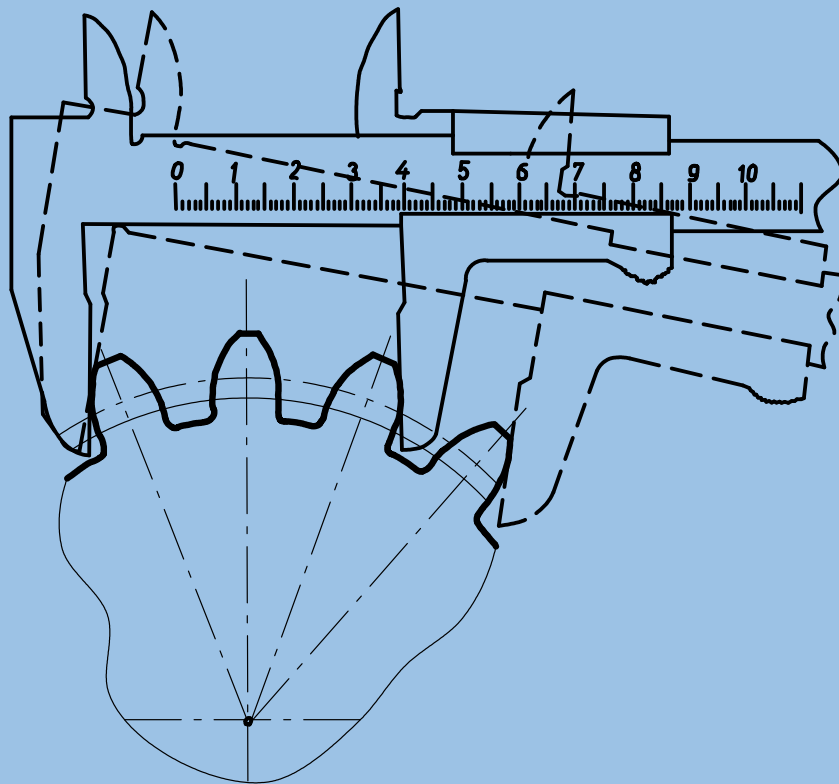


М.М. Вірник,

Ю.В. Булига

Теорія механізмів і машин

Лабораторний практикум



УДК 621.01
В 52

Рецензенти:

І.О. Сивак, доктор технічних наук;
В.Ф. Анісімов, доктор технічних наук, професор;
О.В. Дерібо, кандидат технічних наук, доцент.

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України.

Вірник М.М., Булига Ю.В.

В52 Теорія механізмів і машин. Лабораторний практикум. –
Вінниця; :ВНТУ, 2004 - 100 с.

Лабораторний практикум з курсу “Теорія механізмів і машин” (ТММ) відповідає затвердженій програмі і охоплює основні розділи зі структури, кінематики та динаміки механізмів.

Лабораторний практикум доповнює курс лекцій і практичних занять, причому таким чином, щоб студенти в процесі самостійної роботи змогли впевнитися в тісному взаємозв'язку теоретичних положень курсу ТММ з науково-технічними задачами їх спеціальності.

Використовуючи даний посібник, студенти можуть виконувати лабораторні роботи самостійно. У кожній роботі, після сформульованої мети, приводяться теоретичні відомості, опис лабораторної установки і приладів, послідовність виконання роботи, рекомендацію щодо складання звіту та перелік контрольних питань для самоперевірки.

Посібник призначений для студентів механічних спеціальностей вищих навчальних закладів всіх форм навчання.

УДК 621.01

© М.М. Вірник, Ю.В. Булига, 2004

Зміст

Передмова.....	4
Лабораторна робота №1 Визначення основних геометричних параметрів евольвентних циліндричних прямозубих зубчастих коліс..	5
Лабораторна робота №2 Моделювання процесу виготовлення зубчастих коліс методом обкочування.....	13
Лабораторна робота №3 Складання кінематичних схем та структурний аналіз механізмів.....	21
Лабораторна робота №4 Кінематичне дослідження важільних механізмів.....	35
Лабораторна робота №5 Експериментальне визначення моменту інерції ланки.....	53
Лабораторна робота №6 Динамічне балансування ротора з відомим розташуванням незрівноважених мас.....	60
Лабораторна робота №7 Дослідження кінематики та синтез кулачкового механізму.....	67
Лабораторна робота №8 Кінематичний аналіз зубчастих механізмів.	76
Лабораторна робота №9 Визначення ККД і коефіцієнта тертя гвинтової пари.....	83
Лабораторна робота №10 Статичне зрівноважування обертових мас	88
Лабораторна робота №11 Динамічне балансування ротора при невідомому розташуванні незрівноважених мас.....	92
Література.....	100

Передмова

Курс „Теорія механізмів і машин” (ТММ) є науковою основою проектування і дослідження механізмів і машин.

В засвоєнні студентами цього курсу велика увага приділяється лабораторному практикуму – важливому етапу самостійної діяльності студента щодо засвоєння методів теоретичного та експериментального дослідження механізмів і машин, їх структури, кінематики, динаміки, а також розв’язування деяких прикладних задач теорії механізмів.

Метою виконання лабораторних робіт є закріплення основних теоретичних положень курсу, розкриття глибшого розуміння фізичної сторони явищ і питань, що вивчаються в курсі ТММ, та набуття практичних навичок експериментальних методів дослідження.

Використовуючи даний посібник, студенти можуть виконувати лабораторні роботи самостійно. У кожній роботі, після сформульованої мети, приводяться теоретичні відомості, опис лабораторної установки і приладів, послідовність виконання роботи, рекомендації щодо складання звіту та перелік контрольних питань для самоперевірки.

Кількість і тематика робіт, що виконується студентами, визначається навчальним планом.

Для ефективного виконання навчального часу, відведеного на виконання лабораторних робіт, студент заздалегідь повинен підготуватися до запланованої роботи, тобто вивчити відповідний теоретичний матеріал, знати мету, будову та принцип дії лабораторного обладнання, підготувати таблиці для запису вихідних даних і результатів досліджень, знати методику та послідовність проведення роботи. Викладач, перш ніж допустити студента до виконання лабораторної роботи, повинен перевірити його підготовку, провести інструктаж з техніки безпеки.

