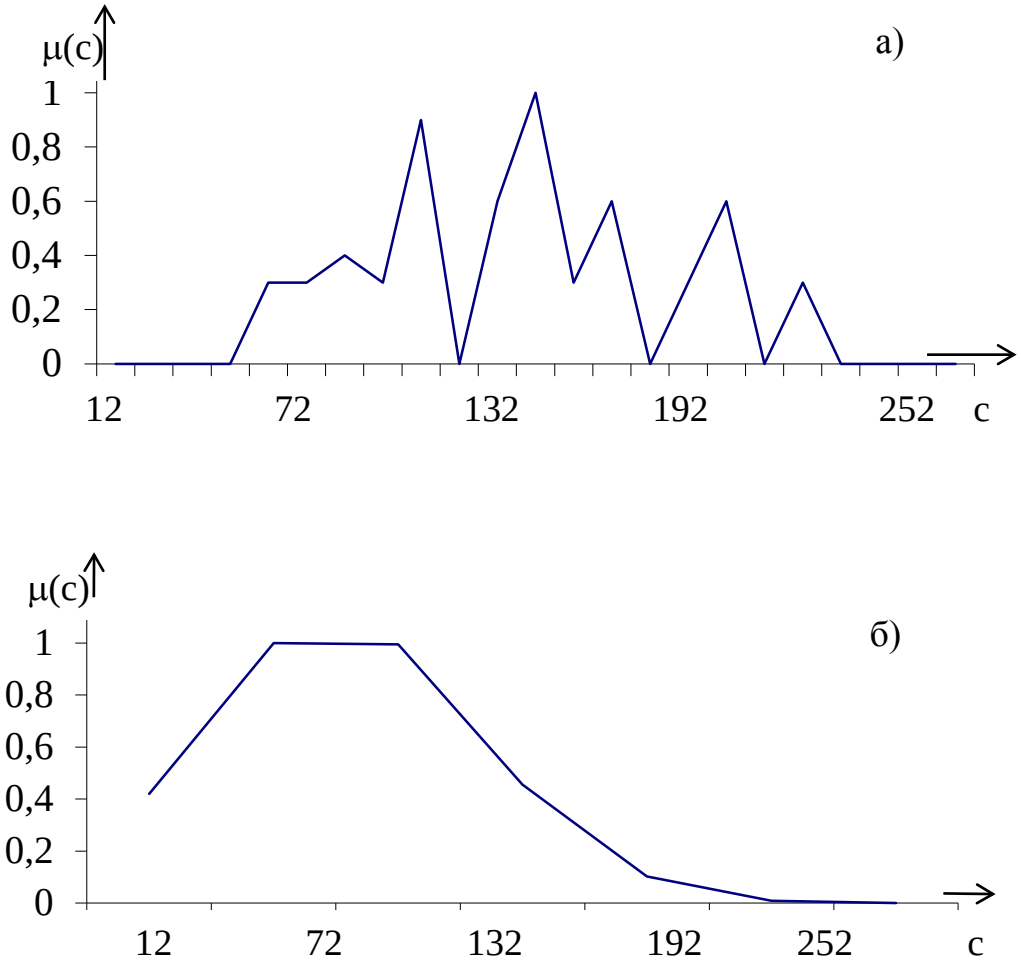


Рис. 3.17 а) – функція належності площі ділянки, одержана в результаті використання принципу узагальнення Заде,
б) – функція належності площі ділянки, одержана в результаті використання методу УФ

Нехай тепер напруга та опір задані у вигляді функцій належності:

U = {0/180 + 0.4/190 + 0.5/200 + 0.7/210 + 1/220 + 0.5/230 + 0/240} (В)

R = {0/85 + 0.3/90 + 0.7/95 + 1/100 + 0.8/105 + 0.4/110 + 0/115} (Ом)

Розрахунки сили електричного струму за формулою $I = U / R$ дали результати рис.3.19, 3.20:

Наближення до відомого результату полягає в тому, що при зменшенні розсіювання функцій належності відносно значень U=220В і R=100Ом (тобто збільшення точності визначення даних) результат є унімодальним і наближається до імпульсної одиничної функції з модою I=2,2 А.

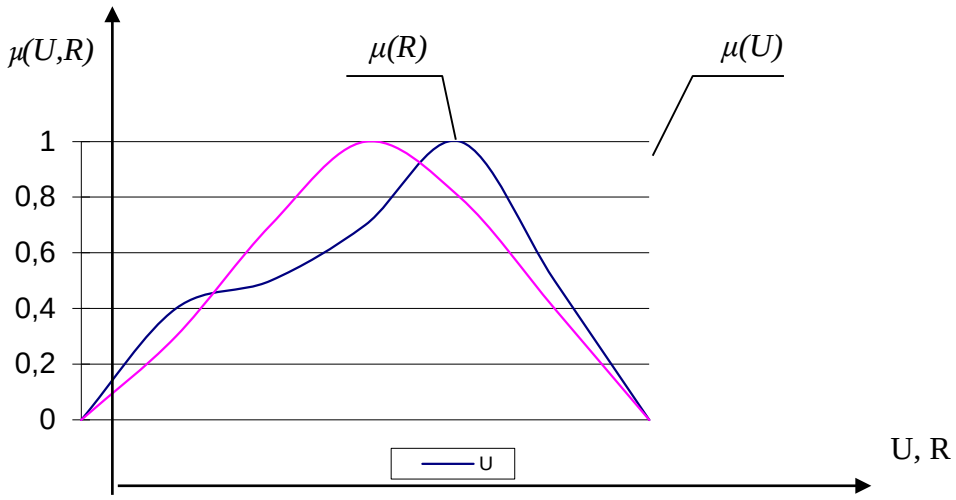


Рис. 3.18. Функції належності напруги та опору

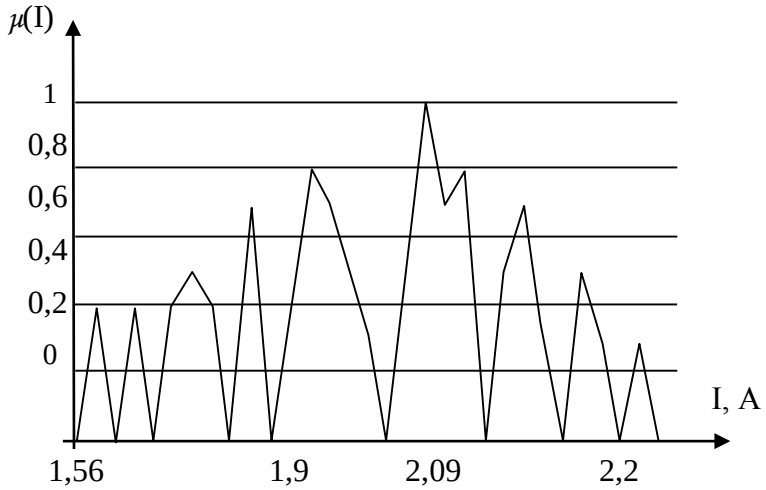


Рис.3.19 Функція належності струму, розрахована за принципом узагальнення Заде

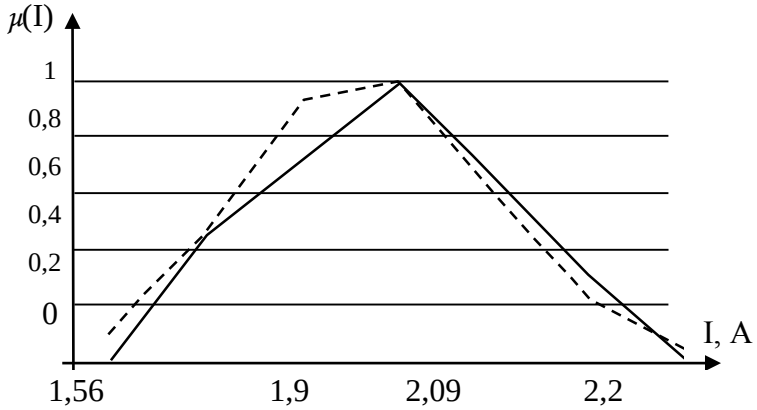


Рис. 3.20 Функції належності струму, розраховані за модифікованим методом узагальнення (суцільною) і методом узагальнюючих функцій (штрих-пунктирною)

Одержана за принципом Заде функція належності не відповідає першому критерію і не дозволяє виконувати складні розрахунки, оскільки вона не задовольняє вимогам щодо її форми.

Результати розрахунків за модифікованим методом узагальнення і методом УФ наведені на рис.3.20. Очевидно, вони близькі між собою та відповідають критеріям.

Ще одна перевірка проводилася на прикладі, в якому заздалегідь відомо, що результатом має бути полімодальна функція. За такий приклад взята математична модель вимірювання відстані від випромінювача гармонійних коливань до відбиваючої поверхні фазовим методом. Відомо, що залежність відстані від фази відбитого сигналу описується багатозначною залежністю

$$l = \frac{\varphi}{2\pi}\lambda + n\lambda, \quad n = 0,1,\ldots,$$

де фаза φ та довжина хвилі λ задаються у вигляді функцій належності, аналогічних рис.3.21.

Розрахунок відстані за допомогою методу Заде дає багатоекстремальний результат на інтервалі відстаней довжиною λ, що не відповідає фізичній природі процесу вимірювань у даному прикладі.

Модифікований метод узагальнення взагалі не дозволяє отримувати полімодальні функції належності.

Метод УФ не накладає обмежень щодо форми функції належності. Отримана за його допомогою функція належності значення відстані буде мати наступну форму рис.3.21, яка відповідає фізичній природі задачі.

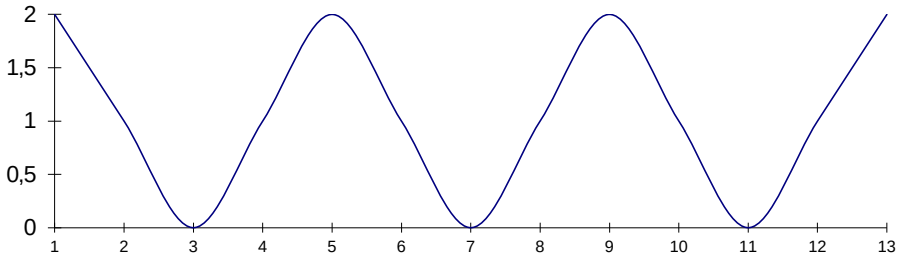


Рис. 3.21. Функція належності значення відстані, виміряної фазовим методом

Перевірка відповідності критерію отримання однакових результатів при виконанні розрахунку однієї і тієї ж величини за різними алгоритмами виконувалася на прикладі розрахунку потужності електричного струму трьома шляхами:

1. $P = U * I$.
2. $P = U^2 / R$.
3. $P = I^2 * R$.

З урахуванням закону Ома $I = U / R$.

Очевидно, обчислення в усіх варіантах багатоетапні. Оскільки метод узагальнення Заде на першому етапі дає функцію належності вигляду рис.3.19, яку неможливо використовувати для розрахунків на наступних етапах, то порівнювалися лише розрахунки потужності за модифікованим принципом узагальнення та методом УФ, наведені відповідно на рисунках 3.22 та 3.23. Отримані результати в цілому близькі, але метод УФ дає дещо більшу збіжність.

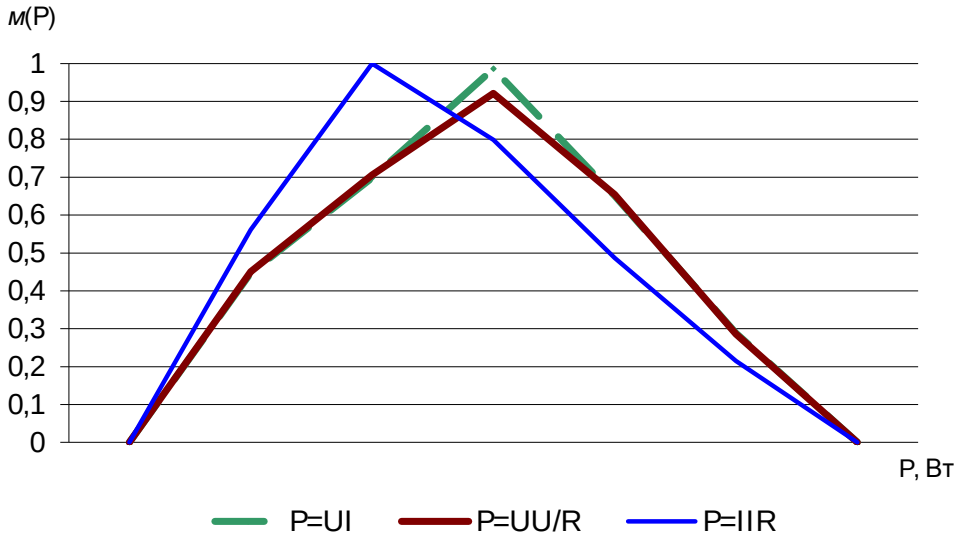


Рис.3.22. Функції належності потужності, розраховані за різними формулами модифікованим методом узагальнення

Третій критерій (спосіб врахування залежності між початковими даними при визначенні результату операції) реалізується в нечіткій математиці і в запропонованому методі УФ принципово по-різному. В нечіткій математиці для цього використовується база знань, яка містить ступені належності для можливих поєднань залежних параметрів, тобто залежність задається у табличному вигляді шляхом перебору всіх можливих варіантів. Такий підхід є ефективним лише при невеликій кількості параметрів n та невеликій кількості K можливих дискретних

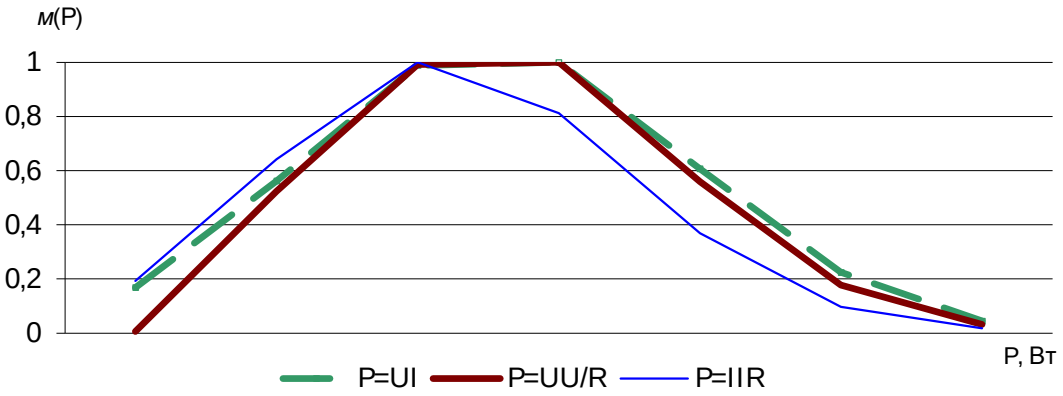


Рис.3.23. Функції належності потужності, розраховані за різними формулами методом узагальнюючої функції

значень кожного з параметрів, оскільки розмір бази знань буде пропорційним $\prod_{i=1}^{n} K_i$ і взагалі неможливий при виконанні математичних операцій над реальними числами, множина значень яких є незліченною.

В методі УФ використовується принципово інший підхід, який грунтується на використанні нормованого другого змішаного центрального моменту *r* як коефіцієнта зв'язку. Такий підхід дає наближений результат, але є універсальнішим, оскільки не має обмежень на тип числових даних.

Порівняння обчислювальної складності методів виконаємо на основі аналізу алгоритмів розрахунку. У таблиці 3.5 наведені кількості операцій для трьох методів узагальнення. Для прикладу взятий випадок додавання двох невизначених даних, які мають по двадцять можливих значень.

Підсумовуючи результати проведеного порівняння методів узагальненої обробки неточно визначених даних, зведемо їх у таблицю 3.6.

Таблиця 3.5

Порівняння обчислювальної складності методів узагальненої обробки неточно визначених даних

Метод	Кількість операцій				Загальна складність
	Додавання/ віднімання	Множення/ ділення	Порів- няння	Обчислен- ня функцій	

Заде	0	0	161 199	400	808 795
α-рівневий	304	199	3 510	22	27 394
Узагальню ючих функцій	1760 216	1440 188	840	16 401	67 167 663

Таблиця 3.6

Результати проведеного порівняння методів узагальненої обробки неточно визначених даних

Метод	Вимога правильності	Вимога інваріантності	Врахування залежності даних	Обчислювальна складність
Заде	Лише для нечітких даних з маленькою кількістю можливих значень	Виконується рідко	За допомогою бази даних для обмеженої кількості комбінацій дискретних значень	Середня
α-рівневий (модифіко-ваний)	Лише для операцій (функцій), що дають однознач ний результат	Інколи не виконується	За допомогою бази даних для обмеженої кількості комбінацій дискретних значень	Низька
Узагальнюючих функцій	Виконується	Виконується з точністю до похибки обчислень	Завжди можливе, але наближене	Висока

Метод узагальнення Заде є середнім за складністю і зручним для застосування, але дає прийнятні результати лише у найпростіших випадках (маленька кількість можливих дискретних значень початкових невизначених даних, монотонні функціональні перетворення). Модифікований метод узагальнення є простішим і «правильнішим» за метод Заде, але теж розрахований на невелику кількість можливих дискрет-

них значень початкових невизначених даних та монотонні функціональні перетворення. Метод УФ є універсальним, але найскладнішим у реалізації і у певних випадках дає наближений результат.

3.5. Практичне використання розробленого методу

Розроблений метод моделювання використаний для проектування ряду систем керування, які працюють в умовах невизначеності. Такі задачі часто виникають у тепло-, газо- і водопостачанні.

3.5.1. Використання розробленого методу моделювання систем керування в умовах невизначеності для розробки проекту системи керування калориферами

Опалення та вентиляція – невід'ємні складові як житлового, так і виробничого приміщень. Тому системи кондиціонування повітря та вентиляції відіграють важливу роль у будь-якому виробничому процесі.

Для здійснення вентиляції та опалення приміщень використовують різноманітні автоматичні системи керування. Особливість роботи системи тісно пов'язана з властивостями калорифера. Система опалення та вентиляції містить у собі датчики температури та вологості. В залежності від значень цих двох кліматичних показників зовнішнього середовища калорифери вмикаються чи вимикаються.

Для управління потужністю підігріву використовують тиристорні регулятори ТТС. Якщо потужність калорифера перевищує припустиму потужність основного регулятора, то використовують додатковий ступінчастий регулятор. Канальні калорифери PBER фірми Polar Bear забезпечені двома термостатами захисту від перегріву: один з автоматичним перезапуском (температура спрацьовування 70С), інший – з ручним (температура спрацьовування 120С).

Створення систем управління калориферами пов'язане з необхідністю розв'язання ряду проблем, викликаних невизначеністю певних параметрів об'єкта:

1. Невизначена інерційність об'єкта;

2. Невизначені теплові втрати, особливо для приміщень частково-відкритого типу, обладнаних тепловими завісами;
3. Невизначені параметри температури і вологості у приміщенні, що пов’язане з розподіленим характером цих параметрів і неможливістю забезпечення їх контролю в усьому просторі приміщення;
4. Невизначена потужність інших джерел тепла у приміщенні, в тому числі тепловіддача людей.

Актуальною на сьогодні є задача газопостачання, оскільки вона тісно пов’язана з економічним фактором. Як для постачальника, так і для споживача важлива точність при вимірюванні витрат газу, який транспортується по трубопроводах. При створенні відповідної системи керування газопостачанням необхідно розв’язати такі задачі:

1. Врахування інформації про об’ємний вміст компонентів, який постійно змінюється, і яку можна вважати невизначеними даними.
2. Підвищення точності контролю витрат газу.
3. Прогнозування змін складових газу та відповідно його витрат.