Попередні записи у звіті, що відносяться до вихідних даних роботи, схема установки і результати вимірювань, які необхідні для подальших розрахунків, підписуються викладачем в аудиторії. У завершеному вигляді для перевірки і співбесіди з викладачем, звіт може бути оформлений дома.

Всі звіти повинні бути написані або надруковані з одного боку аркушів формату А4, графічна частина може бути виконана олівцем або в комп’ютерному варіанті. Кожну правильно виконану і захищену роботу викладач підписує та виставляє оцінку. До заліку повинен бути наданий комплект звітів лабораторних робіт у вигляді зброшурованого журналу з титульним листом (див. додаток А). Студент, який не виконав і не захистив всі планові лабораторні роботи, не допускається до здачі іспиту з ТММ.

Визначення основних геометричних параметрів евольвентних циліндричних прямозубих зубчастих коліс

Мета роботи: ознайомитися з основними елементами і геометрією зубчастих коліс; навчитися визначати основні параметри циліндричного прямозубого стандартного колеса з евольвентним профілем зуба.

Теоретичні відомості

Визначення параметрів зубчастих коліс за результатами обмірювання їх зразків виконується з метою відновлення або виготовлення коліс під час ремонту машин, проведення експертизи, пов'язаної з в'ясуванням причин поломок і аварій, а також під час контролю розмірів у процесі виготовлення зубчастих коліс.

Зубчастим колесом називається зубчаста ланка з замкненою системою зубів, які забезпечують неперервний рух другої зубчастої ланки (ГОСТ 16530-70). Зубчасті колеса призначені для передачі обертального руху (а також моментів сил) з одного вала на інший.

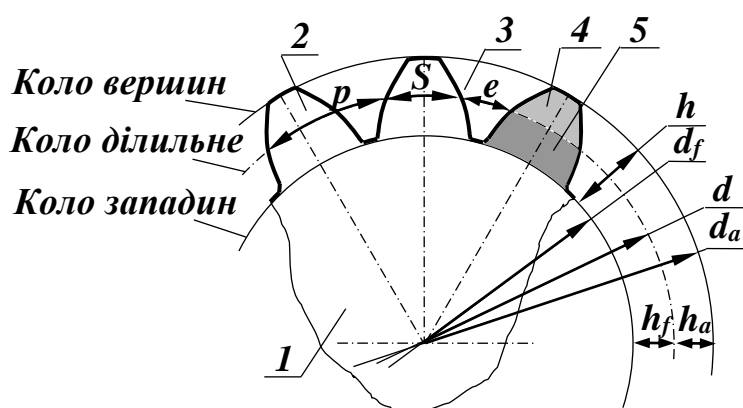


Рисунок 1.1 - Основні елементи та геометричні параметри зубчастого колеса

Коло, яке поділяє зуб на ніжку та головку зуба, називається *ділільним*.

В зубчастому колесі (рис. 1.1) виділяють такі основні елементи: *тіло 1* зубчастого колеса, *зуб 2*, *западина 3*. В свою чергу зуб поділяють на *головку 4* і *ніжку 5*. Коло, яке обмежує ніжку зуба, називається *колом вершин*. Коло, яке обмежує ніжку, називається *колом западин*.

До основних параметрів циліндричного прямого зубчастого колеса належать: кількість зубців z , модуль m , кут α вихідного контуру інструмента для нарізання зубців, діаметр d ділільного кола, діаметр d_a кола вершин, діаметр d_f кола западин, діаметр d_b основного кола, крок p зубів по ділільному колу, товщина S та ширина e зуба по ділільному колу, висота h_a головки і висота h_f ніжки зуба, висота h зуба.

Усі розміри зубчастих коліс можна виразити через наведені вище параметри. Деякі параметри (наприклад, діаметри кола вершин і западин) можна виміряти безпосередньо, але більшість параметрів визначаються вимірами і розрахунками.

Головний параметр зубчастого колеса – *модуль* – це відношення

$$m = \frac{p}{\pi}, \quad (1.1)$$

де p – крок по ділильному колу.

Відстань між однойменними точками двох сусідніх профілів зубів, виміряну по дузі ділильного кола, називають *кроком* зубчастого колеса (зачеплення):

$$p = S + e, \quad (1.2)$$

де S – товщина зуба; e – ширина западини.

Діаметр ділильного кола d , число зубців z і крок p поєднані рівнянням

$$zp = \pi d,$$

звідки випливає фізичний зміст модуля

$$m = d/z. \quad (1.3)$$

Тобто, *модуль* – це кількість міліметрів діаметра ділильного кола, що припадає на один зуб. Модуль визначає міцність зуба на згин. Одиниця вимірювання модуля – *мм*.

Значення модуля стандартизовані (СТ СЕВ 310-76). Тому отриманий під час вимірювання або розрахунків модуль повинен бути заокруглений до ближчого стандартного значення (табл. 1.1). При виборі модуля зубів слід надавати перевагу значенням з першого ряду.

Таблиця 1.1 – Стандартні значення модуля в *мм*

1-й ряд	0,8	1,0	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10
2-й ряд	0,9	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11

Модуль входить у всі найважливіші розміри елементів колеса і зубчастої передачі. У двох коліс, що знаходяться в зачепленні, повинен бути однаковий крок, а отже, і модуль. Висота головки нормального колеса $h_a = m$, а висота ніжки $h_f = 1,25m$, що забезпечує радіальний зазор між зубами коліс, що знаходяться у зачепленні: $c = c \cdot m = 0,25m$. Повна висота зуба $h = 2,25m$.

Розрахункові значення діаметрів кіл вершин d_a і западин d_f коліс з зовнішніми зубами:

$$d_a = d + 2h_a = mz + 2m = m(z + 2); \quad (1.4)$$

$$d_f = d - 2h_f = mz - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m(z - 2,5). \quad (1.5)$$

Формули (1.4) і (1.5) можна застосувати при визначенні модуля колеса:

$$m = \frac{d_a}{z + 2}; \quad (1.6)$$

$$m = \frac{d_f}{z - 2,5}. \quad (1.7)$$

В державах з дюймовою системою мір розміри зубів інструменту і коліс визначають не модулем, а пiтчем (*pitch* – крок). Діаметральний пiтч p_d показує кількість зубів колеса, що припадає на один дюйм (**25,4 мм**) діаметра дільного кола:

$$p_d = \frac{z}{d(\text{дюйм})}.$$

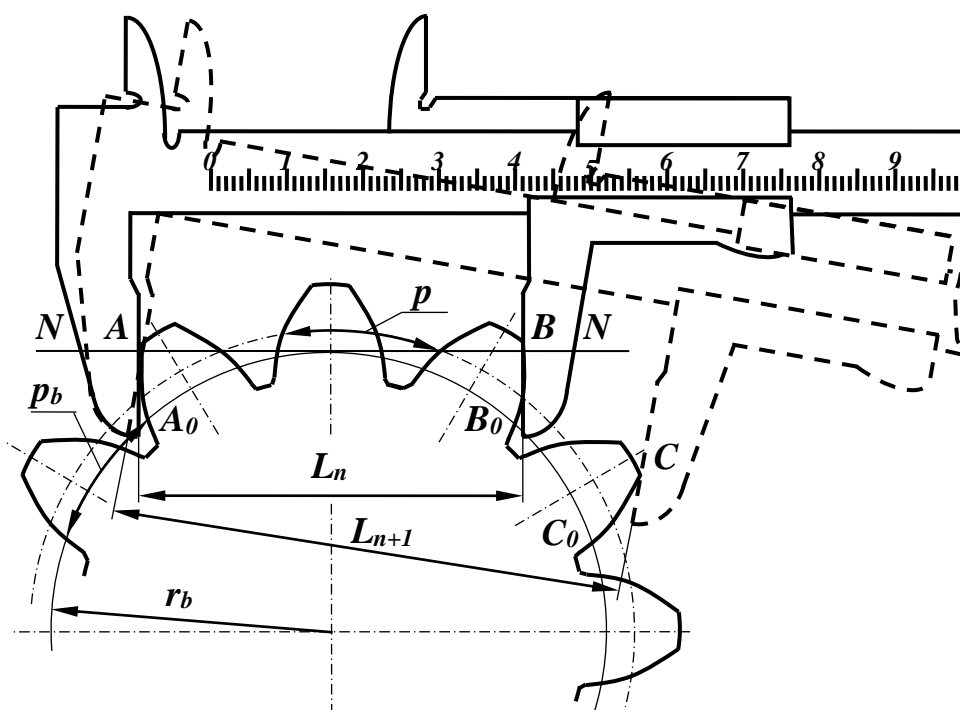


Рисунок 1.2 – Схема вимірювання довжин спільних нормалей L_n і L_{n+1}

Пiтч p_d і модуль m зв'язані залежністю

$$m = \frac{25,4}{p_d}.$$

Геометричні розрахунки модульних і пiтчевих коліс однакові.

Для визначення модуля розрахункового значення можна також скористатися відомостями про основні властивості евольвенти: нормаль у будь-якій точці евольвенти є дотичною до основного кола; відстань між двома однойменними суміжними профiлями зубів, виміряна вздовж нормалі до евольвенти, завжди стала і дорівнює кроку на основному колі. Звідси можна зробити висновок, що якщо охопити декілька зубів колеса

штангенциркулем (розмір AC на рис. 1.2), то лінія AC буде дотичною до основного кола, тобто ця лінія перпендикулярна в точках A і C до робочих губок штангенциркуля a , отже, нормальна профілям зубів в цих точках. Відстань між різними боковими поверхнями зубів, виміряна по спільній нормалі, називається довжиною спільної нормалі.

Зрозуміло, що якщо перекочувати відрізок AC по основному колу (за годинниковою і проти годинникової стрілки), то за властивістю евольвенти точка A прийде в точку A_0 , точка C – в точку C_0 і точка B – в точку B_0 . Із рис. 1.2 видно, що відрізок BC являє собою розгортку дуги B_0C_0 основного кола, тобто $\overline{BC} = B_0C_0 = p_b$.

Таким чином, якщо виміряти спочатку розмір L_n , що відповідає кількості z_n зубів, а потім виміряти розмір L_{n+1} , тобто охопити штангенциркулем на один зуб більше, то крок по основному колу p_b визначиться різницею цих вимірювань:

$$p_b = L_{n+1} - L_n.$$

Щоб губки штангенциркуля дотикалися у обох випадках евольвентних ділянок профілів, необхідно вибирати число охоплених зубів z_n із табл. 1.2 залежно від числа зубів z колеса.

З іншого боку

$$p_b = \pi m \cos \alpha. \quad (1.9)$$

Звідси розрахункове значення модуля зубчастого колеса

$$m^* = \frac{p_b}{\pi \cdot \cos \alpha} = \frac{L_{n+1} - L_n}{\pi \cdot \cos \alpha}, \quad (1.10)$$

де $\alpha=20^\circ$ - кут профілю вихідного контуру ($\cos 20^\circ=0,9397$).

Таблиця 1.2 – Значення z_n в залежності від z

Число зубів (z) колеса	12-18	19-27	28-36	37-45	46-54	55-63	64-72	73-81
Число охоплених для обмірювання зубів (z_n)	2	3	4	5	6	7	8	9

Оскільки розміри L_{n+1} і L_n визначені з деякими похибками (при виготовленні колеса і вимірюванні), одержане розрахункове значення модуля m^* слід округлити до ближчого стандартного (табл. 1.1).