Задача системи керування – підтримувати оптимальні показники температури та вологості, які є комфортними для певного режиму роботи. Вони визначаються на основі санітарних норм.

Схема системи опалення та вентиляції з тепловою завісою (СОВТЗ) з використанням калориферної установки наведена на рис.3.24.

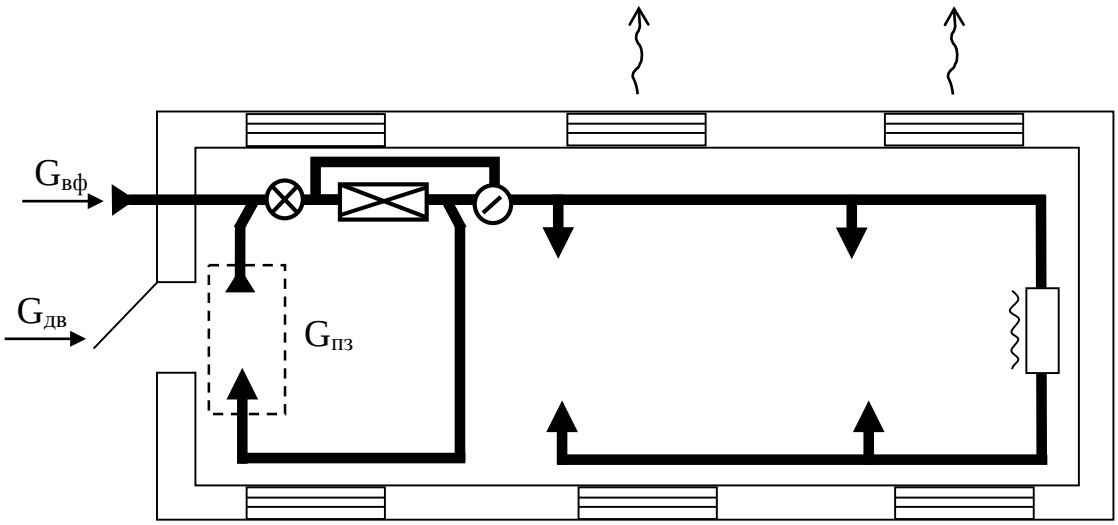


Рис. 3.24 Схема застосування калориферної установки

– Припливний фільтр та повітрозабірний отвір
– Повітророзподільник
– Засувка
– Електровентилятор
– Калорифер
– Генератор вологи
– Повітряна завіса

Функціональна модель СОВТЗ визначається рівнянням теплового балансу та балансу речовин (у даному випадку – вологості та повітря)

$$\begin{cases} Q_{кал} + Q_{вн.дж} - Q_{вт\,р} = 0; & (3.32) \\ G_{вх} - G_{втр} = 0; & (3.33) \\ M_{вх} + M_{вн.дж} + M_{ген} - M_{вт\,р} = 0. & (3.34) \end{cases}$$

де $Q_{кал}$ – теплова потужність калорифера,

$Q_{вн.дж.}$ – теплова потужність внутрішніх джерел (технологічний процес, персонал тощо),

$Q_{втр}$ – втрати тепла через будівельні конструкції шляхом теплопровідності випромінювання та з вихідним повітрям,

$G_{вх}$ – кількість вхідного повітря,

$G_{втр}$ – кількість вихідного повітря,

$M_{вх}$ – кількість вхідної вологи (надходить із вхідним повітрям),

$M_{вн.дж.}$ – кількість вологи від внутрішніх джерел,

$M_{ген}$ – продуктивність генератора вологи,

$M_{втр}$ – втрати вологи (разом з вихідним повітрям).

Кількість повітря, що проникає в будівлю через вхідні конструкції, залежить від різниці тиску повітря зовні та всередині та від опору конструкції входу [93]. При збалансованій дії вентиляції у будівлі на рівні середини висоти вхідних дверей розрахункова різниця тиску складе

$$\Delta p_{ВХ} = 0{,}5(H_{буд} + 2h_{пов} - h_{дв}(\gamma_з - \gamma_в)), \qquad (3.35)$$

де $H_{буд}$ – висота будівлі від поверхні землі до сходової клітини;

$h_{пов}$ – повна висота одного поверху;

$h_{дв}$ – висота отвору вхідних дверей;

$\gamma_з$ та $\gamma_в$ – питома вага повітря відповідно при розрахунковій температурі зовнішнього $t_з$ та внутрішнього $t_в$ повітря. Питома вага визначається з врахуванням атмосферного тиску P_a:

$$\gamma = \frac{\mu}{R} \cdot \frac{P_a}{273{,}3 + t}, \qquad (3.36)$$

де μ - середня молекулярна вага повітря,

R – універсальна газова стала.

Під впливом цієї різниці тиску на вході при відчиненні дверей встановлюється потік холодного повітря, швидкість якого залежить від опору повітряпроникненню конструкції входу (при відчинених дверях з врахуванням тамбурів). Якщо, знехтувати тертям повітря об стінки тамбурів входу, вважати опір конструкції входу пропорційним коефіцієнту місцевого опору $\zeta_{ВХ}$, то втрати тиску на вході

$$\Delta p_{ВХ} = (1 + \zeta_{ВХ})\gamma_з \frac{v_{ВХ}^2}{19{,}6} = (1 + \zeta_{ВХ}) \frac{j_{ВХ}^2 4{,}9}{\gamma_з}, \qquad (3.37)$$

де $v_{вх}$ – середня швидкість руху холодного повітря у відкритому прорізі зовнішньої вхідної двері; $\zeta_{ВХ}$ – коефіцієнт місцевого опору конструкції входу; $j_{ВХ}$ – питомий потік холодного повітря через 1м^2 відчиненого отвору вхідних дверей:

$$j_{ВХ}=\left(\frac{\gamma_з \Delta p_{ВХ}}{4{,}9(1+\zeta_{ВХ})}\right)^{0{,}5}, \qquad (3.38)$$

де $\varpi_{ВХ}=\frac{1}{(1+\zeta_{ВХ})^{0{,}5}}$ – коефіцієнт витрат повітря на вході без врахування повітряної завіси та впливу фігури людини, що проходить через вхід.

Для більшості виробничих приміщень характерне багаторазове відкриття дверей. При періодичному відчиненні дверей невеликі порції холодного повітря, що часто надходять, будуть швидко прогріватися гарячим повітрям безупинно діючою завісою помірної потужності. Отже, для вибору теплової потужності завіси необхідно знати загальний час, протягом якого вхідні двері будуть відчиненими.

Експериментально встановлено, що еквівалентний час $\tau_е$ при одиночному проході людини через одинарні двері складає 2с, через подвійні 1,5с та через потрійні 1-1,2с.

Загальна кількість холодного повітря:

$$G_{ДВ}=0{,}9\, j_{ВХ} A_{ДВ} \tau_е N, \qquad (3.39)$$

де $A_{ДВ}$ – площа однієї стулки, що відчиняється, дверей входу; N – число чоловік, що проходять через вхід за 1 годину.

Відповідно, якщо санітарними нормами визначена величина повітрообміну $G_{вх}$, то кількість повітря, що надходить через приточну (припливну) вентиляцію

$$G_{вф}=G_{ВХ}-G_{ДВ}. \qquad (3.40)$$

Величина повітрообміну визначається в залежності від кількості персоналу у приміщенні N_n і категорії тяжкості праці K_m.

Теплова потужність калориферів $Q_{кал}$ рециркуляційної установки системи опалення, вентиляції і повітряно-теплової завіси дорівнює тепловитратам на нагрівання зовнішнього повітря, що проникає через вхід і через впускний фільтр вентилятора

$$Q_{кал}=Q_{ДВ}+Q_{вф}. \qquad (3.41)$$

Тепловитрати на нагрівання повітря в калориферах розраховуються за формулою

$$Q_{кал}=G_з c(t_г-t_в)+G_{вф} c(t_в-t_з), \qquad (3.42)$$

де $t_г$ – температура гарячого повітря,

c – питома теплоємність повітря.

Тепловитрати на нагрівання зовнішнього повітря $Q_{ВХ}$, що проникає через вхід:

$$Q_{ДВ} = G_{ДВ} c(t_В - t_З). \tag{3.43}$$

Необхідний об'єм повітря теплової завіси знаходиться з умови

$$G_{ДВ} c t_З + G_З c t_Г = (G_{ДВ} + G_З) t_В. \tag{3.44}$$

Отже,

$$G_{ПЗ} = G_{вх} \frac{t_в - t_З}{t_г - t_в}, \tag{3.45}$$

де $G_{ВХ}$ - кількість холодного зовнішнього повітря, що надходить в будинок через вхід.

Опалення та вентиляція приміщень впливають не тільки на температуру в приміщенні, але й на вологість повітря. Підвищення температури повітря приводить до зниження вологості і для створення оптимальних умов необхідне її штучне збільшення. Враховуючи баланс вологи (3.34), можна знайти вологість у приміщенні

$$\rho_{ВН} = \frac{1}{m_o(t_В)} \left[G_{вх}(\rho_З m_o(t_З) - \rho_В m_o(t_В)) + \frac{M_{ген} + M_{в.дж}}{V_{пр}} \right], \tag{3.46}$$

де ρ – відносна вологість,

m_o – абсолютна вологість насиченого повітря при даній температурі,

$V_{пр}$ – об'єм приміщення.

Таким чином структурна схема системи керування вентиляційно-калориферною установкою (рис.3.25) буде багатомірною – контур керування включає по чотири контрольованих та керованих параметри.

Для роботи системи оператор повинен задати значення показників комфортності та графік виробничого процесу. Значення показників комфортності може змінюватися в залежності від часу доби, сезону, географічного положення та умов праці, які залежать від технологічного процесу.

У таблиці 3.7 наведений перелік параметрів, які задаються для алгоритму керування, та їх типи.

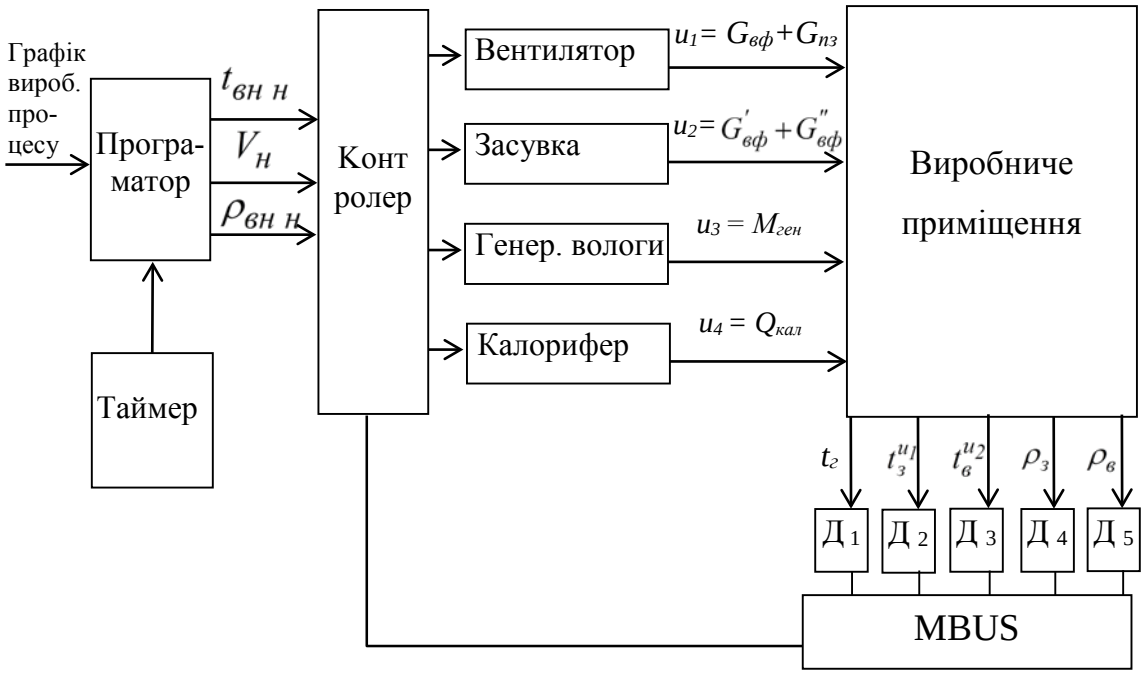


Рис.3.25 Схема системи керування СОВТЗ

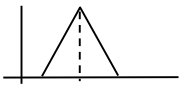
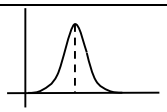
Більшість параметрів таблиці 3.7 залежить або від продуктивності виробництва, яка в свою чергу залежить від часу, або від кліматичних умов зовні виробничого приміщення. Зміна їх характеристик на різних проміжках часу показана на рис.3.26.

Таблиця 3.7

Характеристики параметрів моделі

Назва	Позначення	Тип	β
Число чоловік, які проходять через двері,за годину	N	стохастичний	
К.к.д. обладнання	η	нечіткий	
Інтенсивність внутрішніх джерел вологи	$M_{в.дж}$	нечіткий	
Мультипликативна складова інтенсивності внутрішніх джерел	$K_м$	нечіткий	

Характеристики параметрів моделі

Назва	Позначення	Тип	β
Кількість персоналу	$N_П$	стохастичний	
Інтенсивність виробництва	I	нечіткий	
Температура зовнішнього повітря	$t_з$	стохастичне	
Температура внутрішнього повітря	$t_в$	стохастичний	
Атмосферний тиск	P_a	стохастичний	
Коефіцієнт місцевого опору конструкції входу	$\zeta_{ВХ}$	нечітке	
Еквівалентний час при одиночному проході людини через одинарні двері	τ_e	стохастичний	
Категорії тяжкості праці	K_m	нечіткий	
Температура гарячого повітря	$t_г$	стохастиний	
Відносна вологість	ρ	стохастичний	
Абсолютна вологість насиченого повітря при даній температурі	m_o	функція від t	–

Зміна характеристик об’єкта керування у часі та його значна інерційність вимагає здійснення керування з упередженням. Величина необхідного упередження τ визначається на основі оцінки швидкості

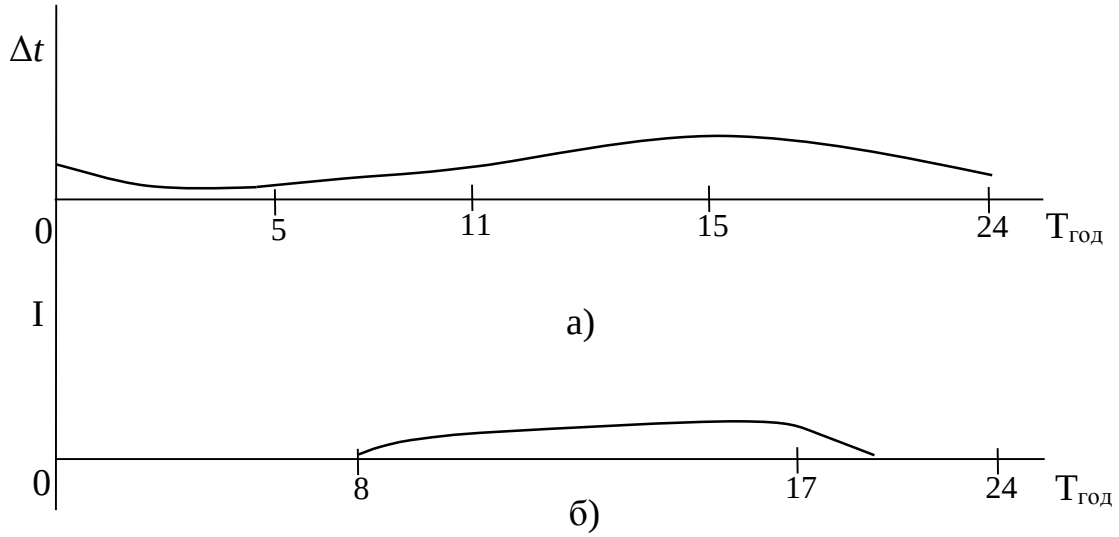


Рис. 3.26 Графіки добової зміни: а) температури,
б) інтенсивності виробництва.

зміни повітря у приміщенні.

Відповідний алгоритм керування наведений на рис.3.27. В алгоритмі передбачені такі основні операції:

1. Задавання констант (задаються 1 раз, перевіряються раз на рік або при виконанні капітальних робіт у приміщенні):

$H_{буд}$ - висота будівлі від поверхні землі до сходової клітини;

$h_{пов}$ - повна висота одного поверху;

$h_{дв}$ - висота отвору вхідних дверей;

$A_{дв}$ - площа однієї стулки дверей входу;

$V_{пр}$ - об’єм приміщення;

$P_{об}$ - номінальна потужність обладнання;

$g_{н}$ - нормативна величина повітрообміну на одну людину;

μ - середня молекулярна вага повітря;

R - універсальна газова стала;

c - питома теплоємність повітря.

2. Задавання експертних даних у вигляді функцій належності (задаються 1 раз на місяць):

η - к.к.д. обладнання;

$M_{вн\,0}$ - адитивна складова інтенсивності внутрішніх джерел вологи;

K_M - мультиплікативна складова інтенсивності внутрішніх джерел вологи;

$\zeta_{вх}$ - коефіцієнт місцевого опору конструкцій входу;

K_m - категорія тяжкості праці.

3. Узагальнення нечітких даних – отримання функцій $\beta(\eta)$, $\beta(M_{вн0})$, $\beta(K_M)$, $\beta(\zeta_{вх})$, $\beta(K_m)$

4. Задавання статистичних даних, отриманих на основі попередньої оцінки (перевірка раз на тиждень):

$N_П$ - кількість персоналу у приміщенні;

N - кількість чоловік за годину, які проходять через двері;

τ_e - еквівалентний час проходження людини через двері;

P_a - атмосферний тиск.

5. Узагальнення стохастичних даних – отримання функцій $\beta(N_П)$, $\beta(N)$, $\beta(\tau_e)$, $\beta(P_a)$.

6. Задавання графіків:

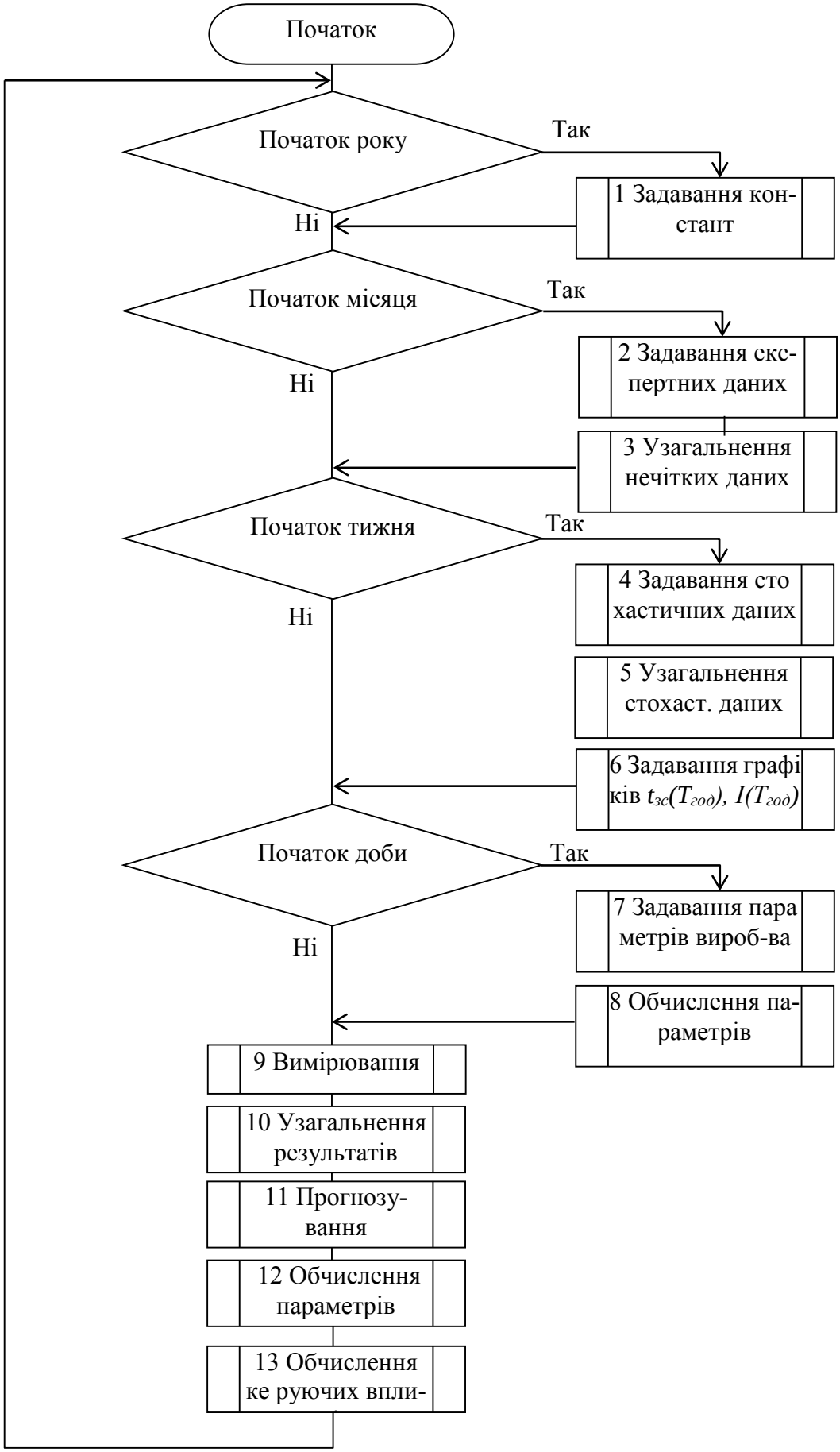


Рис.3.27 Алгоритм керування СОВТЗ

$t_{зс}(T_{год})$ - коливань температури протягом доби;

$I(T_{год})$ - інтенсивності праці протягом зміни.

7. Задавання параметрів виробництва (раз на добу на початку зміни):

OB - плановий добовий обсяг виробництва.

8. Обчислення параметрів (раз на добу на початку зміни)

необхідного повітрообміну $G_{вх} = g_н N_П$ –

$$\beta(G_{вх}) = \int_0^{+\infty} \beta(N_П)\,\delta[G_{вх} - g_н N_П]\,dN_П$$

інтервалу прогнозування $\tau = V_{пр} / G_{вх}$ – $\beta(\tau) = \int_0^{+\infty} \beta(G_{ВХ})\,\delta\left[\tau - \frac{V_{пр}}{G_{ВХ}}\right] dG_{ВХ}$

9. Вимірювання (отримане значення позначається $\overset{\circ}{Z}$, де Z – відповідний параметр):

- часу T;
- зовнішньої температури $t_з$;
- внутрішньої температури $t_в$;
- температури повітря на виході калорифера $t_г$;
- зовнішньої вологості $\rho_з$;
- внутрішньої вологості $\rho_в$.

10. Узагальнене представлення кожного з виміряних параметрів у вигляді

$$\beta(Z) = \frac{1}{\sigma_Z \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(Z - \overset{\circ}{Z}\right)^2}{2\sigma_Z^2}},$$

де σ_Z – середня квадратична похибка вимірювання кожного параметра відповідно до паспорту вимірювального приладу.

11. Прогнозування

- зовнішньої температури на основі графіка (рис.3.26,а))

$t_з^1 = t_з + [\Delta t(T+\tau) - \Delta t(T)]$ –

$$\beta(t_з^1) = = \int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} \beta(t_з)\beta(T)\beta(\tau)\,\delta\left[t_з^1 - t_з + [\Delta t(T+\tau) - \Delta t(T)]\right] d\tau dT dt_з$$

- інтенсивності праці на основі графіка рис.3.26,б)

$$I^1 = I(T+\tau)\frac{OB}{\int\limits_0^{24} I(T)\,dT};$$

$$\beta(I^1) = \int\limits_0^{+\infty}\int\limits_0^{+\infty} \beta(T)\beta(\tau)\delta\left[I^1 - \left(I(T+\tau)\frac{OB}{\int\limits_0^{24} I(T)\,dT} \right) \right] d\tau dT$$

12. Обчислення параметрів через узагальнюючі функції за допомогою оператора (2.50):

$$\beta(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \beta(x_1)\cdot\cdot\beta(x_n)\delta[y - N(x_1,\ldots,x_n)]\,dx_1\ldots dx_n,$$

де $y = f(x_1,\ldots,x_n)$.

$$G_{ПЗ} = G_{ВХ}\frac{t_в - t_з^1}{t_г - t_в};$$

$$\gamma_з = \frac{\mu}{R}P_a/(273{,}3+t_з^1) \text{ і } \gamma_в = \frac{\mu}{R}P_a/(273{,}3+t_в);$$

$$\Delta p_{вх} = 0{,}5\left[H_{буд} + 2h_{пов} - h_{дв}(\gamma_з - \gamma_в)\right];$$

$$G_{дв} = 0{,}9A_{дв}\sqrt{(\gamma_з * \Delta p_{вх})/(4{,}9(1+\zeta_{вх}))} * \tau_e * N;$$

$$G_{вф} = G_{вх} - G_{дв};$$

$$Q_{кал} = cG_{пз} * (t_г - t_в) + cG_{вф} * (t_в - t_з^1) - P_{об} * (1-\eta);$$

$$\alpha_{зас} = G_{вф}^1 / G_{вф}^2 = (t_в - t_з^1)/(t_г - t_в) * G_{вф}/(G_{вф} + G_{пз});$$

$$G_{вент} = G_{вф} + G_{пз};$$

$$M_{вн.дж} = M_{вн\,0} * N_П + K_M * K_т * N_П * I^1;$$

$m_0(t_в)$ і $m_0(t_з^1)$ за таблицею вологості насиченого повітря;

$$M_{ген} = \rho_{вн} * m_0(t_в)V_{пр} - M_{вн.дж} - G_{вх} * \rho_з * m_0(t_з^1)V_{пр} + G_{вх} * \rho_в * m_0(t_в)V_{пр};$$

Відповідні узагальнюючі функції наведені у додатку.

13. Обчислення керуючих впливів

$$u_1 = k_1\left(Q_{кал} : \beta\left(Q_{кал}\right) = max\right),\ k_1 \cdot \int_0^{Q_{max}} Q_{кал}\beta(Q_{кал})dQ_{кал};$$

$$u_2 = k_2\left(G_{вент} : \beta\left(G_{вент}\right) = max\right), k_2 \cdot \int_0^{G_{max}} G_{вент}\,\beta(G_{вент})dG_{вент};$$

$$u_3 = k_3\left(\alpha_{зас} : \beta\left(\alpha_{зас}\right) = max\right),\ k_3 \cdot \int_0^{\alpha_{max}} \alpha_{зас}\beta(\alpha_{зас})d\alpha_{зас};$$

$$u_4 = k_4\left(M_{ген} : \beta\left(M_{ген}\right) = max\right),\ k_4 \cdot \int_0^{M_{max}} M_{ген}\beta(M_{ген})dM_{ген}.$$

Використання розробленої методики дозволяє підвищити якість керування за рахунок використання більш повної інформації про невизначені дані.

На відміну від спрощених методик, в яких для виконання розрахунків використовуються лише усереднені значення невизначених параметрів, метод УФ використовує найповнішу інформацію, яка міститься в узагальнюючих функціях. Використання УФ дає принципово відмінний результат, оскільки в нелінійних операціях блоку 12 алгоритму усереднений результат нелінійної операції не дорівнює результату нелінійної операції над усередненими значеннями.

3.5.2. Використання розробленого методу для розробки проекту системи контролю та прогнозування витрат газу

Питання обліку витрат газу є одним з актуальних, оскільки воно тісно пов’язано з його економічним аспектом споживання. Особливо гостро воно стоїть при вимірюванні витрат та кількості газу, який транспортується по трубопроводах. При обліку враховують такі показники як тиск, температура, густина та склад природного газу.

Найбільш розповсюджені витратоміри та лічильники, що використовуються для вимірювання витрат та кількості газу, діляться на:

1) змінного перепаду тиску зі звужуючим пристроєм;
2) обтікання: постійного перепаду тиску (ротаметри, поплавкові, поршневі), поплавково-пружинні та з поворотною лопастю;
3) тахометричні: турбінні, камерні (барабанні, ротаційні, з вимірювальними міхами)[94].

В даний час основним методом вимірювання витрат та кількості газу є метод змінного перепаду тиску при протіканні потоку газу через звужуючий пристрій [94-96]. Вимірювання витрат методом змінного перепаду тиску належить до опосередкованих вимірювань. В процесі вимірювання знаходиться кількісне значення об'ємних витрат, приведене до прийнятих стандартних умов. Метод має обмеження, він застосовується за певних умовах. Метод полягає у розв'язанні системи рівнянь вигляду [95,96]:

$$\begin{cases} Q_{ст} = f_1(\chi, \varepsilon, d, \Delta p, P, \rho_{ст}, T, K_c); \\ \chi = f_2(d, D, K_п, K_ш, K_{Re}); \\ \varepsilon = f_3(d, D, \Delta p, P, T, \sum N_i); \\ \rho_{ст} = f_4(\sum N_i); \\ K_c = f_5(P, T, \rho_{ст}, \sum N_i), \end{cases} \quad (3.47)$$

де $Q_{ст}$ – витрати газу, приведені до стандартних умов;

χ - коефіцієнт витрат звужуючого пристрою;

ε - коефіцієнт розширення струменя газу;

d і D – відповідно діаметр отвору звужуючого пристрою та діаметр трубопроводу;

Δp - перепад тиску на звужуючому пристрої;

P, T, K_c – відповідно абсолютний тиск, абсолютна температура та коефіцієнт стискання газу за умов вимірювання;

$\rho_{ст}$ - густина газу при стандартних умовах;

$K_ш$, $K_п$, K_{Re} – відповідно коефіцієнти корекції на шорсткість трубопроводу, на притуплення вхідної крайки звужуючого пристрою і на число Рейнольдса;

N_i – молярний вміст компонента газової суміші.

Основна складність розв'язання системи рівнянь полягає у тому, що функції системи виражені різними і одночасно залежними аргументами, а це призводить до необхідності застосування методів послідовних наближень.

Найбільш розповсюджений звужуючий пристрій – стандартна діафрагма, але нормалізовані наступні типи: сопло, сопло Вентурі, труби Вентурі.

Для визначення залежності між перепадом тиску на звужуючому пристрої та витратами газу використовують рівняння Бернуллі та умову нерозривності струменя газу.

Основні рівняння масових та об'ємних витрат газу:

$$Q_м = \chi\varepsilon\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2\Delta p\rho}\,;$$

$$Q = \chi\varepsilon\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}, \tag{3.48}$$

де $Q_м$ та Q – відповідно масова та об'ємна витрати;

ρ - густина газу в робочих умовах, кг/м^3.

У практичних розрахунках прийнято використовувати рівняння витрат газу, в яких густина газу в робочих умовах виражена через щільність газу в стандартних, а об'єм газу приведений до стандартних умов.

Щільність газу в робочих умовах може бути визначена за формулою

$$\rho = \rho_{ст}\,\frac{PT_{ст}}{p_{ст}\,TK_c}, \tag{3.49}$$

де $T_{ст}$ і $p_{ст}$ – відповідно значення температури та тиску газу, прийняті за стандартні умови.

При аналітичному розрахунку густини газу при стандартних умовах використовують таку формулу

$$\rho_{ст} = N_1\rho_1 + N_2\rho_2 + \ldots + N_п\rho_п, \tag{3.50}$$

де $\rho_1,\ldots,\rho_п$- густина окремих компонентів за стандартних умов;

$N_1,\ldots,N_n$ – об'ємний вміст компонентів, %.

Коефіцієнт розширення струменя газу визначають за формулою

$$\varepsilon = 1-(0.41+0.35m^2)\frac{\Delta p}{PA}, \tag{3.51}$$

де m – модуль діафрагми;

A – показник адіабати газу.

Коефіцієнт розширення газу за даний проміжок часу визначають як

$$\varepsilon_д = 1-(0.41+0.35m^2)\frac{\Delta p_{ср}}{PA}, \tag{3.52}$$

де $\Delta p_{ср}$ - середньодобовий перепад тиску на звужуючому пристрої, кгс/см^2.

Значення коефіцієнта $\varepsilon_д$ визначають в результаті планіметрованої діаграми по витратах.

Показник адіабати практично завжди знаходиться в межах від 1,3 до 2. Значення показника адіабати газу залежить від його властивостей та параметрів стану – тиску і температури. При тисках, які близькі до атмосферного, розрахунок показника адіабати може бути виконаний за формулою:

$$A = N_1 A_1 + N_2 A_2 + \ldots + N_n A_n, \qquad (3.53)$$

де $A_1, \ldots, A_n$- показники адіабати окремих компонентів при робочих умовах.

Природний газ – це суміш різних вуглеводнів, причому основним компонентом є метан, вміст якого доходить до 97…98%. Також до складу природного газу в невеликих кількостях входять: етан, пропан, ізо-бутан, Н-бутан, пентани, азот, діоксид вуглецю, кисень, гексани та вищі.

Для визначення складу газу, що використовується, застосовують спеціальні пристрої – хроматографічні газоаналізатори. Вимірювання здійснюється раз на тиждень.

Склад газу постійно змінюється, а газ транспортується цілодобово. Тому інформацію про об’ємний вміст компонентів можна вважати невизначеними даними. Для підвищення точності контролю та прогнозування витрат газу, який транспортується по трубопроводах, забезпечення компромісу між інтересами постачальника та споживача газу в умовах повної невизначеності результату, запропонована схема системи контролю та відповідна методика розрахунків.

Структурна схема системи контролю витрат газу подана на рис.3.28.

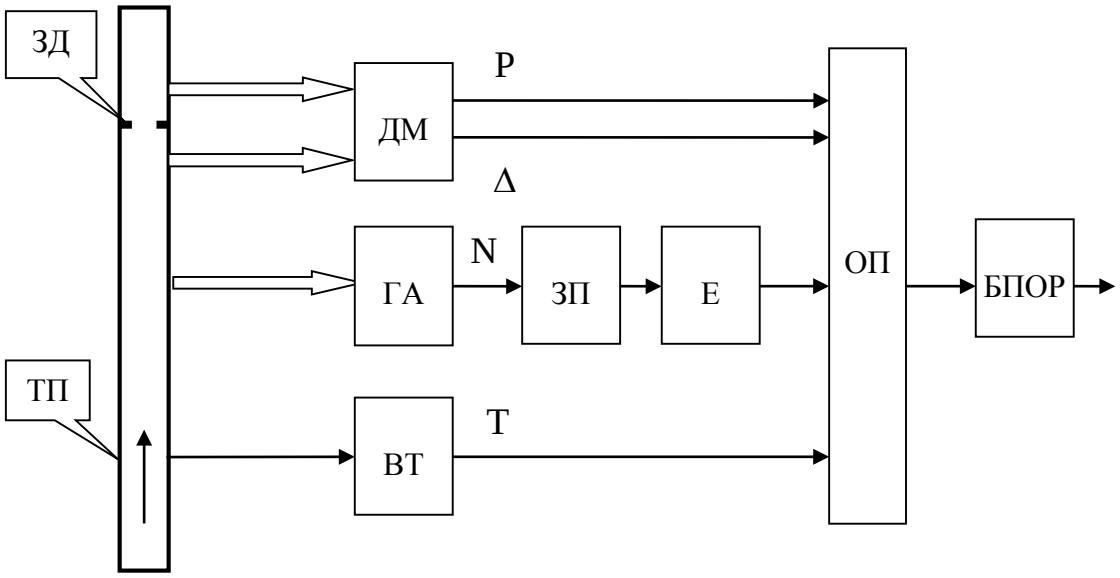


Рис.3.28 Структурна схема системи контролю: ТП – трубопровід, ЗД – звужуюча діафрагма, ДМ – дифманометр, ГА – газоаналізатор, ВТ – вимірювач тамператури, ЗП – запам’ятовуючий пристрій, Е – екстраполятор, ОП – обчислюючий пристрій, БПОР – блок прийняття оптимального рішення

Методика розрахунків грунтується на моделі системи. Структурна модель у вигляді графа подана на рис.3.29.

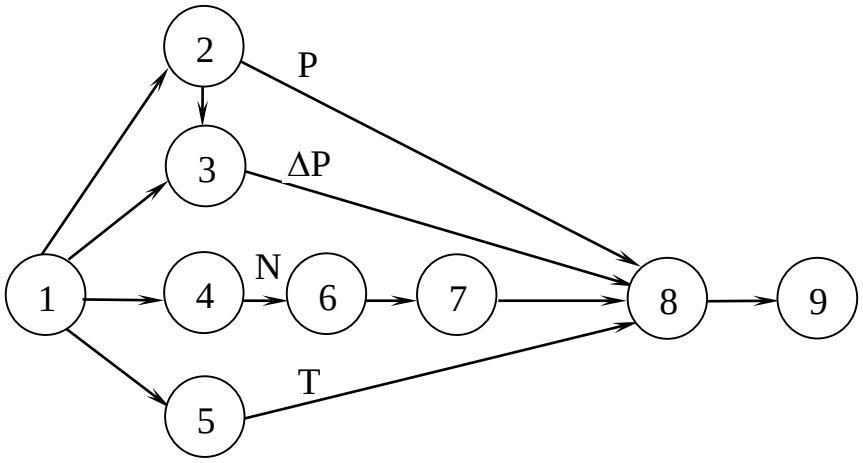


Рис. 3.29 Структурна модель системи контролю

Відповідна структурна модель у вигляді матриці суміжності

$$M=\begin{Bmatrix}0&1&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{Bmatrix}. \qquad (3.54)$$

Функціональна модель представляється системою рівнянь

$$\begin{aligned}
&Q_м = \chi\varepsilon\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2\Delta p\rho}\,;\\
&Q= \chi\varepsilon\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}\,;\\
&\rho = \rho_{ст}\,\frac{PT_{ст}}{p_{ст}\,TK_c}\,; \qquad (3.55)\\
&\rho_{ст} = N_1\rho_1 + N_2\rho_2 + \ldots + N_n\rho_n;\\
&\varepsilon = 1-(0.41+0.35m^2)\frac{\Delta p}{PA}\,;\\
&A = N_1A_1 + N_2A_2 + \ldots + N_nA_n\,.
\end{aligned}$$

Методика визначення витрат газу.

1. Визначення параметрів звужуючого пристрою (раз на рік під час перевірки):
   χ – коефіцієнт витрат звужуючого пристрою;
   d,D – відповідно діаметр отвору звужуючого пристрою та діаметр трубопроводу;
   m – модуль діафрагми.
2. Вимірювання складу газу $N_{10}, N_{20}, \ldots N_{n0}$ (раз на тиждень) і представлення його в узагальненій формі з врахуванням класу точності хроматографічного концентратоміра та експертної оцінки змін концентрації протягом тижня.

Експертна оцінка.

Похибка розподілена за нормальним законом з с.к.в. σ_0=0.001

Відхилення концентрації від виміряного значення протягом тижня T має дзвоноподібну функцію належності з m=0 і $\sigma=\sigma_i$.