Вибравши стандартне значення модуля, обчислюємо діаметр ділильного d і основного d_b кола:

$$d=mz; \quad (1.11)$$

$$d_b=mz \cos \alpha, \quad (1.12)$$

а також кроки ділильний p і основний p_b :

$$p = \pi \cdot m; \quad (1.11)$$

$$p_b = \pi m \cos \alpha. \quad (1.12)$$

Для визначення фактичних значень діаметрів вершин d_a і западин d_f зубчастих коліс з парним числом зубів вимірювання виконують безпосередньо штангенциркулем чи мікрометром, як показано на рис.1.3а, а для коліс з непарним числом зубів – згідно з рисунком 1.3б за формулами:

$$d_a = d_{ом\epsilon} + 2H_a; \quad (1.15)$$

$$d_f = d_{ом\epsilon} + 2H_f. \quad (1.16)$$

Для нульових (невиправлених) коліс значення d_a і d_f , одержані вимірюванням, повинні дорівнювати розрахунковим.

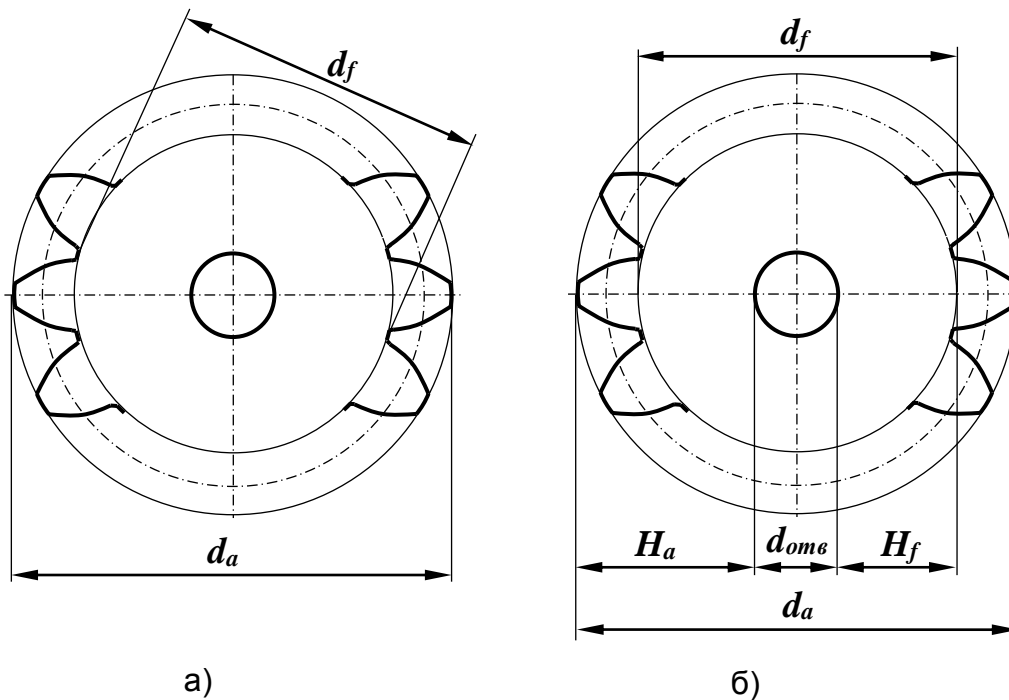


Рисунок 1.3 – Схема вимірювання d_a і d_f при парній кількості зубів (а) та при непарній (б)

На практиці крім нульових коліс використовують зубчасті колеса, виготовлені (нарізані) зі зміщенням зуборізного інструменту. Під зміщенням розуміють зміну міжосьової відстані різального інструменту і заготовки. В цьому випадку необхідно визначити коефіцієнт зміщення x , що виражає зміщення інструменту від нульового положення в частках модуля:

$$x = \frac{S_b / t_b \cdot \pi - \pi / 2 - z \cdot \text{inv} \alpha}{2 \text{tg} \alpha},$$

де: $\text{inv} \alpha = \text{tg} \alpha - \alpha$ ($\text{inv} 20^\circ = 0,0149$); S_b – фактична товщина зуба по основному колу, яка визначається через вимірювання довжини спільної нормалі L_{n+1} за формулою:

$$S_b = L_{n+1} - \pi p_b.$$

Для додаткового контролю зіставляється теоретична розрахункова S^T і фактична S^Φ товщина зуба по хорді на ділильному колі.

Для коліс, нарізаних без зміщення, товщина зуба по ділильному колу

$$S^T = 0,5\pi m,$$

а товщина зуба по хорді ділильного кола

$$S_x^T = d \cdot \sin\beta,$$

де
$$\beta = \frac{360^\circ}{4z} = \frac{90^\circ}{z}.$$

Якщо коефіцієнт зміщення $x \neq 0$, то теоретична товщина зуба по ділильному колу