Таблиця 3.8

	Метан	*Етан*	*Пропан*	*Ізо-бутан*	*Н-бутан*	*Пентани*	*Гексани та вищі*	N_2	CO_2	O_2
i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
σ_i	*0.044*	*0.021*	*0.011*	*0.003*	*0.004*	*0.002*	*0.001*	*0.007*	*0.001*	*0.001*

Таким чином,

$$\beta(N_i)=\frac{1}{\left(\sigma_0+\sigma_i\frac{t}{T}\right)\sqrt{2\pi}}\exp\left[\frac{N_i-N_{i0}}{\left(\sigma_0+\sigma_i\frac{t}{T}\right)\sqrt{2}}\right]^2 \quad \text{де } 0<t<T;$$

3. Вимірювання тиску газу P і перепаду тиску на звужуючому пристрої Δp і представлення їх в узагальненій формі з врахуванням класу точності дифманометра σ_P

$$\beta(P)=\frac{1}{\sigma_P\sqrt{2\pi}}\exp\left[\frac{P-P_0}{\sigma_P\sqrt{2}}\right]^2;$$

$$\beta(\Delta P)=\frac{1}{\sigma_{\Delta P}\sqrt{2\pi}}\exp\left[\frac{\Delta P-\Delta P_0}{\sigma_{\Delta P}\sqrt{2}}\right]^2,$$

де P_0 і ΔP_0 - виміряні значення;

4. Прогнозування параметрів газу

- показник адіабати

$$A=N_1\underset{\sim}{A_1}+N_2\underset{\sim}{A_2}+\ldots+N_n\underset{\sim}{A_n},$$

де $A_1,\ldots,A_n$- показники адіабати окремих компонентів при робочих умовах;

$N_1,\ldots,N_n$ – об'ємний вміст компонентів.

Враховуючи, що $N_1+N_2+\cdots+N_n=1$, знаходимо коефіцієнт зв'язку $r_{N_n/N_1N_2\cdots N_{n-1}}=-1$, звідки

$$\beta(A)=\int_0^1\cdots\int_0^1\beta(N_1)\cdots\beta(N_n)\varphi(\overline{N}_0,\overline{\sigma},\overline{r}_{ij})dN_1\cdots dN_n=\frac{1}{\sigma_A\sqrt{2\pi}}exp\left(\frac{A-A_0}{\sigma_A\sqrt{2}}\right)^2,$$

де φ - ядро операторного перетворення у відповідності до розділу 2.2;

$$A_0 = N_{10}A_1 + N_{20}A_2 + \ldots + N_{n0}A_n;$$

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}\left[A_i\left(\sigma_0 + \sigma_i \frac{t}{T}\right)\right]^2} + A_n\left(\sigma_0 + \sigma_n \frac{t}{T}\right).$$

- густина газу при стандартних умовах:

$$\rho_{cT} = N_1\rho_1 \underset{\sim}{+} N_2\rho_2 \underset{\sim}{+} \ldots \underset{\sim}{+} N_n\rho_n,$$

де $\rho_1,\ldots,\rho_n$- густина окремих компонентів при стандартних умовах, а відповідна узагальнююча функція визначається аналогічно

$$\beta(\rho_{cT}) = \frac{1}{\sigma_{\rho_{cT}}\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{\rho_{cT} - \rho_{cT\,0}}{\sigma_{\rho_{cT}}\sqrt{2}}\right)^2;$$

$$\rho_{cT\,0} = N_{10}\rho_{cT\,1} \underset{\sim}{+} N_{20}\rho_{cT\,2} \underset{\sim}{+} \ldots \underset{\sim}{+} N_{n0}\rho_{cT\,n};$$

$$\sigma_{\rho_{cT}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}\left[\rho_{cT\,i}\left(\sigma_0 + \sigma_i \frac{t}{T}\right)\right]^2} + \rho_{cT\,n}\left(\sigma_0 + \sigma_n \frac{t}{T}\right);$$

- щільність газу в робочих умовах визначається за допомогою оператора (2.25) з врахування незалежності параметрів

$$\rho = \rho_{cT} \underset{\sim}{*} (PT_{cT}) \underset{\sim}{/} (p_{cT}TK_c)$$

звідки

$$\beta(\rho) = \int_0^1 \int_0^{20} \int_{-50}^{+100} \beta(\rho_{cT})\beta(P)\beta(T)\delta\left[\rho - \rho_{cT}\frac{PT_{cT}}{p_{cT}TK_c}\right] d\rho_{cT}\,dP\,dT;$$

- коефіцієнт розширення струменя газу

$$\varepsilon = 1 \underset{\sim}{-} (0.41 \underset{\sim}{+} 0.35m^2) \underset{\sim}{*} \Delta p \underset{\sim}{/} (PA)$$

звідки

$$\beta(\varepsilon) = \int_0^{20} \int_0^{20} \int_1^2 \beta(\Delta P)\beta(P)\beta(A)\delta\left[\varepsilon - 1 + (0.41 + 0.35m^2)\frac{\Delta p}{PA}\right] d\Delta P\,dP\,dA;$$

4. Масові $Q_м$ та об'ємні Q витрати газу:

$$Q_м = \chi \underset{\sim}{*} \varepsilon \underset{\sim}{*} \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2\Delta p \underset{\sim}{*} \rho};$$

$$Q = \chi \underset{\sim}{*} \varepsilon \underset{\sim}{*} \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2\Delta p \underset{\sim}{/} \rho},$$

а їх узагальнюючі функції

$$\beta(Q_M)=\int_0^{20}\int_0^{20}\int_0^{1}\beta(\varepsilon)\beta(\Delta p)\beta(\rho)\delta\left[Q_M-\chi\varepsilon\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2\Delta p\rho}\right]d\varepsilon d\Delta p d\rho$$

$$\beta(Q)=\int_0^{20}\int_0^{20}\int_0^{1}\beta(\varepsilon)\beta(\Delta p)\beta(\rho)\delta\left[Q-\chi\varepsilon\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}\right]d\varepsilon d\Delta p d\rho$$

Графіки зміни узагальнюючої функції $\beta(Q)$ у часі подані на рис.3.30.

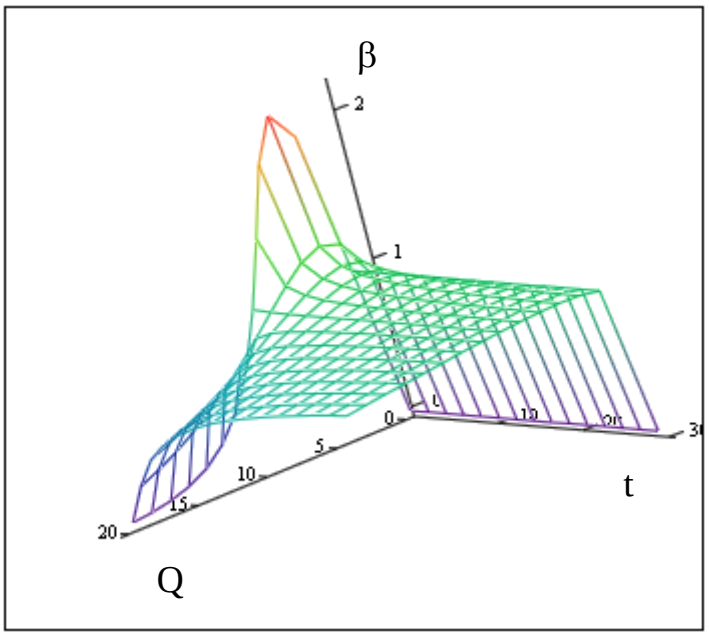


Рис. 3.30 Графіки зміни узагальнюючої функції у часі

Розглянемо для прикладу перетин $\beta\left(Q,t=T/2\right)$, поданий на рис.3.31.

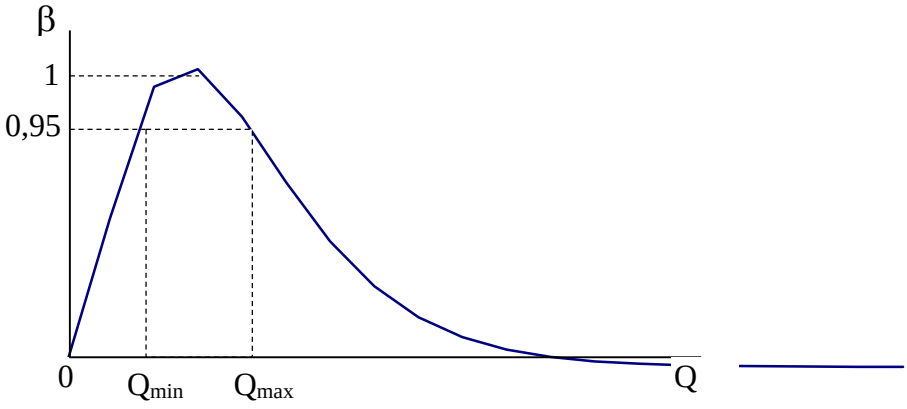


Рис. 3.31 Графік перетину узагальнюючої функції $\beta\left(Q,t=T/2\right)$

Наведений графік є основою для визначення розрахункового значення витрат газу з врахуванням заданої достовірності $P_з$ і ризиків постачальника α і споживача β [110]. На графіку рівень граничної достовірності $P_з = 0{,}95$ показаний пунктиром. Відповідно постачальник зацікавлений використовувати розрахункове значення Q_{max}, а споживач Q_{min}. Тоді оптимальне розрахункове значення витрат

$$Q_{opt} = \alpha Q_{min} + \beta Q_{max}.$$

Таким чином, методика прогнозування змін параметрів газу на основі експертних оцінок і розрахунку витрат з використанням методу узагальнюючих функцій дозволяє визначати оптимальне розрахункове значення з врахуванням узгоджених постачальником і споживачем газу ризиків.

3.5.3. Використання розробленої методики для проектування систем керування з голосовим інтерфейсом

(Розділ написаний спільно з Д.А.Семенцем на основі [ ])

В сучасних людино-машинних системах управління (ЛМ СУ) вимоги до ергономічних характеристик є одними з головних, оскільки швидкість реакції оператора набагато менша ніж швидкість роботи технічної частини системи. Тому важливого значення набуває інтерфейс взаємодії людини з технічними засобами системи управління (СУ). З іншого боку, інтенсивно розвиваються різного роду системи розпізнавання мови. Такі системи працюють в умовах неповної визначеності через імовірнісний характер роботи системи розпізнавання.

Проведений аналіз показав, що ефективність системи управління залежить від трьох груп факторів: фактори людини, фактори інтерфейсу та фактори технічних засобів СУ. За експертними оцінками на інтерфейс припадає від 5 до 15 % загальних втрат ефективності системи управління, в залежності від структури та призначення системи.

Розроблена математична модель СУ з голосовим інтерфейсом (СУГІ). Структура запропонованої моделі представлена на рис.3.32 [97,98].

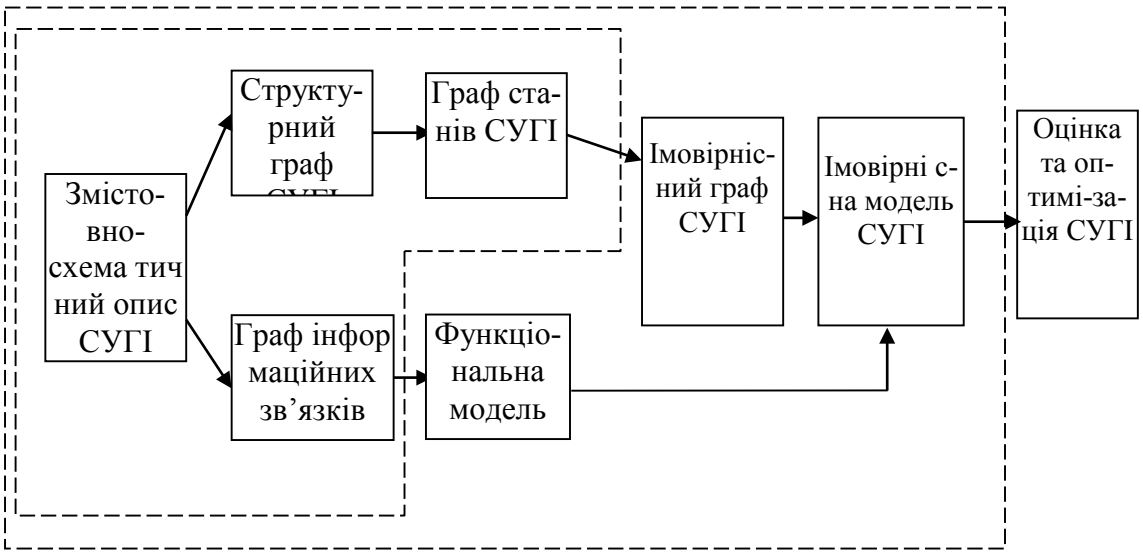


Рис. 3.32. Структура моделі СУГІ

На рис 3.32 введені позначення:

SF – граф фізичної структури СУГІ;

SI – граф інформаційної структури СУГІ;

PS – множина підсистем СУГІ;

LS – множина фізичних зв'язків між підсистемами;

IS – множина інформаційних зв'язків;

SB – граф станів СУГІ;

PB – множина станів СУГІ;

LB – множина переходів між станами.

Структурна модель рис.3.33 представлена сукупністю трьох графів: структурний граф фізичних зв'язків, граф інформаційних зв'язків та граф станів системи.

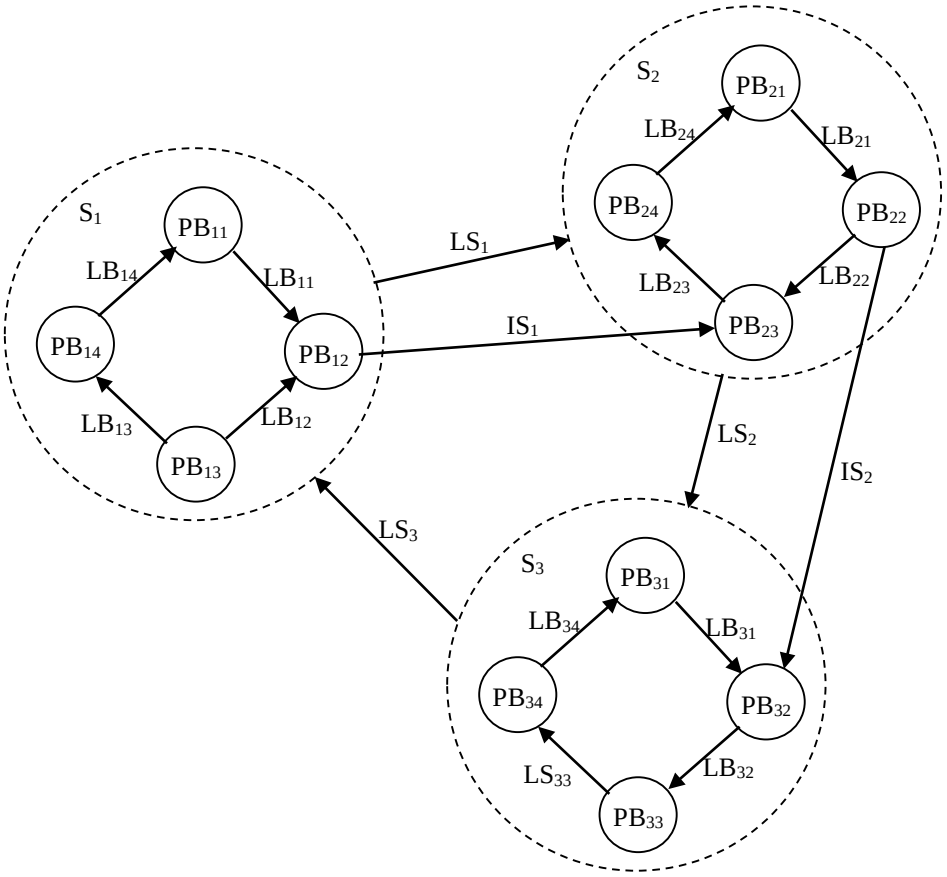


Рис. 3.33. Узагальнена структурна модель системи

Таким чином, структурна модель представляється системою

$$\begin{cases} SF\{PS, LS\} \\ SI\{PS, IS\} \\ SB\{PB, LB\} \end{cases}. \tag{3.55}$$

Графи *SF, SI, SB* пов'язані між собою. Для з'ясування цього зв'язку представимо множину станів *PB*, як об'єднання підмножин станів систем, тобто

$$PB = \bigcup_{\forall S \in PS} PB_S . \tag{3.56}$$

Крім того, слід враховувати, що для передавання інформації необхідне фізичне середовище, яке забезпечує фізичний зв'язок, тобто

$$IS \subset LS. \tag{3.57}$$

Множина переходів між станами СУГІ може бути представлена об'єднанням підмножин переходів LB_1, зумовлених внутрішніми процесами в підсистемах і LB_2, зумовлених обміном інформацією між підсистемами

$$LB = LB_1 \cup LB_2. \tag{3.58}$$

Отже

$$LB_2 = F(IS). \tag{3.59}$$

Функціональна модель системи описує інформаційні зв'язки між параметрами і динаміку зміни станів.

В системі для підвищення достовірності розпізнавання використовується кілька ядер розпізнавання, які працюють паралельно. Кожний алгоритм характеризується матрицею перехідних ймовірностей.

Нехай x – голосова команда від оператора; s – результати роботи алгоритмів розпізнавання мови; h – розпізнана голосова команда; u – управляючий сигнал системи, що відповідає розпізнаній команді; l – сигнал на виході суматора; v – сигнал управління; q – сигнал зворотного зв'язку; y – вихід системи.

Результат розпізнавання є сукупністю векторів перехідних імовірностей

$$\begin{gathered} \bar{s} \subset \{s_1, s_2, ..., s_n\}; \\ s_i = \bar{p}_i \\ \bar{p}_i = A_i(x) \end{gathered} \tag{3.60}$$

де A – алгоритм розпізнавання.

Результат прийняття рішення є логічною функцією.

У системі управління з голосовим інтерфейсом логічне перетворення здійснюється у просторі багатозначних сигналів. Якщо множина команд $\{X\}$ має потужність m, то кожний результат розпізнавання s_i може мати одне з $(m+1)$ значень (включаючи 0 – "команду не розпізнано"). Блок розпізнавання може містити n алгоритмів, що працюють паралельно, тоді логічний блок буде мати n вхідних $(m+1)$-значних сигнали s_i і 1 вихідний m-значний сигнал u.

Для кожного з m значень вихідного сигналу u може бути записане логічне рівняння L_i у диз'юнктивно-кон'юнктивній формі

$$h_i = \bigcup_k \bigcap_{j=1}^{n} (s_j \subset \{S_i\}) \tag{3.61}$$

Для мажоритарного алгоритму формулу (3.61) можна записати:

$$h = L(S_x) = \max_i \sum_j \delta \left[S_i - S_{x_j} \right] \tag{3.62}$$

$$u = F(h) \tag{3.63}$$

Пристрій управління та об'єкт управління представлені передаточними функціями

$$W_{ПУ}(p) = \frac{V(p)}{l(p)} = k_1 + k_2/p; \tag{3.64}$$

$$W_{OУ}(p) = \frac{y(p)}{V(p)} = \frac{1}{Tp+1}\ . \tag{3.65}$$

$$l = u - q \tag{3.66}$$

Зворотний зв'язок взятий у вигляді пропорційної ланки

$$q = \beta_{33} y. \tag{3.67}$$

Ця система містить логічні блоки, які неможливо лінеаризувати, тому вона відноситься до систем з суттєво-нелінійною структурою.

Звичайні методи моделювання нелінійних систем, такі як лінеаризація, не підходять для моделювання цієї системи. Тому використаний зворотний підхід до моделювання. Лінійна динамічна частина системи представляється дискретною моделлю. Можна показати, що якщо лінійна частина представлена передаточною функцією вигляду

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{a_n p^n + ... + a_1 p + a_0}{b_m p^m + ... + b_1 p + b_0}. \tag{3.68}$$

то відповідне дискретне значення виходу системи y_0

$$y_0 = \sum_{i=0}^{n} K_{x_i} x_i + \sum_{i=1}^{m} K_{y_i} y_i, \tag{3.69}$$

де

$$K_{x_i} = \frac{(-1)^i \sum_{j=i}^{n} C_j^i \frac{a_j}{\Delta t^j}}{\sum_{j=0}^{m} \frac{b_j}{\Delta t^j}}, \quad K_{y_i} = \frac{(-1)^{i+1} \sum_{j=i}^{m} C_j^i \frac{b_j}{\Delta t^j}}{\sum_{j=0}^{m} \frac{b_j}{\Delta t^j}}. \tag{3.70}$$

Оператор бінарного перетворення дискретної величини представлений у вигляді

$$P_Y(y_j) = \sum_{\{x_1\}}\left[P_{x_1}(x_1)\sum_{\{x_2\}}\left[P_{x_1}(x_1)\sum_{\{\xi\}}\left[\delta_y(x_1,\xi,y)\delta(x_1,x_2,\xi)\right]\right]\right], \quad (3.71)$$

з аналогічного оператора для неперервних величин (2.50).

Оператор для лінійного динамічного перетворювача представлений на основі (3.69) як $(n+m)$-кратне застосування бінарного оператора.

Оскільки у методі узагальнюючих функцій останні визначені на метричному просторі даних, то при використанні голосового інтерфейсу в системі управління одним з головних питань є побудова метричного простору команд системи управління, для чого використаний зважений граф станів системи управління рис.3.34. На графі позначені ваги станів, які визначаються за певним критерієм. Ваги дуг графа визначені як різниця ваг станів.

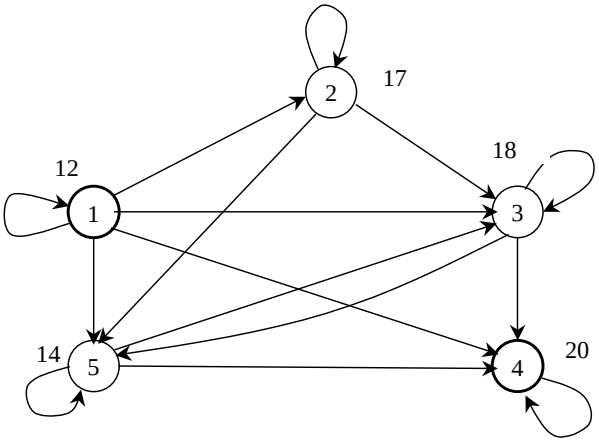


Рис. 3.34. Приклад зваженого графу станів системи управління

Ваги дуг графа e_{ij} залежать від початкового стану S_i і мети керування (кінцевого стану S_t). Визначимо вагу e_{ij} як мінімальні витрати на переведення системи зі стану S_i в стан S_t через проміжний стан S_j.

$$e_{ij} = \sum e_L(j,t). \quad (3.72)$$

Ваги ребер можуть бути використані для обчислення норми:

$$\left\| J_{ij} \right\| = e_{ij} - \min_j e_{ij} \quad (3.73)$$

Оскільки для переведення системи управління з одного стану в інший в СУГІ використовуються голосові команди, то отриману норму можна використати для голосових команд. У стані "*i*" розпізнані команди можуть бути впорядковані на осі *J* у відповідності до норм команд. Таким чином отримано метричний простір команд.

На основі функціональної моделі системи та її структури отримано імовірнісну математичну модель системи у відповідності до методу імовірнісних операторів :

$$\begin{cases} f_s = \Phi_F f_x \\ f_U = \Phi_L f_s \\ f_l = \Phi^{(2)} f_U f_q \\ f_V = \Phi_{W_{ПУ}} f_l \\ f_y = \Phi_{W_{OУ}} f_V \\ f_q = \Phi_\beta f_q \\ f_x = \Phi_O f_q \end{cases}, \qquad (3.74)$$

де f_i – розподілення імовірностей, Φ_i – відповідні імовірнісні оператори.

Однією з основних характеристик СУГІ є середня ймовірність виконання команди, яка розраховується на основі моделі СУГІ з припущенням про те, що у неперервному метричному просторі стану y_i відповідає інтервал $\Delta Y_i = (\frac{y_{i-1} + y_i}{2}, \frac{y_i + y_{i+1}}{2})$, причому крайнім лівому і правому станам відповідають $\Delta Y_1 = (-\infty, \frac{y_1 + y_2}{2})$ і $\Delta Y_n = (\frac{y_{n-1} + y_n}{2}, \infty)$. Тоді

$$P_0 = \sum_X p(x_i) \int_{\Delta Y_i} p(y/x_i) dy \qquad (3.75)$$

де $p(y/x_i)$ - результат моделювання СУГІ методом УФ.

Для оптимізації роботи системи управління з голосовим інтерфейсом розроблена методика вибору оптимального набору команд на основі запропонованого поняття метричного простору голосових команд. Методика базується на розробленій моделі СУГІ і використанні ймовірності P_0 як критерію оптимальності.

4. ІНФОРМАЦІЙНІ АСПЕКТИ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Як вже зазначалося, поняття невизначеності тісно пов'язане з поняттям інформації, яка за визначенням К.Шеннона є мірою зменшення стохастичної невизначності. У подальшому поняття інформації було узагальнене і на інші види невизначеності [1,99]. Природнім є відповідне узагальнення і поняття інформаційного потоку, яке у різних контекстах використовується при моделюванні систем [100,101].

4.1. Узагальнення поняття інформаційних характеристик

При моделюванні систем керування в умовах невизначеності постає природнє питання оцінки рівня невизначеності та зміни цього рівня в результаті отримання даних про невизначені параметри. Для стохастичних систем рівень невизначеності найчастіше оцінюють *ентропією* [25,26], а зміну невизначеності – інформацією. Для нечітких систем за аналогією введено поняття *нечіткої ентропії* [1,99].

Узагальнюючи вимоги до показника невизначеності, сформульовані для нечітких даних у [1] і для стохастичних даних в [21-26], можна зробити висновок, що показник невизначеності величини X – це функціонал $H(X)$, який задовольняє умовам:

1. $H(X) = 0$ тоді і тільки тоді, коли X – достовірна величина;
2. $H(X)$ приймає максимальне значення тоді і тільки тоді, коли $H(X) = const$ для $\forall x \in X$;
3. $H(X) \le H(Y)$, якщо X є загостренням Y відповідно до п.2.1.4;
4. $H(X) = H(\overline{X})$ - властивість симетричності;
5. $H(X \underset{\sim}{+} Y) + H(X \underset{\sim}{*} Y) = H(X) + H(Y)$ - властивість адитивності;

Для комбінованих стохастично-нечітких систем природнім є поняття *узагальненої ентропії*. Але якщо для нечітких множин, які переважно визначаються на дискретній універсальній множині U, і дискретних стохастичних даних використовується визначення ентропії [1], то для узагальнених даних, визначених на неперервній області R використаємо поняття диференціальної ентропії.

Постає природне питання про зв'язок узагальненої ентропії з ентропією при граничному зменшенні нечіткої складової невизначеності і

нечіткою ентропією при відповідному граничному зменшенні стохастичної складової.

Враховуючи формули нормування (2.1) і (2.2) у першому випадку можна записати

$$H_{ст} = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{ст}\,\beta\,(x)\log[K_{ст}\,\beta\,(x)]dx = \\ = K_{ст}\cdot\log K_{ст}\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}\beta\,(x)dx + K_{ст}\int_{-\infty}^{+\infty}\beta\,(x)\log\beta\,(x)dx \quad . \quad (4.1)$$

Оскільки $K_{ст} = 1/\int_{-\infty}^{+\infty}\beta(x)dx$, то

$$H_{ст} = \log K_{ст} + K_{ст}\,H_{уз}. \quad (4.2)$$

У другому випадку аналогічно отримуємо

$$H_{нч} = K_{нч}\cdot\log K_{нч}\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}\beta(x)dx + K_{нч}\int_{-\infty}^{+\infty}\beta(x)\log\beta(x)dx. \quad (4.3)$$

Тут використана найпоширеніша логарифмічна форма визначення нечіткої ентропії [1]. Оскільки $K_{нч} = 1/\max\limits_{x\in[-\infty,+\infty]}\beta(x)$, то

$$H_{нч} = \log K_{нч}\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}\mu(x)dx + K_{нч}H_{уз}. \quad (4.4)$$

Для розв'язання поставленої задачі оцінки інформаційних характеристик систем керування в умовах невизначеності визначимо поняття узагальненої ентропії та інформації при невизначених даних. Для цього спочатку визначимо, що під ентропією невизначеної величини H_β будемо розуміти ступінь невпевненості спостерігача у значенні величини, а інформація I_β, що отримується у невизначеній формі, є характеристикою зменшення невпевненності спостерігача.

При формальному визначенні узагальненої ентропії і інформації доцільно використати підхід, аналогічний прийнятому у статистичній теорії інформації, з застосуванням УФ. Таким чином, запишемо:

- кількість інформації, що отримується у нечіткій формі

$$I_{\beta[Y,X]} = H_{\beta[X]} - H_{\beta[X/Y]} = H_{\beta[Y]} - H_{\beta[Y/X]}, \quad (4.5)$$

де $H_{\beta(X)}$, $H_{\beta(Y)}$ – ентропії невизначених даних до отримання інформації;

$H_{\beta(X/Y)}$, $H_{\beta(Y/X)}$ – ентропії невизначених даних після отримання інформації.

Визначаючи узагальнену інформацію через УФ, отримуємо

$$I_{\beta(Y,X)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \beta_{X,Y}(x,y)\log_2 \frac{\beta_{X,Y}(x,y)}{\beta_X(x)\beta_Y(y)}dxdy, \qquad (4.6)$$

де $\beta_X(x)$, $\beta_Y(y)$, $\beta_{X,Y}(x,y)$ – відповідні УФ.

Очевидно, для стохастичних та нечітких даних формула (4.6) дає результат, що збігається з відповідними частковими визначеннями з точністю до константи.

4.2. Інформаційні потоки і термодинамічна аналогія

Розробка і розвиток теорії інформації [21-26] ознаменували теоретичне осмислення нового етапа розвитку науки і техніки. На першому етапі головним предметом вивчення і переробки були речовинні об'єкти матеріального світу, а основу науки і техніки складала механіка. На другому етапі основу теоретичних уявлень крім речовинних об'єктів склала енергія і дисципліни, які вивчають закони її перетворення і передачі: термодинаміка, електродинаміка тощо. Нині все більше значення у розвитку науки, техніки і суспільства набуває інформація і наука про її відбір, передачу, зберігання, обробку та представлення – теорія інформації. На відміну від фізичних теорій, які розглядають явища, пов'язані з речовиною і енергією і відбуваються у матеріальному світі незалежно від наявності спостерігача, теорія інформації розглядає інформаційні процеси, які мають сенс тільки по відношенню до конкретного споживача інформації - спостерігача.

Після сплеску уваги до теорії інформації у 60-х - 80-х роках відбулося поступове спадання кількості робіт у цьому напрямку. Як причину цього явища відзначають, що теорія інформації, розкривши важливі для розуміння навколишнього світу закономірності, безпосередньо для практики дала замало. До таких корисних практичних результатів відносять звичайно теорію кодування. В інших галузях результати, що досягнуті з використанням теорії інформації, можуть бути з рівним успіхом віднесені до досягнень теорії випадкових процесів, теорії

графів тощо. Причина такого становища вбачається у тому, що на сьогоднішній день теорія інформації не є самодостатньою для свого розвитку. Доведення всіх її положень виконується з використанням повернення від інформаційних понять і характеристик до відповідних базових понять: розподіленням імовірностей, спектрам, алгоритмам тощо. Такий підхід робить інформаційні моделі громіздкими і досить незручними для застосування. Але існує підхід, який дозволяє отримати нові самостійні результати у теорії інформації, що не досягаються іншими методами. Таким напрямком представляється метод інформаційних потоків і його застосування до дослідження і створення систем з неповною інформацією [100,101].

Для широкого класу систем, що містять цифрові підсистеми передачі, обробки та зберігання інформації, класичний інформаційний підхід важко застосувати, оскільки дослідження таким способом пов'язане з надто великою кількістю обчислень і необхідністю детального аналізу статистичних даних.

Представляється перспективним вирішення проблеми моделювання інформаційних процесів в ІС на основі термодинамічної аналогії, а не тільки на прямій відповідності між енергією сигналу і інформацією, що переноситься ним (негентропійний принцип Бріллюена [100]). Аналогія між інформаційними та енергетичними процесами відзначалася багатьма авторами [101,102]. Найнаочніше вона виявляється у визначенні поняття потока, яке однаково відповідає як інформаційному потоку [102], так і потоку теплової енергії [103]. Відповідно й інші поняття, що пов'язані з поняттям потока, мають спільну природу.

Хоча зв'язок між термодинамічними і інформаційними характеристиками і відзначався, але для розв’язання задач моделювання систем керування термодинамічна аналогія не використовувалась. В результаті теорія керування була позбавлена можливості користуватись значними результатами, досягнутими при дослідженні термодинамічних систем.

Термодинамічна система описується рівнянням теплового балансу [103]

$$C\frac{\partial T}{\partial t} = K\Delta T + Q(x, y, z, t)\,, \qquad (4.7)$$

де C – теплоємність; Δ - оператор Лапласа; $Q(x,y,z,t)$ - функція потужності джерел тепла.

Побудуємо інформаційний аналог рівняння теплового балансу для системи з базовою структурою рис.4.1.

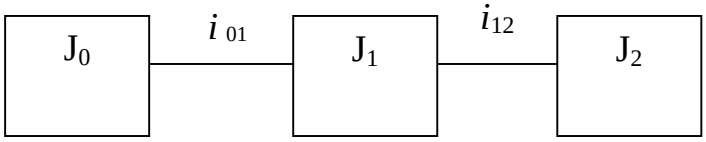


Рис.4.1 Базова модель системи

$$\frac{\partial J}{\partial t} = Y\Delta J + I(k,t), \tag{4.8}$$

де k – номер підсистеми, і визначимо зміст та правила обчислення його параметрів.

В процесі побудови інформаційного аналога будемо керуватися такими припущеннями:

1. *Припущення про спрямованість передачі інформації.* За основу побудови інформаційної моделі приймається схема (рис.4.1) з джерелом інформації J_0, перетворювачем інформації J_1 та приймачем J_2. У простих лінійних схемах можливий вплив приймача на джерело інформації. Але з розвитком суттєво нелінійних цифрових систем та гальванічно розв'язаних інтерфейсів припущення про спрямованість отримує переважне застосування. Використання цього припущення дозволяє нехтувати зворотним впливом споживача на джерело інформації.

2. *Припущення про відносність оцінки кількості інформації у статистичній мірі.* За визначення кількість інформації

$$I=H_{anp}+H_{anc}, \tag{4.9}$$

де H_{anp}- апріорна ентропія стану системи, що спостерігається;

H_{anc} – апостеріорна ентропія.

У структурній метриці кількість інформації не залежить від спостерігача і є абсолютною характеристикою інформативного сигналу, що несе інформацію. У метриці (4.5) кількість інформації *I* не залежить від ентропії знань спостерігача (рис.4.2) про процес, що досліджується, тобто спостерігач є системою відліку для вимірювання інформації.

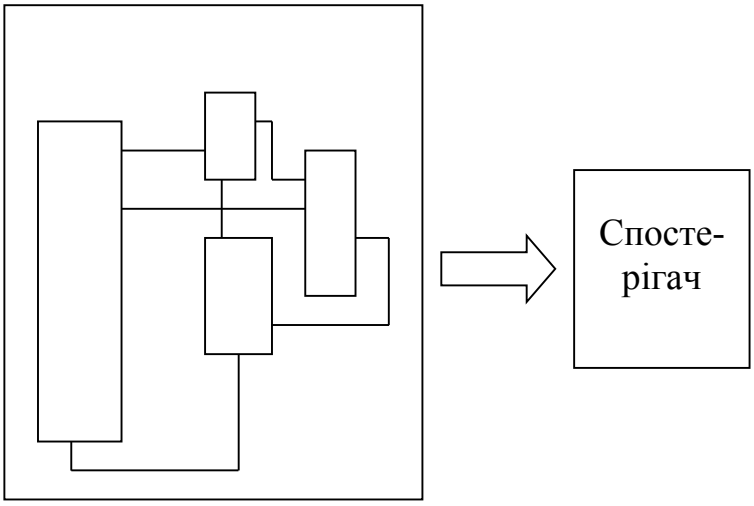


Рис. 4.2. Відносність вимірювання інформації

Система відліку включає інформаційну матрицю

$$\|I_0\| = \begin{Vmatrix} I^z_{011} & I^z_{012} & \dots & I^z_{01n} \\ I^z_{021} & I^z_{022} & \dots & I^z_{02n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I^z_{0m1} & I^z_{0m2} & \dots & I^z_{0mn} \end{Vmatrix}, \qquad (4.10)$$

де $I^z_{0ij} = H_{x_i} - H_{x_i/z_j}$; H_{x_i} - апріорна ентропія сигналу X_i; H_{x_i/z_j} - ентропія стану X_i з умовою, що він може бути оцінений за допомогою значення параметра Z_j спостерігача.

Під час переходу до іншої системи відліку узагальнені міри інформації потоків перетворюються

$$i'_{вих} = \psi^I_S(i_{вих}), \qquad (4.11)$$

де ψ^I_S - оператор перетворення.

Оскільки з аксіом системи G випливає, що умовні УФ значень інформативних параметрів зв'язані співвідношенням

$$B_{X/\xi} = \frac{B_Z * B_{X/Z}}{B_\xi} = \frac{(B_\xi * B_{Z/\xi}) * B_{X/Z}}{B_\xi} = B_{Z/\xi} * B_{X/Z}, \qquad (4.12)$$

то умовні ентропії стану

$$H_{X_i/\xi_j} = H_{X_i/Z_j} + H_{Z_i/\xi_j}. \qquad (4.13)$$

Звідки

$$I^{\xi}_{0ij} = H_{X_i} - H_{X_i/Z_j} = I^{Z}_{0ij} - H_{Z_i/\xi_j}, \qquad (4.14)$$

де $\|H_{Z/\xi}\|$ - ентропія стану системи відліку Z

$$\|H_{Z/\xi}\| = \|H_Z\| - \|I_{Z/\xi}\|. \qquad (4.15)$$

За систему відліку приймемо базу даних зовнішнього спостерігача. Представимо дані реляційною моделлю. Тоді сукупність даних про об'єкт складає кортеж, а кожна окрема величина – атрибут кортежу. Одним з атрибутів кортежу є також і час, оскільки в інформаційних системах більшість даних є функціями часу. Послідовність кортежів одного об'єкта відбиває зміну його стану у часі.

Структурні властивості даних у системі відліку відбиваються двома додатковими об'єктами: об'єктом "перелік об'єктів і атрибутів" і об'єктом "логічні зв'язки між даними", а також програмою обслуговування реляційної структури.

Спостерігач може використовувати й іншу модель даних. У будь-якій моделі дані описуються на деякій формальній мові даної моделі. Задача перетворення моделі даних аналогічна задачі побудови транслятора мови представлення даних. Оскільки для реально наявних систем така задача може бути вирішена завжди, то для виконання досліджень можна користуватися реляційною моделлю без втрати загальності.

База даних спостерігача не обов'язково повинна містити повний набір структур, що відповідають всім об'єктам системи, аби цей спостерігач міг бути прийнятий за систему відліку. Поява даних, не врахованих у системі відліку, призводить до збільшення числа кортежів об'єктів, які характеризують структуру системи.