$$S^T = \frac{\pi m}{2} + 2mxtg\alpha.$$

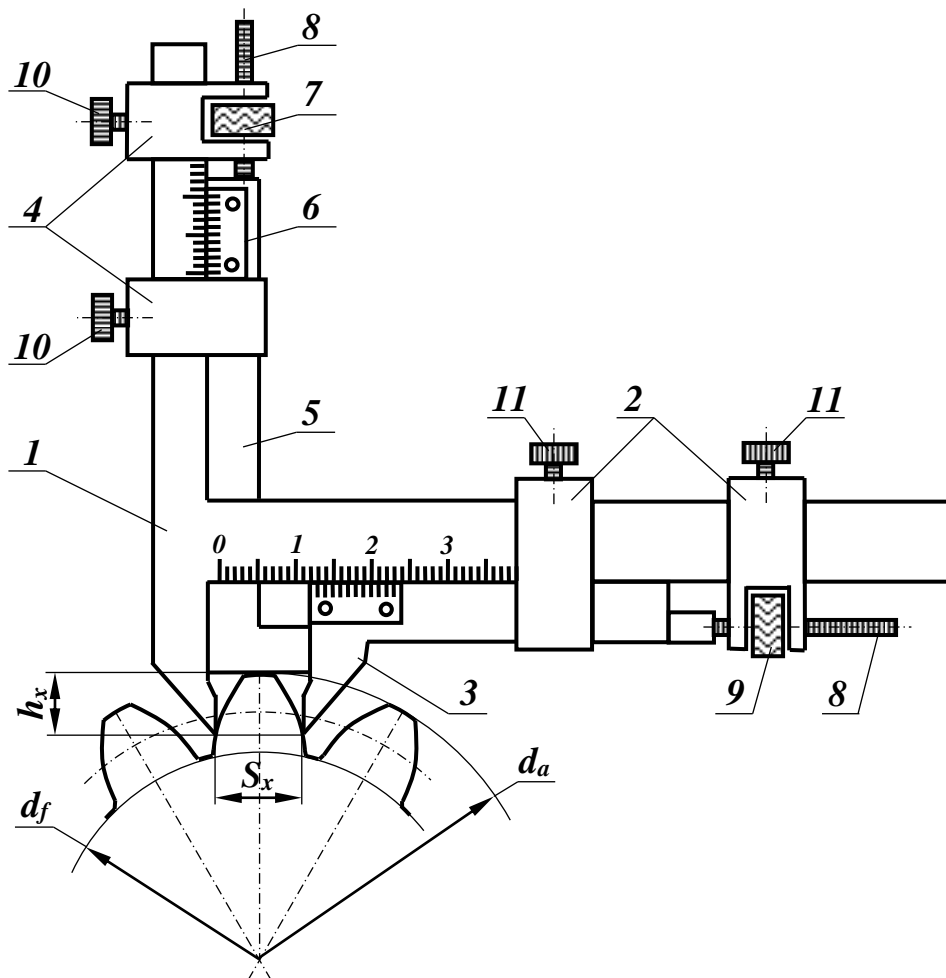


Рисунок 1.4 – Схема вимірювання фактичної товщини зуба за допомогою штангензубоміра

Фактичну товщину зуба S_x^Φ вимірюють штангензубоміром (рис.1.4), який складається із кутника 1, що має горизонтальну і вертикальну шкали. По горизонтальній шкалі переміщується рамка 2 з губкою 3, на якій закріплено

ноніус з точністю відрахунку **0,02 мм**, по вертикальній шкалі переміщується рамка 4 з фіксатором висоти 5, на якому закріплено ноніус 6.

Для вимірювання товщини S_x^ϕ необхідно фіксатор 5 висоти встановити (за допомогою мікрогвинта 7) на розмір h_x , який розраховується за формулою

$$h_x = \frac{d_a - d \cos \beta}{2}$$

і закріпити рамку 4 гвинтом 10. Фіксатор необхідно оперти на вершину зуба і наблизити губки 1 і 3 (за допомогою мікрогвинта 8) так, щоб вони дотикалися бокових поверхонь зуба, закріпити рамку 2 гвинтом 11 і на горизонтальній шкалі зафіксувати розмір S_x^ϕ .

Різниця $(S_x^\phi - S_x^T)$ впливає на сталість передаточного відношення і може бути використана для:

- перевірки налагодження зуборізного верстата;
- визначення класу точності зубчастого колеса;
- прийняття рішення про необхідність заміни колеса при ремонті зубчастого механізму.

Лабораторне обладнання та приладдя

1. Прямозубе циліндричне зубчасте колесо з евольвентним профілем зубів.
2. Зубомірний мікрометр або штангенциркуль.

Послідовність виконання роботи

1. Виконати ескіз зубчастого колеса, виміряти діаметри кіл вершин d_a і западин d_f , підрахувати кількість зубів колеса z .
2. Виміряти довжини спільних нормалей L_n і L_{n+1} , попередньо визначивши число зубів z_n , що необхідно охопити, із табл. 1.2.
3. Визначити розрахункові значення модуля за формулами (1.6) і (1.10) та округлити його до стандартного.
4. Обчислити параметри зубчастого колеса (табл. 1.4). (В формули підставляти стандартне значення модуля).
5. Накреслити робоче креслення зубчастого колеса.

Зміст звіту та форма протоколу

1. Назва і мета роботи.
2. Схема замірів довжини загальної нормалі. Всі розрахункові формули.
3. Ескіз зубчастого колеса з підрахованим числом зубів $z =$.
4. Результати замірювання розмірів у вигляді табл. 1.3.

Таблиця 1.3 – Результати замірювання розмірів (мм)

Номер вимірювання	$L_n(z_n)$	$L_{n+1}(z_{n+1})$	d_a	d_f
1				
2				
3				

Середнє значення				
------------------	--	--	--	--

5. Розрахункове значення модуля (*мм*):

$$m^* = \frac{L_{n+1} - L_n}{\pi \cos \alpha} ; \quad m^* = \frac{d_a}{z + 2} .$$

6. Стандартне значення модуля (табл. 1.1)

$$m = \quad (\text{мм}).$$

7. Розрахунок геометричних параметрів зубчастого колеса у вигляді табл. 1.4

Таблиця 1.4 – Розрахунок геометричних параметрів зубчастого колеса

Назва параметра	Позначення та формула	Результати розрахунку
Діаметр (<i>мм</i>): ділильного кола	$d = mz$	$d =$
кола вершин	$d_a = m(z + 2)$	$d_a =$
кола западин	$d_f = m(z - 2,5)$	$d_f =$
кола основного	$d_b = d \cdot \cos \alpha$	$d_b =$
Крок (<i>мм</i>) по ділильному колу	$p = \pi m$	$p =$
по основному колу	$p_b = \pi m \cdot \cos \alpha$	$p_b =$
Товщина (<i>мм</i>) зуба по ділильному колу	$S = 0,5 \cdot \pi \cdot m$	$S =$
Ширина (<i>мм</i>) западини по ділильному колу	$e = 0,5 \cdot \pi \cdot m$	$e =$
Висота (<i>мм</i>): ніжки зуба	$h_f = 1,25 \cdot m$	$h_f =$
голівки зуба	$h_a = m$	$h_a =$
зуба	$h = 2,25 \cdot m$	$h =$

8. Робоче креслення зубчастого колеса.

Контрольні запитання для самопідготовки

1. Які основні елементи зубчастого колеса ви знаєте?
2. Що таке модуль? Який фізичний зміст модуля?
3. Яка крива називається евольвентою? Властивості евольвенти.
4. Що називається довжиною загальної нормалі L_n ?
5. Що називається кроком зачеплення?
6. Написати формули для визначення основних геометричних параметрів зубчастого колеса та показати ці параметри на кресленні.
7. Яке коло називається ділильним, основним, початковим?
8. Що називається коефіцієнтом зміщення?
9. Яку величину необхідно визначити, щоб виявити, чи виготовлено колесо без зміщенням або зі зміщенням інструменту?

Моделювання процесу виготовлення зубчастих коліс методом обкочування

Мета роботи: ознайомитись з експериментальним профілюванням евольвентних зубів методом обкочування і дослідити вплив зміщення інструментальної рейки на форму і розміри зубів.

Теоретичні відомості

На практиці використовують два основних методи виготовлення зубчастих коліс: копіювання і обкочування. При методі *копіювання* профіль ріжучої частини інструменту повинен збігатися з профілем западин між зубами, які нарізаються (інструментом для нарізання зубів, при даному способі служать модульні фрези (рис. 2.1, а і б), протяжки, стругальні або довбальні різці, шліфувальні круги та ін).

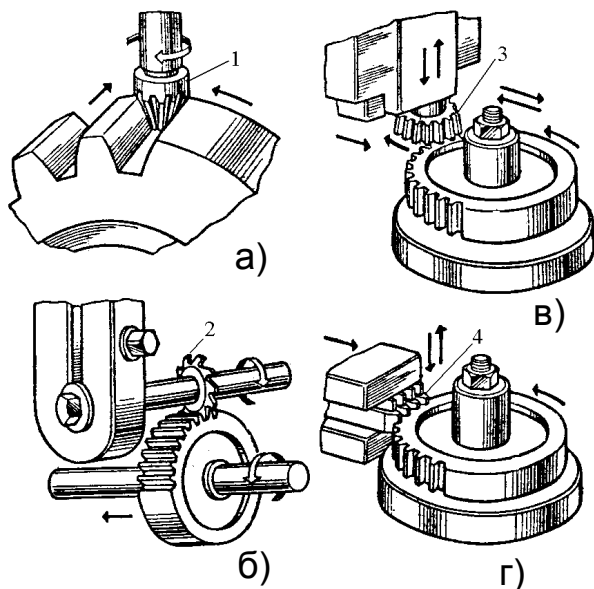


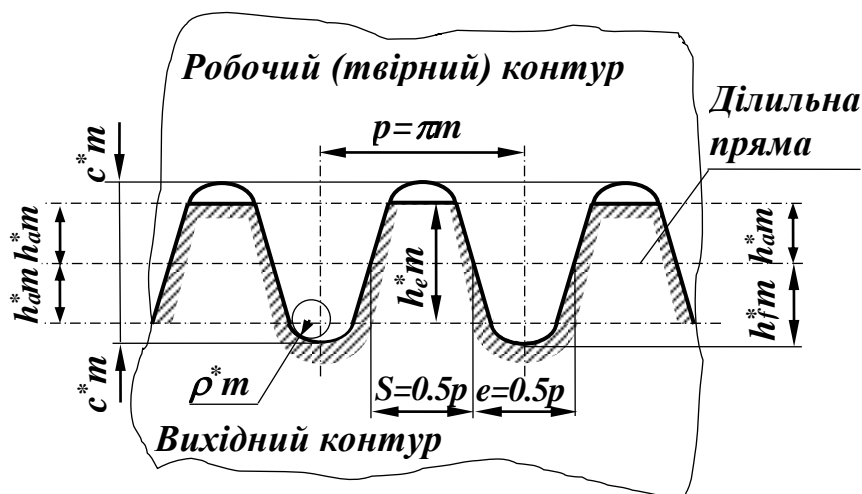
Рисунок 2.1 – Виготовлення зубчастих коліс копіюванням за допомогою фрез (а і б) та обкочуванням за допомогою довбача і гребінки (в і г): 1 – пальцева фреза; 2 – дискова фреза; 3 - довбач; 4 – гребінка.

перекочується по профілю зуба.

Методом обкочування зубчасті колеса нарізають на спеціальних зубонарізних верстатах: гребінками (на зубостругальних (рис. 2.1, г)), черв'ячними фрезами (на зубофрезерних) і довбачами (інструментами, що мають форму зубчастого колеса – на зубостругальних верстатах (рис. 2.1, в)). Однією із переваг методу обкочування є те, що на зуборізних верстатах, одним і тим же інструментом можна нарізати евольвентні колеса з будь-яким числом зубів і різною формою профілю зуба. При цьому форма і розміри

Виготовлення зубчастих коліс методом обкочування (обгинання) застосовують значно ширше якнайпродуктивніше і точне. Метод обкочування полягає в тому, що ріжучому інструменту (наприклад, гребінці) і заготовці надають такий же відносний рух, який виникає при нормальному зачепленні колеса з рейкою. При нарізанні зубів цим методом ріжучі кромки інструменту, переміщуючись, займають відносно профілів зубів коліс ряд послідовних положень, вирізаючи метал між зубами і формуючи їх профілі. Евольвентні профілі зубів утворюються як обвідні ряду положень ріжучих кромки інструменту, що

зубів колеса, що виготовляється, визначається розмірами інструменту і його розміщенням відносно заготовки.