Нехай інформація про параметр X передається в системі з використанням мови представлення даних L_X, а в системі відліку **Z** використовується мова представлення даних L_Z. Тоді в структурній мірі інформаційний потік, що характеризує параметр X

$$q_X = l_X i_X, \qquad (4.16)$$

де l_X - середня довжина речення мовою L_X.

В системі відліку **Z** транслятор $L_{X/Z}$ перетворює речення l_X в речення $l_Z = L_{X/Z}(l_X)$. Тому

$$q_X^Z = L_{X/Z}(l_X) i_X . \qquad (4.17)$$

Вимірювання інформаційних потоків у фіксованій системі відліку дозволяє оцінити збитковість залежних даних.

3. *Припущення про збереження кількості узагальненої інформації у замкненій системі.* Це припущення випливає з визначення узагальненої інформації (4.5) і припущення про її відносність. Дійсно, якщо ситсема замкнена, то кількість її параметрів стану стала, а ентропія зовнішнього спостерігача не змінюється, й тому $I = const$.

Можливість використання припущення про збереження кількості узагальненої інформації, аналогічного закону збереження енергії, дає додаткові переваги узагальненій інформаційній мірі, оскільки у структурній мірі кількість інформації зростає під час виконання операції копіювання всередині системи.

Розглянемо процес надходження інформації у системі (рис.4.1) від джерела 0 до споживача 2. Оскільки канал 0 – 2 є лінією зв'язку, то у відповідності до формули Шеннона у диференціальній формі

$$i_{02} = F_0 \ln(1 + \frac{P_C}{P_П}), \qquad (4.18)$$

де P_C - потужність сигналу; F_0 - ширина спектру Фур'є сигналу; $P_П$ - потужність завад.

З [104] відомо, що

$$P_C = (E_0 - E_2)^2 y_{02}, \qquad (4.19)$$

де E_0, E_2 - енергетичні потенціали джерела та приймача сигнала; y_{02} - узагальнена сигнальна провідність канала, тобто

$$i_{02} = F_0 \ln(1 + \frac{(E_0 - E_2)^2 y_{02}}{P_П}) . \qquad (4.20)$$

Визначимо інформаційні потенціали як граничну величину інформації про стан системи

$$J_0 = N \ln(1 + \frac{E_0}{E_g}) , \qquad (4.21)$$

$$J_2 = N \ln(1+\frac{E_2}{E_g}), \tag{4.22}$$

де N – розрядність даних в паралельному представленні; E_g - енергетичний поріг чутливості, звідки знаходимо

$$E_0 = E_g e^{\frac{J_0}{N}} - E_g, \tag{4.23}$$

$$E_2 = E_g e^{\frac{J_2}{N}} - E_g. \tag{4.24}$$

Підставляючи (18), (17) в (14), отримуємо

$$i_{02} = F_0 \ln\left[1 + \frac{E_g \cdot y_{02}}{P_П}\left(e^{\frac{J_0}{N}} - e^{\frac{J_2}{N}}\right)^2\right]. \tag{4.25}$$

Розкладаючи $i_{02}(J_0, J_2)$ в ряд у точці (0,0) і обмежуючись лінійною частиною, отримаємо

$$i_{02} = \frac{F_0 E_g^2 y_{02}}{P_П N}(J_0 - J_2). \tag{4.26}$$

Позначимо

$$Y = \frac{F_0 E_g^2 y_{02}}{P_П N}. \tag{4.27}$$

Якщо канал 1–2 поряд з передачею інформації виконує перетворення інформаційного потоку з оператором

$$i_{12} = \Psi i_{01}, \tag{4.28}$$

то отримуємо загальний вираз інформаційної провідності

$$Y = \Psi \frac{F_0 E_g^2 y_{12}}{P_П N}. \tag{4.29}$$

Інформаційна провідність – величина, що обернена часу передавання або перетворення одиниці інформації.

Грунтуючись на вказаних принципах і отриманих співвідношеннях, запишемо інформаційний аналог рівняння теплового балансу для системи з базовою структурою (рис.4.1)

$$\frac{\partial J_2}{\partial t} = Y_{02}(J_2 - J_0) + \frac{dJ_1}{dt}, \tag{4.30}$$

де $\frac{dJ_1}{dt}$ - інформаційна продуктивність підсистеми 1.

Розглянемо рівняння (4.30) у спрощеному вигляді, якщо відсутнє джерело інформації J_1 у каналі зв'язку

$$i_{02}^{Z} = Y_{02}^{Z}(J_0^{Z} - J_2^{Z}), \qquad (4.31)$$

де Z – система відліку. Порівнюючи рівняння (4.7), (4.26) і (4.31), зведемо аналогічні поняття термодинаміки та теорії інформації у таблицю 4.1.

Таблиця 4.1.

Порівняння понять термодинаміки та теорії інформації

Теорія інформації			Термодинаміка			
Позначення	Назва	Одиниця вимірювання	Позначення	Назва	Одиниця вимірювання	
					Безперервна модель	Дискретна модель
I	Кількість інформації	біт	Q	Кількість теплової енергії	Дж	
i	Інформаційний потік	біт/с	q	Тепловий потік	Дж/(м^{2}с)	Дж/с
J	Інформаційний потенціал	біт	T	Температура	К	
Y	Узагальнена інформаційна провідність	1/с	K	Коефіцієнт теплопровід-ності	Дж/(К с м^2)	Дж/(К с)

Таким чином, при зазначених вище припущеннях моделі теплового і інформаційного балансу є ізоморфними.

Для використання ізоморфізму інформаційних та енергетичних процесів у інформаційній теорії вимірювань у таблицю введені поняття інформаційного потенціалу *J*[біт] та узагальненої інформаційної провідності *Y*[с$^{-1}$].

4.3. Перетворення інформаційних потоків

Метод інформаційних потоків (МІП) базується на узагальненій мірі кількості інформації і операторному представленні моделей основних інформаційних процесів. Взаємозв'язок МІП з базовими, суміжними та випливаючими з нього напрямками показана на рис.4.3.

Для побудови моделей підсистем інформаційної системи всі підсистеми розподілені на джерела інформації, споживачі інформації та перетворювачі інформації. Джерела та споживачі характеризуються інформаційним потенціалом, а перетворювачі – узагальненою інформаційною провідністю. Сукупність станів підсистеми представляється орієнтованим графом, а переходам з одного стану в інший відповідають інформаційні процеси другого рівня моделювання.

З використанням характеристик визначених вище понять інформаційного потенціалу і інформаційної провідності моделі інформаційних процесів мають вигляд [105]:

1. Нелінійного статичного перетворення

$$I_y = \Psi_N i_x = \mathbf{1} i_x, \tag{4.32}$$

або

$$i_y(t) = P\frac{r_x(\tau)r_x'(\tau)\left[\left(\frac{K_{E2}\sigma_{0x}}{K_{E1}D_x}\right)^2 - 1\right]}{1 + r_x^2(\tau)\left[\left(\frac{K_{E2}\sigma_{0x}}{K_{E1}D_x}\right)^2 - 1\right]} \approx Pr_x(\tau)r_x'(\tau)\left[\left(\frac{K_{E2}\sigma_{0x}}{K_{E1}D_x}\right)^2 - 1\right], \tag{4.33}$$

де P – ймовірність працездатності інформаційного каналу; D_x – діапазон зміни сигнала X; σ_0 – с.к.в. похибки початкового сигналу; τ - проміжок часу між отриманням двох послідовних даних про значення контрольованого параметра; $r_x(\tau)$ – кореляційна функція сигнала X; K_E – ентропійні коефіцієнти.

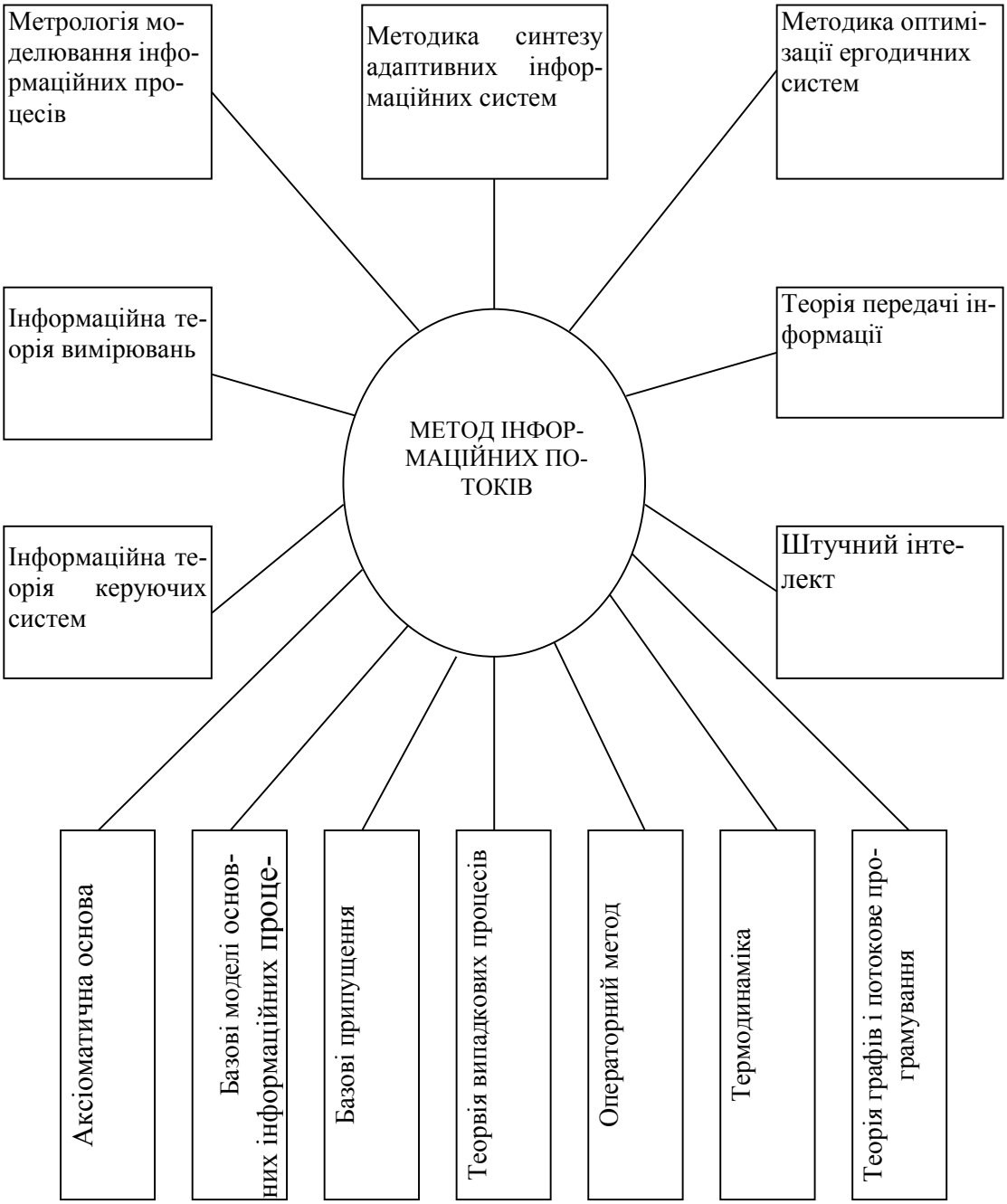


Рис. 4.3. Зв’язок методу інформаційних потоків
з іншими напрямками

2. Лінійного динамічного перетворення

$$i_y(t) = P\frac{r_x(\tau)r_x^{'}(\tau)\left[\left(\frac{K_{E2}\sigma_{0x}}{K_{E1}D_x}\right)^2 - 1\right]}{1 + r_x^2(\tau)\left[\left(\frac{K_{E2}\sigma_{0x}}{K_{E1}D_x}\right)^2 - 1\right]}\int_0^\infty\int_0^\infty r_x(\tau_1)g(\tau_2)g_\tau^{'}(\tau_1-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 \quad (4.34)$$

3. Виникнення інформаційних потоків у підсистемі сприйняття інформації від об'єктів контролю

$$J_0 = \ln(2\sqrt{(K_{E1}D_X)^2[1-r_x^2(\tau)] + [K_{E2}\sigma_{0X}r_x(\tau)]^2}) \quad (4.35)$$

4. Виникнення інформаційних потоків у термінальному пристрої:

- в режимі з очікуванням

$$i = \frac{1}{T}\log(card[A]), \quad (4.36)$$

де А – алфавіт термінала; Т – середній час очікування;

- в режимі з перериванням

$$i = F_0\log(card[A]) - \log(F_0\tau_n), \quad (4.37)$$

де F_0- гранична частота спектру; τ_n - похибка запізнення між перериванням і отриманням даних.

5. Виникнення інформаційних потоків у підсистемі накопичення та зберігання інформації. Якщо дані утворюють певну структуру, то

$$i = F_0 J = F_0\left[\sum_{j=1}^{n}\left(I_j - I_{S,j}\frac{I_S}{I_{S0}}\right) + I_S\right], \quad (4.38)$$

де n – число елементів у структурі; $I_{S,j}$ - кількість інформації про залежність j-го елемента структури; I_j - кількість інформації, що припадає на j-й елемент; l – дожина шляху у графі зв'язків елемента структури.

Преспективним напрямком застосування методу інформаційних потоків вбачається дослідження та проектування інформаційних систем з неповною інформацією - або через їх велику розмірність, або через принципову неможливість своєчасного отримання всієї необхідної інформації, а також системи оцінки, оптимізації та прогнозування проектних рішень на базі узагальнених інформаційних критеріїв. У рамках цього напрямку можна виділити ряд найважливіших задач: управління інформаційними потоками у великих інформаційних системах, оптимі-

зація отримання інформації у системах прийняття рішень на основі неповної інформації, оптимальне управління системами навчання, прогнозування інформаційних процесів у соціальних системах.

Подальший розвиток методу інформаційних потоків дає надію на отримання нових важливих і фундаментальних результатів у теорії інформації та теорії розподілених інформаційних систем великої розмірності.

4.4. Автохвильові макропроцеси в інформаційних системах

Інформаційні комп’ютерні мережі досягли величезних розмірів. Мережа Інтернет нараховує близько мільйона серверів, що безперервно обмінюються інформацією між собою, причому взаємодія серверів в Інтернеті відбувається автоматично. Характер таких автономних процесів впливає на ефективність інформаційних систем, що вимагає детального дослідження та моделювання. Проблема моделювання інформаційних процесів стає все актуальнішою в зв’язку з об'єднанням інформаційних та вимірювальних систем засобами комп'ютерних мереж. Існуючі методи моделювання великих інформаційних систем розглядають в основному взаємодію "клієнт – сервер", "джерело – споживач" на рівні протоколів та статистики обслуговування запитів і залишають поза увагою автономні інформаційні процеси, в яких беруть участь великі групи елементів – макропроцеси.

Опис інформаційних процесів за допомогою рівняння (4.8) аналогічного рівнянню теплового балансу (4.7) дозволяє використовувати термодинамічну аналогію для дослідження процесів в інформаційних системах. Вперше дослідження термодинамічних процесів були виконанні Ж.Фур'є, П.Лапласом, С.Пуассоном, М.В.Остроградским і іншими. Отриманим ними рівнянням теорії теплопровідності [106] відповідає запис закону збереження енергії (першого закону термодинаміки).

Найцікавіші результати отримані при дослідженні суцільних активних середовищ – нелінійних термодинамічних систем з об’ємним

енерговиділенням. Об'ємне енерговиділення описує процес горіння суцільного середовища. Інтенсивність горіння, як і коефіцієнт теплопровідності, залежить від температури по нелінійному закону [107].

Задавання спеціально розподіленої в просторі початкової теплової енергії призводить до горіння середовища [107], причому в силу нелінійності середовища інтенсивність горіння, а також теплоперенесення на кожній ділянці простору протікають по-своєму. В результаті на розвиненій стадії горіння в середовищі виникає мінливий в просторі і часі температурний розподіл, який називають тепловою структурою. Нелінійне рівняння теплопровідності та горіння є базисною моделлю дослідження законів еволюції і взаємодії теплових структур у суцільних середовищах. Воно описує автохвилі, які виникають у суцільному середовищі і розповсюджують тепло в ньому.

Згідно [108], автохвилями прийнято називати хвилі, що самопідтримуються в активних середовищах. При поширенні вони зберігають свої основні характеристики постійними (амплітуду, форму, період і довжину хвилі) за рахунок джерела енергії, розподіленого в середовищі. У середовищі, в якому теплові процеси забезпечують виділення теплової енергії, з'являються локалізовані в просторі теплові неоднорідності. Це – дисипативна нестаціонарна структура. Її властивості можна визначити, вивчаючи розв'язок рівняння теплопровідності з джерелом тепла.

Враховуючи інформаційно-термодинамічну аналогію (4.7) - (4.8), можна очікувати появу при певних умовах процесів самоорганізації і в інформаційних системах.

Розглянемо поняття суцільного активного середовища [109]. Пасивні середовища складаються з пасивних елементів, для яких існує рівноважний стан з мінімумом енергії. Ці елементи можуть стати активними лише завдяки припливу до елементів системи енергії від зовнішніх джерел. Активні елементи бувають бістабільні, збудливі й автоколивальні. Бістабільний елемент має два стаціонарних стани, у кожному з яких він може знаходитися необмежено довго. Щоб перевести його з одного стану в інше необхідно перевищити граничний рівень інтенсивністю впливу. Збудливий елемент має єдиний виділений стан

спокою, стійкий до досить слабких зовнішніх впливів. Після інтенсивного зовнішнього впливу елемент робить визначену послідовність активних переходів і лише потім повертається до вихідного стану спокою. Автоколивальний елемент автономно робить циклічні переходи через деяку групу станів. Зовнішні вплив здатний сповільнити чи прискорити рух.

Середовище, яке складається з бістабільних, збудливих чи автоколивальних елементів, зветься суцільним активним середовищем. Основною його характеристикою є те, що воно складається з великої кількості елементів, які безперервно взаємодіють між собою.

Враховуючи останнє визначення, велика інформаційна мережа може розглядатися як суцільне середовище, якщо в ній:

1. Велика кількість однотипних за своїми інформаційними характеристиками елементів системи;
2. Регулярна структура зв'язків між елементами системи;
3. Алгоритм обміну інформацією прикладного рівня побудований таким чином, що підсистеми автоматично доповнюють свій тезаурус відомостями (даними), які є у сусідніх підсистемах;
4. Наявність зовнішніх регулярних інформаційних потоків, наприклад, потоків вимірювальної або експертної інформації;
5. Наявність дисипативних процесів ("розсіювання" або "старіння" інформації).

За принципами своєї дії елементи мережі – комп'ютери, є багатостабільними. Активним середовищем мережа стає у випадку, коли протокол обміну даними забезпечує умови збудливості. Розглянемо ці умови з використанням термодинамічної аналогії. Для цього рівняння (4.7) запишемо в зручнішому вигляді

$$\frac{\partial T}{\partial t} = Q(T) + D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\ , \qquad (4.39)$$

де функція $T = T(t, x)$, яка залежить від часу $t \geq 0$ і однієї просторової змінної *x*, яка визначає температуру суцільного середовища в кожній його точці в момент часу *t*; функція $Q(T)$ - потужність джерела тепла; *D* – коефіцієнт дифузії.

Розглянемо тепер рівняння інформаційного балансу (4.8) для фрагменту інформаційної системи рис.4.1.

У загальному випадку нелінійної системи рівняння інформаційного балансу (4.8) можна записати у такому вигляді:

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = i_1(t) + F(J_1, J_2, Y), \tag{4.40}$$

де J - інформаційні потенціали;

$i_1(t)$ – зовнішній інформаційний потік, що надходить до підсистеми 1 від сенсорів;

Y –узагальнена інформаційна провідність;

F – функціональна залежність.