Для забезпечення сприятливих умов стандартизації виготовлення зубчастих коліс і їх взаємозамінності в передачах за основу стандарту прийнято вихідний контур, який є зубчастою рейкою із симетричними трапеціє-

подібними зубами (рис. 2.2). Параметри вихідного контуру за ГОСТ 13755–81 мають такі значення: кут профілю $\alpha = 20^\circ$; коефіцієнт висоти головки зуба $h_a^* = 1$; коефіцієнт висоти ніжки зуба $h_f^* = 1.25$; коефіцієнт радіального зазору в парі вихідних контурів $C^* = 0.25$; коефіцієнт радіуса кривизни перехідної кривої $\rho_f^* = 0.38$; коефіцієнт граничної висоти $h_e^* = 2$.

Робочий контур інструментальної рейки окреслюють по западинах вихідного контуру. Базова лінія вихідного контуру, на якій товщина зуба дорівнює ширині западини, називається його ділильною прямою. Ділильна пряма ділить зуб твірного контуру по висоті на дві рівні частини, а тому її часто називають середньою лінією. Відстань між однойменними профілями сусідніх зубів на ділильній або іншій паралельній їй прямій називають кроком (p) зубів вихідного контуру. Одним із основних параметрів контуру є модуль (m)

$$m = \frac{p}{\pi},$$

який вимірюється в mm і регламентований ГОСТ 9563-80.

В залежності від розташування робочого контуру інструментальної рейки відносно заготовки (рис. 2.3), можна нарізати три різних варіанти зубчастих коліс: нульові, додатні і від'ємні.

Нульові зубчасті колеса отримують тоді, коли рейка встановлена так, що ділильна пряма (Дп) рейки є дотичною до ділильного кола майбутнього колеса (рис. 2.3 а), тобто коли відсутнє зміщення між ділильною прямою і ділильним колом.

Ділильним колом колеса називається таке коло, на якому крок p зачеплення дорівнює кроку інструментальної рейки $p=\pi m$.

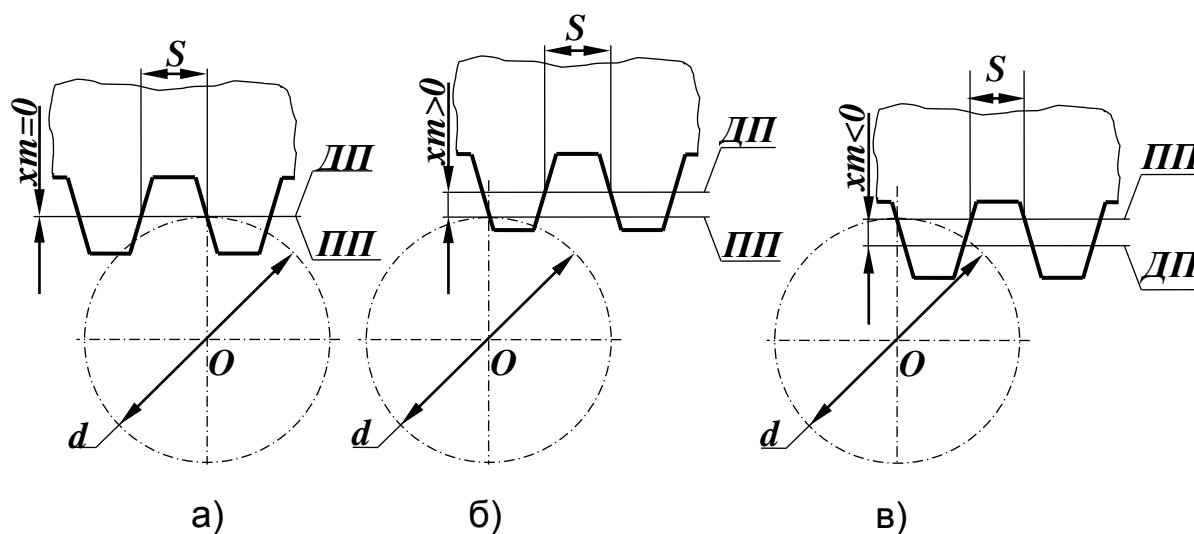


Рисунок 2.3 - Схеми нарізування зубчастих коліс: а) без зміщення; б) з додатним зміщенням; в) від'ємним зміщенням

В нульовому колесі товщина зуба по ділильному колу колеса S дорівнює

$$S = e = \frac{p}{2}$$

ширині западини e , а тому
зуба $hf=ha+c=1.25m$.

1. Рейка встановлена так, що ділильна пряма відведена від ділильного кола на деяку величину mx (рис. 2.3б). У цьому випадку по ділильному колу зубчастого колеса, яке нарізається, буде обкочуватися не ділильна пряма (ДП), а пряма, яка називається *початковою прямою* (ПП) рейки. Відстань $b=mx$ між ділильною і початковими прямими називається *зміщенням рейки*, а $x=b/m$ – *коефіцієнтом зміщення*. Зміщення називають *додатним*, якщо рейку віддаляють від центра заготовки, тобто коли ділильна пряма і ділильне коло не перетинаються. При такому зміщенні висота ніжки зуба hf менша, ніж у “нульового”, на величину xm . Ширина зуба по ділильному колу більша, ніж у “нульового” і визначається за формулою: $S=p/2+2xmtg\alpha$. Таке колесо називають колесом з *додатним зміщенням* або просто *додатним*.

2. Рейка встановлена так, що ділильна пряма (ДП) перетинає ділильне коло колеса (рис. 2.3.в), тобто рейка зміщена від номінального положення до центра заготовки. Таке зміщення називають *від'ємним*, а зубчате колесо – з *від'ємним зміщенням* або просто *від'ємним*. У таких зубчатих колесах висота ніжки зуба hf більша, ніж у “нульового”, на величину зміщення xm , а ширина зуба по ділильному колу – менша і дорівнює ширині западини рейки по початковій прямій (ПП), тобто

$$S = \frac{p}{2} - 2xmtg\alpha$$

Колеса нарізані зі зміщенням називають ще виправленими або *коригованими*. Коригування зубчатих коліс виконують з метою: запобігання підрізування ніжки зуба; зменшення зношування; підвищення міцності зуба.