Вигляд функції F залежить від алгоритму (протоколу прикладного рівня) обміну даними між підсистемами. Якщо алгоритм побудований таким чином, що підсистеми автоматично доповнюють свій тезаурус відомостями (даними), які є у сусідніх підсистемах, то кількість інформації, що надходить до підсистеми 1 від сусідніх (за метрикою інформаційних зв'язків) підсистем

$$F(J_1, J_2, Y) = Y(J_2 - J_1) + Y(J_0 - J_1)$$

або

$$F(J_1, J_2, Y) = Y(J_2 - 2J_1 + J_0). \tag{4.41}$$

З іншого боку у просторі інформаційних зв'язків можна записати різницеві аналоги часткових похідних від інформаційного потенціалу по координатах:

- перші

$$\frac{\partial J_0}{\partial k} = J_0^{'} = J_1 - J_0, \quad \frac{\partial J_1}{\partial k} = J_1^{'} = J_2 - J_1. \tag{4.42}$$

- друга

$$\frac{\partial^2 J_1}{\partial k^2} = J_1^{'} - J_0^{'} = J_2 - 2J_1 + J_0. \tag{4.43}$$

Підставляючи (4.41) і (4.43) в (4.40), отримуємо

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = i_1(t) + Y\frac{\partial^2 J_1}{\partial k^2}. \tag{4.44}$$

Останнє рівняння є інформаційним аналогом термодинамічного рівняння розповсюдження теплоти у нелінійному суцільному середовищі (4.39). Оскільки розв’язок рівняння (4.39) описує породження ав-

тохвиль та процесів самоорганізації, то відповідних ефектів слід очікувати і при моделюванні інформаційних систем.

Для дослідження процесів самоорганізації розроблена програма, в основі якої є моделювання розв'язання рівняння (4.44). Одне з таких розв'язань, що показує послідовні зміни розподілу інформаційних потенціалів у інформаційній системі у часі, якщо інформація потрапила до системи через чотири кутових сервера, показаний на рис.4.4. – 4.8.

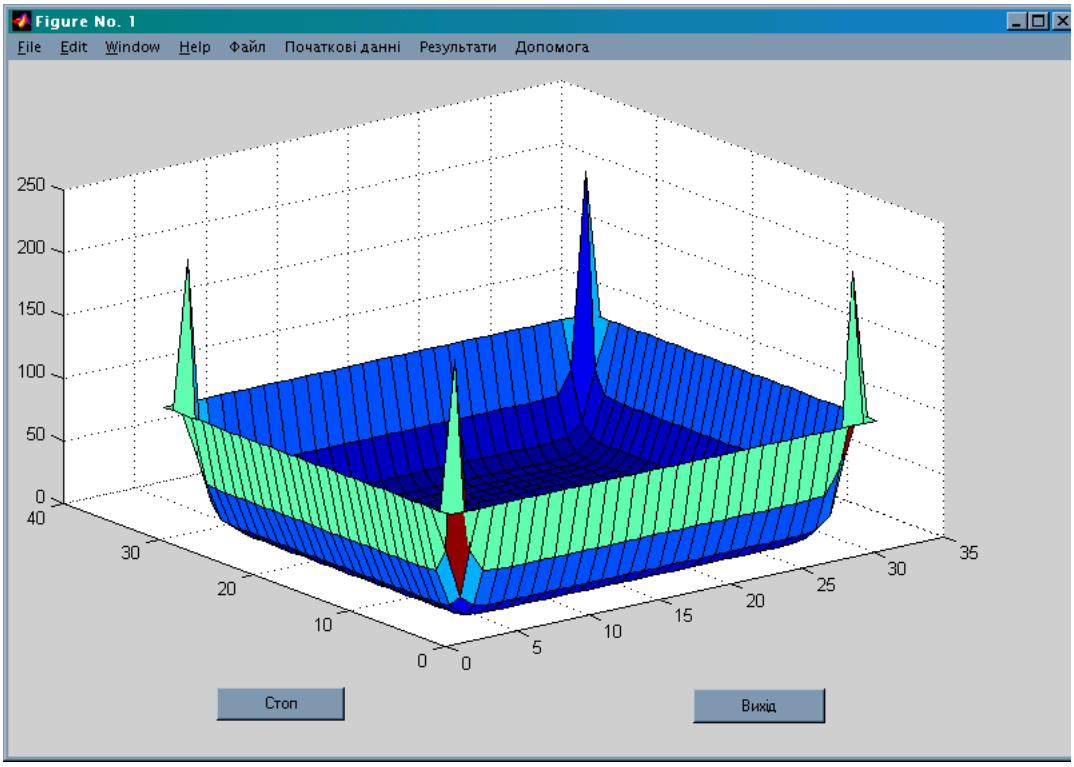


Рис.4.4. Модель суцільного інформаційного середовища – 1 фаза

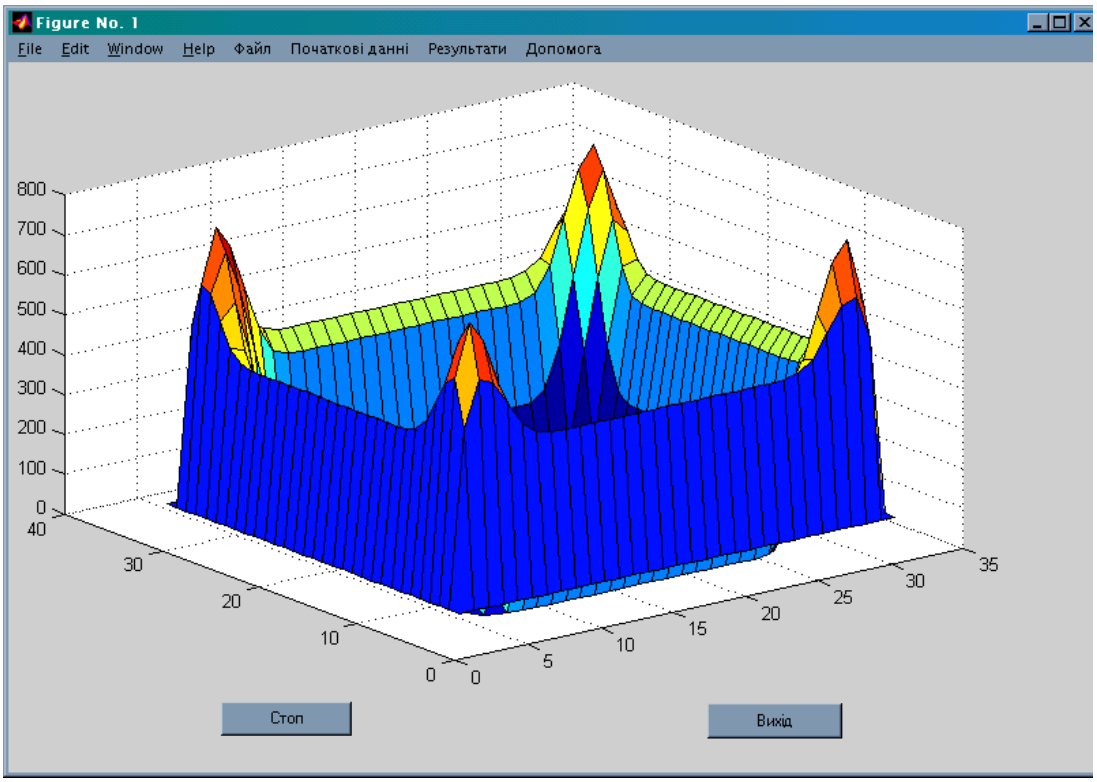


Рис.4.5. Модель суцільного інформаційного середовища – 2 фаза

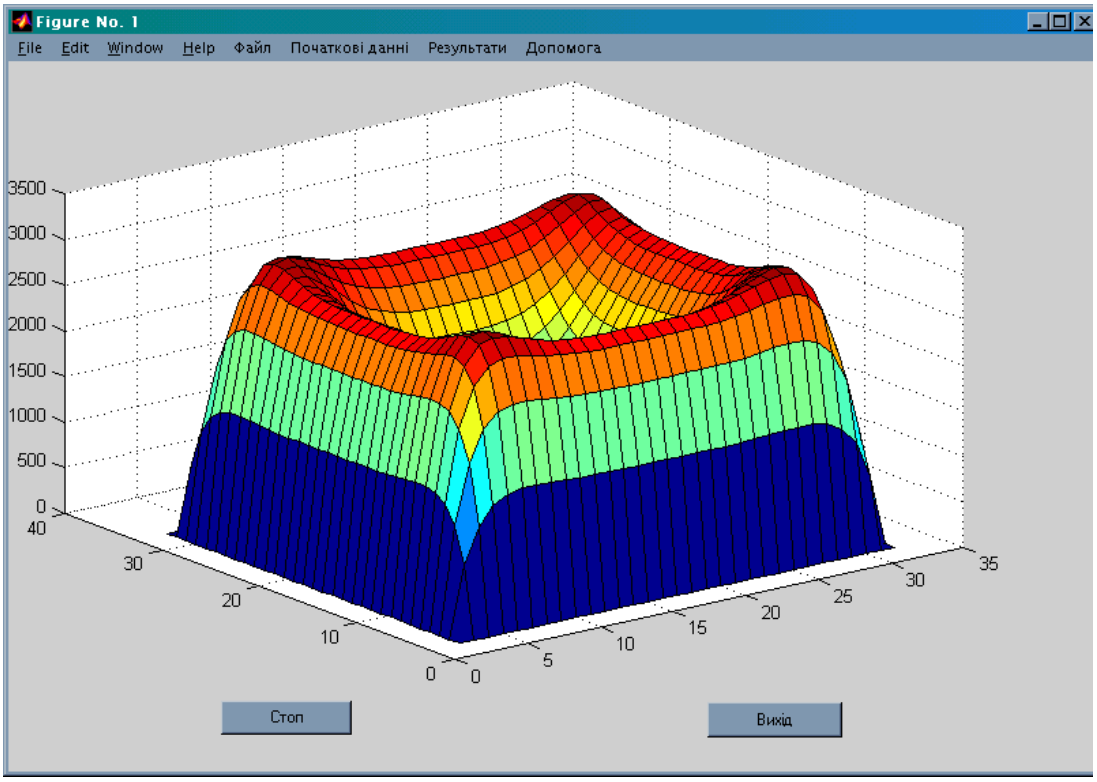


Рис.4.6. Модель суцільного інформаційного середовища – 3 фаза

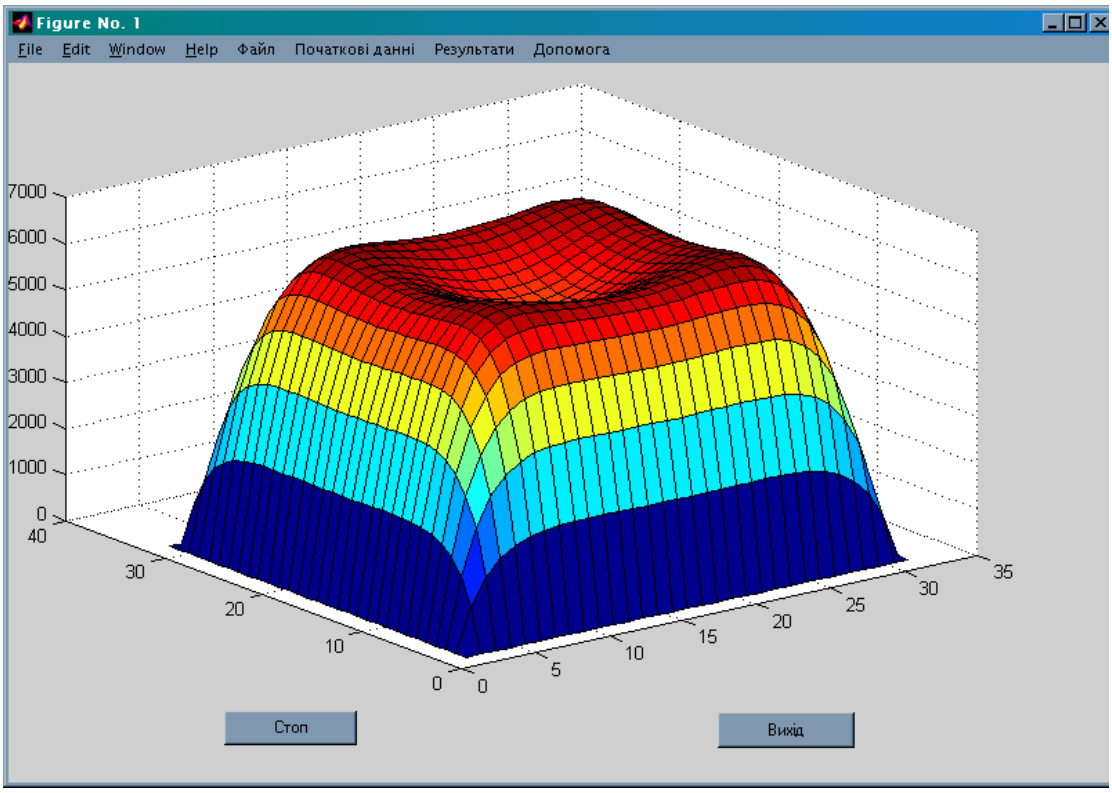


Рис.4.7. Модель суцільного інформаційного середовища – 4 фаза

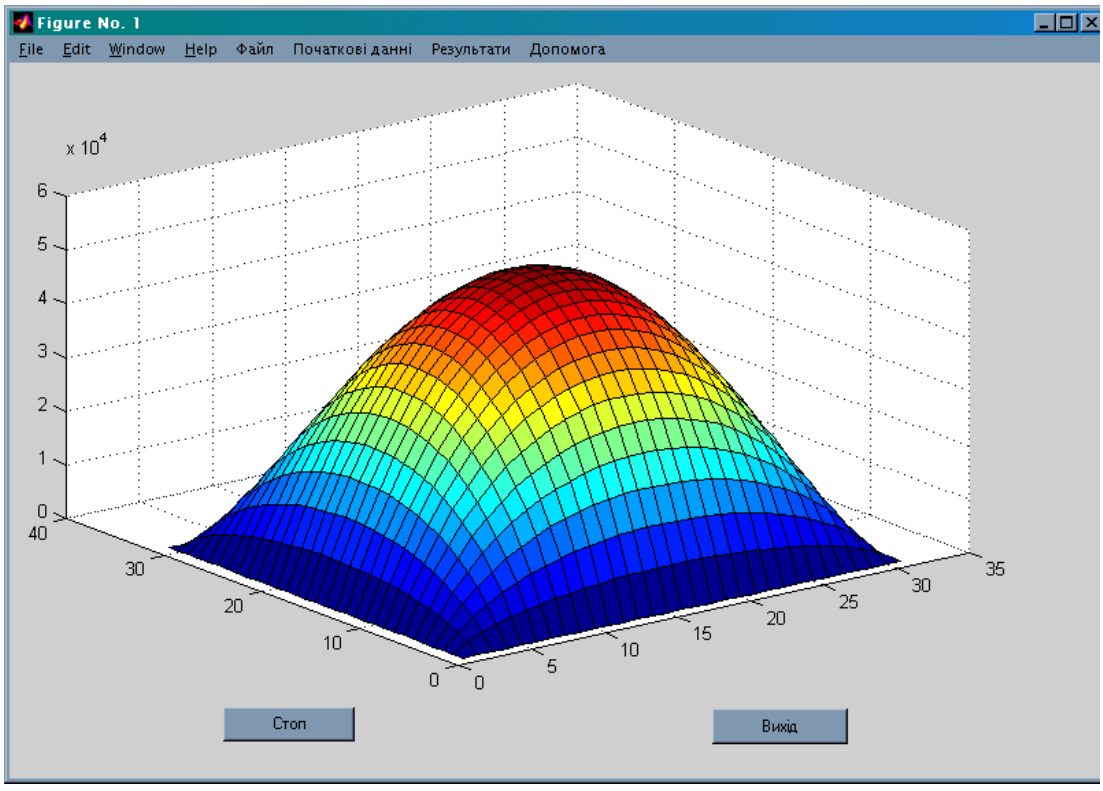


Рис.4.8. Модель суцільного інформаційного середовища – 5 фаза

Інформаційними системами, яким відповідає модель (4.44) і в яких можна очікувати процесів самоорганізації, можуть бути як спеціально створені розподілені ІС, так і технічні системи, що утворюються “самостійно” в результаті використання глобальних комп’ютерних мереж. Виникненню процесів самоорганізації в таких системах сприяють комп’ютерні віруси, алгоритми яких задовольняють третій умові.

ВИСНОВКИ

Проблема моделювання систем керування в умовах невизначеності досить складна, і запропонований метод моделювання дозволяє наблизитися до її розв'язання лише для певного типу невизначеності. Це параметрична невизначеність, яка може бути формалізована у вигляді функцій, що характеризують "розмитість" даних. Питання структурної та алгоритмічної невизначеності майже залишилися поза увагою, хоча у певних випадках їх теж можна розглядати на методологічній базі УФ.

Метод УФ розрахований в першу чергу на комп'ютерну реалізацію. Це зумовлене значним обсягом обчислень при операторній реалізації операцій над невизначеними даними. Але підхід, що покладений в основу методу, має принципове значення. Підхід грунтується на міркуванні, що в умовах невизначених вхідних даних, коли заздалегідь відомо, що результат теж буде неповністю визначеним, немає потреби в точних методах виконання перетворень. Достатньо використання наближених методів, за умови, що вони дозволяють досягти необхідної наперед заданої точності.

Проведені дослідження властивостей операцій над УФ дозволяють спрощувати моделі систем управління і відповідно скорочувати процес моделювання.

Результати, отримані при дослідженні проблеми оптимізації параметрів, структури та алгоритмів систем керування в умовах невизначеності, яких автори лише торкнулися в цій роботі, мають переважно методологічний характер. Подальший розвиток та дослідження методу УФ доцільно спрямувати на значно глибший розгляд питань оптимізації систем, графів та алгоритмів в умовах невизначеності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Аверкин А.Н., Батыршин И.З., Блишун А.Ф., Силов В.Б., Тарасов В.Б. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Поспелова Д.А. – М.: Наука, 1986. –312с
2. Маликов В.Т., Дубовой В.М., Кветный Р.Н., Исматуллаев П.Р. Анализ измерительных информационных систем. – Ташкент: ФАН, 1984. – 176с.
3. Маликов В.Т., Дубовой В.М., Кветный Р.Н. Моделирование преобразования характеристик случайных процессов в информационно-измерительных системах./ Радиоэлектроника: Научные труды вузов Лит.ССР,1981, т.17, N 1. - с.86-89.
4. Маликов В.Т., Дубовой В.М., Кветный Р.Н. Исследование и оптимизация информационных характеристик устройств контроля. / Серия "Наука, техника, передовой опыт".-К.: Знание, 1983.
5. Дубовий В.М. Програмування систем моделювання інформаційних процесів. - К.: ІСДО України, 1994.
6. Дубовий В.М. Дослідження і оптимізація мереж ІВС методом моделювання динаміки інформаційних потоків./ Вісник Вінницького політехнічного інституту, 1994, N1(2), с.22-26.
7. Квєтний Р.Н., Маликов В.Т. Информационная теория измерений: от модели к изделию./ Новое в жизни, науке и технике. Сер. «Математика, кибернетика»; №7 – М.: Знание, 1988. – 32 с.
8. Красовский А.А., Поспелов Г.С. Основы автоматики и технической кибернетики. – М.: Госэнергоиздат, 1962.
9. Воронов А.А. Теория автоматического управления. В 2-х томах. – М.: Энергия, 1986. – 503 с.
10. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория автоматического регулирования. – М., 1976.
11. Айзерман М.А. Теория автоматического регулирования. – М., 1966.
12. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. – М.: Наука, 1977.
13. Фельдбаум А.А., Бутковский А.В. Методы теории автоматического управления. - М.: Наука, 1977. – 744 с.
14. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. - М.: Наука, 1966. – 623 с.

15.Баранов Г.Л., Макаров А.В. Структурное моделирование сложных динамических систем. - К.: Наук. думка, 1986.
16.Винер Н. Кибернетика. - М.: Наука, 1983.
17.Мартин Дж. Системный анализ передачи данных. - М.: Мир, !975.
18.Советов Б.Я. Теория информации. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977.
19.Глушков В.М. Кибернетика. Вопросы теории и практики. - М.: Наука, 1986.
20.Железнов И.Г. Сложные технические системы (оценка характеристик). М.: Высшая школа, 1984.
21.Стратонович Р.Л. Теория информации. - М.: Сов.радио, 1975.
22.Фано Р. Передача информации. Статистическая теория связи. - М.: Мир, 1965.
23.Шеннон К.Э. Работы по теории информации и кибернетике. - М.: Иностр. лит., 1963.
24.Эшби У.Р. Введение в кибернетику. - М., 1959.
25.Колмогоров А.Н. К логическим основам теории информации. - Проблемы передачи информации, 1969, т.5, N3.
26.Колмогоров А.Н. Три подхода к определению понятия „количество информации”. - Проблемы передачи информации, 1965, т.1, N1.
27.Общая информационная теория проектирования динамических систем измерений, управления и контроля / Б.Н.Петров и др. - Техническая кибернетика, 1976, т.7, с.202-267.
28.Солодов А.В. Теория информации и ее применение к задачам автоматического управления и контроля.- М.: Наука, 1967.
29.Солодовников В.В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. - М.: Физматгиз, 1960.
30.Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. Изд.2-е, перераб. и доп. – М.: Сов. радио, 1974. – 552с.
31.Петров В.В., Усков А.С. Информационная теория синтеза оптимальных систем контроля и управления (Непрерывные системы). - М.: Энергия, 1975.
32.Красовский Н.Н. Управление динамической системой: Задача о минимуме гарантированного результата. - М.: Наука, 1985.
33.Николаев В.И. Информационная теория контроля и управления. - Л.: Судостроение, 1973.

34. Общая информационная теория проектирования динамических систем измерений, управления и контроля / Б.Н.Петров и др. - Техническая кибернетика, 1976, т.7, с.202-267.
35. Солодовников В.В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. - М.: Физматгиз, 1960.
36. Иванова В.М., Калинина В.Н., Нешумова Л.А., Решетникова И.О. Математическая статистика. 2-е изд., перераб. и доп.– М.:Высш. школа, 1981. – 371с.
37. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1991. – 384с.
38. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М.:Наука, 1964.-576с.
39. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1979. – 496 с.
40. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974. -361с.
41. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Советское радио, 1966. – 680 с.
42. Коган И.М. Прикладная теория информации. - М.: Радио и связь, 1981.
43. Хартли Р.В.Л. Передача информации. /В кн.: Теория информации и ее приложения. - М., 1959.
44. Новицкий П.В. Основы информационной теории измерительных устройств. - Л.: Энергия, 1968.
45. Кавалеров Г.И., Мандельштам С.М. Введение в информационную теорию измерений. - М.: Энергия, 1974.
46. Уотермен Д. Руководство по экспертным системам: Пер.с англ.-М.: Мир, 1989. – 388 с.
47. Искусственный интеллект: В 3-х кн. Кн1. Системы общения и экспертные системы: Справочник / Под ред. В.Н.Захарова, В.Ф.Хорошевского. – М.: Радио и связь, 1990. – 368с.
48. Методы и системы принятия решений. Системы, основанные на знаниях. Под ред. А.Н. Борисова. Рига. РПИ, 1989. – 175с.
49. Попов Э.В. Экспертные системы. Решение неформализованных задач в диалоге с ЭВМ. М.: Наука, 1987. – 288с.
50. Рот М. Интеллектуальный автомат: компьютер в качестве эксперта. М.: Энергоатомиздат, 1991. – 76с.

51. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: Пер. с англ./ Под ред. Р.Р.Ягера. – М.: Радио и связь,1986. – 408с.
52. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии в идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети. – Винница: Континент-ПРИМ ,1999.- 300с.
53. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Нечеткая надежность алгоритмических процессов. – Винница: Континент-ПРИМ, 1997г. – 142с.
54. Dubois D. and Prade H. Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications (Academic Press, New York, 1980).
55. Internet, the comp.ai.fuzzy newsgroup.
56. Yager R.R. and Filey D.P., The flexible structure of fuzzy systems, 1994.-400p.
57. Zimmermann H.-J. Fuzzy Set Theory - and Its Applications.- Kluwer, Academic Publisher, Dordrecht, Boston, MA, 2nd ed. 1991.-315p.
58. Борисов А.Н. и др. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной – Рига : Зинатне, 1982. – 256с.
59. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. – М.:Мир, 1976.-167с.
60. Zadeh L.A. The concept of linguistic variable and its applications to approximate reasoning, Parts I,II,III, Information Sciences, 8(1975) 199-251; 8(1975) 301-357; 9(1975) 43-80.
61. Shapiro ed., Encyclopedia of Artificial Intelligence, John Wiley & Sons
62. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – Москва: Наука, 1974.-120с.
63. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств.-М.: Радио и связь, 1982. – 432с.
64. Евклид. Начала / Пер. с греч., кн. 1-15, М.- Л., 1948-50.
65. Гильберт Д., Основания геометрии, пер. с нем., М.- Л., 1948.
66. Клини С.К. Введение в математику, пер. с англ., М., 1957.
67. Чёрч А. Введение в математическую логику, пер. с англ., М., 1960, с.15-63.

68.Mac Lane S. Bull Amer. Math. Soc., 1976, v.82, №1, p.1-40.
69.Люстерник Л.А., Соболев В.И., Элементы функционального анализа, 2 изд., М., 1965.
70.Колмогоров А.И., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа, 5 изд., М., 1981.
71.Канторович Л.В., Акилов Г.П., Функциональный анализ, 2 изд.- М.: Наука, 1977.
72.Данфорд Н., Шварц Дж. Т., Линейные операторы / Пер. с англ., ч.1-3.- М., 1962-74.
73.Эдвардс Р.Э., Функциональный анализ / Пер. с англ., М., 1969.
74.Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. – М.: Наука, 1981. – 384с.
75.Дубовой В.М. Глонь О.В. Использование обобщенной вычислительной модели в интеллектуальных системах управления. Вісник Технологічного університету Поділля – 2002.- №3 Т.1(41), с.122-125
76.Дубовой В.М., Глонь О.В. Властивості моделей інформаційних систем в умовах невизначеності. Матеріали III міжнародної конференції "Інтернет – Освіта – Наука" (ІОН-2002). Том 2,– Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2002. - с.410-412
77.Dubovoy V., Glon O. Generalization of Analytical Dependencies on a Case of Simultaneous Use of the Statistical and Fuzzy Data. Proceedings of International Conference on Modeling and Simulation MS'2001 – Lviv. 176-177p.
78.Peano G., «Rivista di matematici», 1891, v. 1, p. 1—10.
79.Д.Гильберт, П.Бернайс. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики / Пер. с нем. - М.:Наука, 1982, 556с.
80.Генцен Г., Непротиворечивость чистой теории чисел, кн.: Математическая теория логического вывода, М., 1967, с.77—153.
81.Huntington E.V. A new set of postulates for betweenness with proof of complete independence. – Trans. Amer. Math. Soc., 1924, pp.257-282.

82. Капітонова Ю.В., Кривий С.А., Летичевський О.А., Луцький Г.М., Печурін М.К. Основи дискретної математики. – К.: Наукова думка, 2002, 580с.
83. Кураш А.Г. Лекции по общей алгебре. – М.:Наука, 1972, 399с.
84. Christer Carlson, Robert Fuller “On possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers”. TUCS Turku Centre for Computer Science, TUCS Technical Report №299, ISBN 952-12-0510-5, ISSN 1239-1891, August 1999, 13p.
85. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.:Мир, 1975, вып. 12, с. 5-15.
86. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. – М.: Мир, 1966, 276с.
87. Дубовой В.М., Глонь О.В. Программа обобщенных вычислений Свідоцтво про державну реєстрацію ПА № 4705, від 06.09.2001
88. Патент України № 53377 А, МПК G 06F 15/36. Пристрій для узагальнення нелінійного перетворення нечітких та стохастичних даних / Дубовой В.М., Глонь О.В.; Заявл. 29.05.02; Опубл. 15.01.2003. Бюл. №1 - 4с.
89. Патент України № 46342 А, МПК G 06F 15/00. Пристрій для узагальнення суми нечітких та стохастичних даних / Дубовой В.М., Глонь О.В.; Заявл. 23.06.2001; Опубл. 15.05.2002; Бюл. №5 - 5с.
90. Патент України № 55643 А, МПК G 06F 15/00. Пристрій для узагальнення лінійного інтегро-діференціального перетворення нечітких та стохастичних даних / Дубовой В.М., Глонь О.В.; Заявл. 15.04.2002; Опубл. 15.04.2003. Бюл. №4 – 4с.
91. Батищев Д.И. Методы оптимального проектирования. – М.: Радио и связь, 1984, - 358с.
92. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие/ Иванов В.В. – Киев: Наук. думка, 1986. – 584с.
93. Богословский В.Н., Сканави А.Н. Отопление. – М.: Стройиздат, 1991. – 735с.
94. Дубровский В.В., Максимов В.П., Шифрин В.Б. и др. Справочник по автоматизации производственных процессов в газовой промышленности. – К.: Техніка, 1980 – 168с.
95. Шишко Г.Г., Єнін П.М. Облік витрат газу. – К.: Урожай, 1993. – 312с.

96. Васильев Н.К. Учет природного газа на объектах магистральных газопроводов. – Л..: Недра. Ленингр. Отд-ние, 1990. – 128с.
97. Дубовой В.М., Семенець Д.А. Визначення метричного простору команд системи управління з голосовим інтерфейсом. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 2002. - №2. – С. 99 -103
98. Дубовой В.М., Ковальова І.М., Семенець Д.А. Логіко-динамічна модель системи управління з голосовим інтерфейсом// Вісник Вінницького політехнічного інституту №6 2001. – С. 38-40
99. De Luca A., Termini S. A definition of a non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory. – Information and Control, 1972, v.20, p.301-312.
100. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. - М.: Физматгиз, 1960.
101. Волькенштейн М.В. Энтропия и информация. - М.: Наука, 1986.
102. Мартин Н., Ингленд Дж. Математическая теория энтропии. - М.: Мир, 1988.
103. Несис Е.И. Методы математической физики. - М.: Просвещение, 1977.
104. Харкевич А.А. Теория преобразователей. - М.: Госэнергоиздат, 1948.
105. Дубовой В.М. Використання термодинамічної аналогії в інформаційно-енергетичній теорії вимірювань. / Вісник ВПІ, 1997, N 4, с.14-18.
106. Змитренко Н.В., Михайлов А.П. Инерция тепла. – М.: Знание, 1982. – 64 с.
107. Галактинов В.А., Курдюмов С.П., Самарский А.А. Процессы в открытых диссипативных системах. – 32 с.
108. Эволюция автоволновых вихрей / В.И. Кринский, А.Б. Медвинский, А.В. Панфилов. – М.: Знание, 1986. – 48 с.
109. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 272 с.
110. Кузьмин И.В., Кедрус В.А. Основы теории кодирования. – 2-е изд.., перераб. и доп. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1986. – 238с.

ДОДАТОК А

Пояснення до класифікації невизначеності

Перший рівень даного дерева утворений термінами, що якісно характеризують кількість відсутньої інформації про елементи задачі системи управління.

У процесі збору інформації на визначеному етапі може виявитися, що: зібрана ще не вся можлива (неповнота) або не вся необхідна (недостатність) інформація; для деяких елементів визначені не їх точні описи, а лише множини, яким ці описи належать (недовизначеність); ряд елементів задачі тимчасово описаний лише за аналогією з задачами, що вже вирішувалися, мається лише "замінний" опис, який не повністю відповідає об'єкту (неадекватність). Важливо, що наявність даних видів невизначеності пов'язана або з тим, що процес збору інформації (вивчення задачі системи управління) тимчасово припинений, або з нестачею ресурсів, виділених для збору інформації.

Подальше вивчення може призвести або до ситуації визначеності, або до ситуації випадковості, або до ситуації неоднозначності. Для останньої передбачається, що вся можлива інформація про задачу зібрана, але цілком визначений опис не отримано і не може бути отримано.

Другий рівень дерева описує джерела (причини) можливої невизначеності опису, якими є зовнішнє середовище (експериментальна невизначеність), професійна мова (лінгвістична невизначеність), недостатність знань (експертна невизначеність).

Експериментальна невизначеність може бути пов'язана як з наявністю в зовнішнім середовищі декількох можливостей, кожна з яких випадковим чином стає дійсністю (ситуація випадковості, або стохастична невизначеність), так і з неточністю вимірів цілком визначеної величини, виконуваних приладами (ситуація неточності).

Лінгвістична невизначеність пов'язана з використанням природної мови для опису задачі управління. Ця невизначеність обумовлюється необхідністю оперувати кінцевим числом слів і обмеженим числом структур фраз (пропозицій, абзаців, текстів) для опису за кінцевий час нескінченної безлічі різноманітних ситуацій, що виникають у про-

цесі розв’язання задач системи управління. Лінгвістична невизначеність породжується, з одного боку, множиною значень слів (понять і відносин) мови, що умовно називається полісемією, а з іншого боку, неоднозначністю змісту фраз.

Виділяють два види полісемії: омонімію і нечіткість. Якщо відображувані тим самим словом об'єкти задачі управління істотно різні, то відповідну ситуацію відносять до омонімії. Якщо об'єкти подібні, то ситуацію відносять до нечіткості.

Розглядаючи джерела неоднозначності змісту фраз, можна виділити синтаксичну, семантичну і прагматичну неоднозначність. У першому випадку уточнення синтаксису дозволяє зрозуміти зміст фрази. У другому випадку при поверхневій семантичній невизначеності змісту фраз окремі слова зрозумілі, але неясний зміст усієї фрази. Нарешті, прагматична невизначеність пов'язана з неоднозначністю використання синтаксично і семантично зрозумілої інформації для досягнення цілей діяльності.

Закінчуючи розгляд видів невизначеності опису задач системи управління, відзначимо наступне. По-перше, облік фізичної невизначеності може ускладнитися появою лінгвістичної невизначеності в описі імовірнісного розподілу. Іншими словами, дані види невизначеності можуть накладатися один на другий. По-друге, проведений аналіз не стосується того, які елементи задачі управління мають невизначений опис. У цьому змісті схема на рис.В.1 досить універсальна. Зокрема, невизначеність опису цілей, що відбиває в багатокритеріальному виборі альтернатив, може мати і нечіткий, і випадковий характер.

ДОДАТОК Б

Приклад узагальненої обробки результатів опосередкованих вимірювань

У науці та техніці поширене використання опосередкованих вимірювань. При цьому результат вимірювань залежить від декількох безпосередньо вимірюваних величин і умовно відомих параметрів. Часто параметри задані приблизно або існують тільки в нечіткій формі. Тому обробка таких опосередкованих вимірювань класичними математичними методами не дає точних і якісних результатів. Порівняно нещодавно розроблений апарат нечіткої арифметики дозволяє вирішити цю проблему частково.

Нехай проводяться опосередковані вимірювання, рівняння яких в загальному випадку має вигляд:

$$Y = f(X_1, X_2 \ldots X_n, Z_1, Z_2 \ldots Z_m),$$

де $X_1, X_2, \ldots X_n$ – аргументи, які одержані шляхом прямих вимірювань або відомі константи, які задані в чіткій формі;

$Z_1, Z_2 \ldots Z_m$ – нечіткі аргументи, задані у вигляді функцій належності нечітких чисел $\mu(Z)$, $[\underline{Z}, \overline{Z}]$ – діапазон зміни значень параметра Z.

Приклад: опосередковане вимірювання потужності за результатами прямих вимірювань сили струму і напруги:

$$P = U^* I^* \cos\varphi,$$

де φ - кут зсуву фаз між напругою і струмом. Значення cosφ звичайно не вимірюють, обмежуючись експертною оцінкою його значення, частіше всього вважаючи рівним одиниці. Таким чином, у цьому випадку до рівняння опосередкованого вимірювання входять три параметри, два з яких характеризуються нормальним розподілом ймовірностей із дисперсією, яка дорівнює квадрату похибки вимірювань, а третій ($\cos\varphi$) задається у вигляді нечіткої змінної, яка, на думку експерта, описується функцією належності рис. Б1 тобто

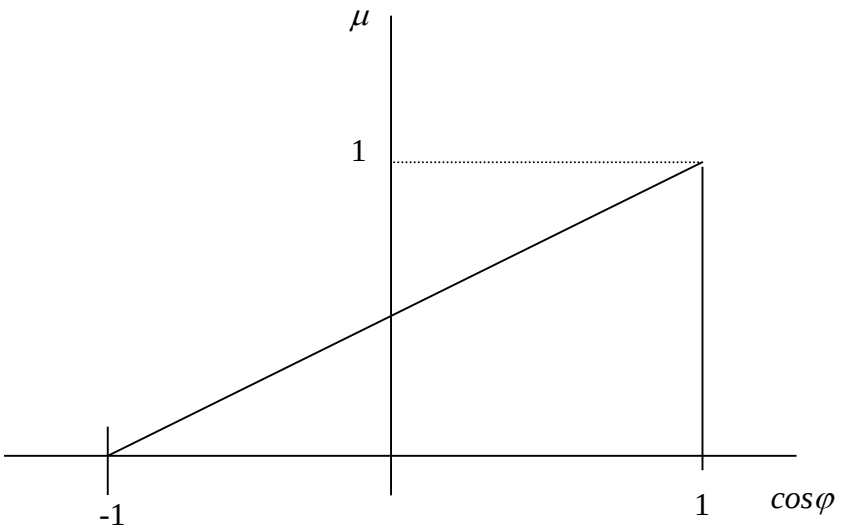


Рис. Б1 Функція належності $cos\varphi$

$$\mu(u)=\frac{1}{\sigma_U\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(u-U)^2}{2\sigma_U^2}},$$

$$\mu(\mathrm{i})=\frac{1}{\sigma_\mathrm{I}\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(\mathrm{i}-\mathrm{I})^2}{2\sigma_\mathrm{I}^2}},$$

$$\mu(cos\varphi)=\frac{(cos\varphi)+1}{2}.$$

Відповідно до закону Ома величини U і I функціонально пов'язані прямою пропорцією, тобто $r_{UI}=1$, а $cos\varphi$ – незалежна нечітка величина.

Використовуючи двічі (для двох операцій множення) перетворення (2.44), отримуємо узагальнюючу функцію $\beta(P)$.

Обернене застосування визначення узагальнюючої функції дозволяє на підставі отриманого закону розподілу оцінити реальну (з урахуванням експертної оцінки зсуву фаз) похибку результату опосередкованих вимірювань.

Наукове видання

Ольга Віталіївна Глонь
Володимир Михайлович Дубовой

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Монографія

Редактор Т. Ягельська

Оригінал-макет підготовлено авторами

Видавництво ВНТУ «УНІВЕРСУМ-Вінниця»
Свідоцтво Держкомінформу України
Серія ДК №746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ, ГНК, к. 114

Підписано до друку
Формат $29{,}7\times42\ 1/4$. Папір офсетний
Гарнітура Times New Roman
Друк різографічний. Ум. др. арк.
Наклад 100 прим. Зам. № 2003-173

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
Серія ДК №746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, головний корпус, к. 114
Тел.: (0432) 44-01-59