Підрізування та загострення зубів

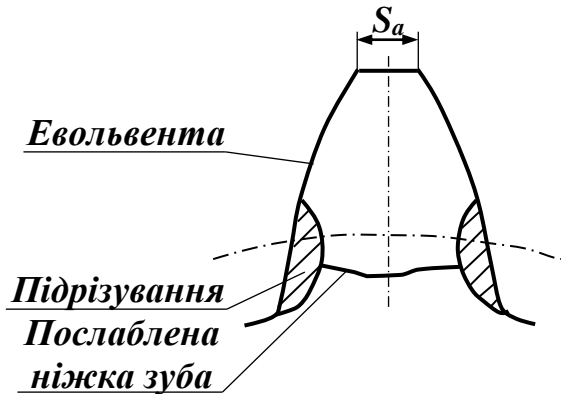


Рисунок 2.4 – Явища підрізування та загострення зуба

зміщення визначають за формулою:

$$x_{min} = \frac{17 - z}{17},$$

де z – число зубів колеса, що виготовляється.

На практиці величину коефіцієнта зміщення x приймають більшою від x_{min} але значне збільшення x може призвести до іншого небажаного явища – *загострення зубів*, при якому товщина зуба по колу вершин $S_a < 0.2m$ (рис. 2.4). Для усунення загострення зубів, необхідно вибрати таке зміщення інструменту, що задовольняє умову $S_a \geq [S_a]$, де $[S_a] = (0,2 \dots 0,25)m$ – допустиме значення товщини зуба по колу вершин.

У коліс нарізаних зі зміщенням і без нього (рис. 2.3) однаковими залишаються такі параметри, як число зубів z , модуль m , а отже і діаметр ділительного кола d , крок зубів по ділительному колу p_m , а різними – товщина зубів по ділительному колу S , ширина западини по ділительному колу e , діаметр кіл вершин d_a , діаметр кіл западин d_f , а також співвідношення між висотою головки h_a і ніжки h_f зубів.

Лабораторне обладнання і приладдя

Прилад ТММ-42, паперові круги (заготовки) з ватману, олівець, лінійка, циркуль, калькулятор.

Опис приладу ТММ-42

Схема приладу ТММ-42 показана на рис. 2.5. Основними частинами приладу є рейка 1 та подвійний диск 2, які змонтовані на спільній вершині 6. Диск, який моделює заготовку зубчатого колеса, обертається навколо своєї осі при натисканні на клавішу 9, яка розміщена в середній частині

При нарізуванні зубчатих коліс з числом зубів $z < 17$, виникає явище *підрізування* ніжки зуба (рис. 2.4), яке полягає в тому, що головка різального інструменту врізається в ніжку зуба колеса, що призводить до зменшення товщини зуба біля ніжки, а отже і його міцності на згин.

Щоб уникнути такого небажаного явища, необхідно змістити рейку від центра заготовки на величину найменшого зміщення $b_{min} = x_{min} \cdot m$. Значення мінімального коефіцієнта

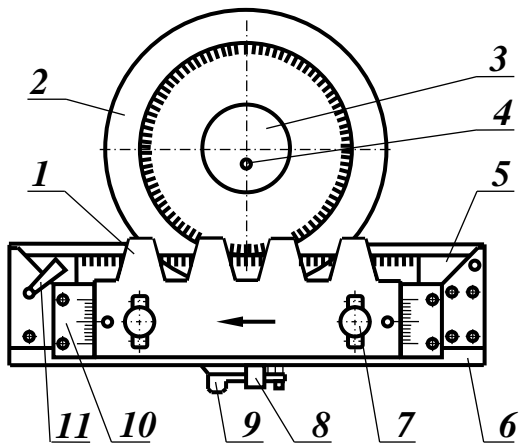


Рисунок 2.5 – Схема приладу ТММ-45

напрямної рейки. Рейка приладу виконує роль зуборізного інструменту і здійснює поступальний рух подачі вздовж напрямних станини 6. За допомогою двох гвинтів 7 рейку 1 можна закріпити в різних положеннях відносно центру заготовки. Для узгодження кутової та поступальної подач заготовки і рейки через нижній диск перекинута дротяна струна 5. Її кінці закріплені на спеціальних виступах рейки. На рейці нанесена лінія, яка відображає ділильну прямую рейки, а також вказані основні параметри: m - модуль зачеплення, α - профільний кут рейки, d - діаметр ділильного кола колеса, яке нарізається.

Діаметр нижнього диска дорівнює діаметру ділильного кола колеса, зуби якого повинні бути нарізані (побудовані). Верхній диск з'єднаний нерухомо з нижнім і має діаметр дещо більший, ніж діаметр кола виступів колеса, що профілюється. Він призначений для закріплення на ньому паперової заготовки, на якій викреслюють евольвентні профілі зубів. Попередній натяг дротяної струни здійснюється поворотом рукоятки 11 за годинниковою стрілкою. Послідовне натиснення на клавішу 9 забезпечує перекочування ділильного кола колеса по ділильній прямій рейки без проковзування.

При послабленому натягу дротяної струни диск можна обертати навколо осі незалежно від рейки. В приладі передбачена можливість переміщення рейки вліво і вправо. Для цього слід натиснути пружину 8, яка виведе з зачеплення з кареткою дві собачки. Послабивши гвинти 7, можна змінити відстань рейки від центра заготовки і потім закріпити її цими самими гвинтами у положенні, що визначається зміщенням $b = xm$, яке відраховуємо за шкалою 10.

Послідовність виконання роботи

1. Ознайомитися з будовою і принципом дії приладу ТММ-42. Записати номер приладу та задані величини: m , d , z .
2. Паперову заготовку поділити на три рівних сектори і закріпити її на верхньому дисковій накладкою 3 за допомогою гвинта 4. У першому секторі потрібно викреслити зуби нульового колеса, а в другому і в третьому – додатного і від'ємного коліс.
3. Викреслювання зубів нульового колеса на приладі виконати таким чином:

- встановити рейку 1 так, щоб ділильна пряма дотикалась до ділильного кола (поділлка рейки повинна збігатися з нульовою поділкою шкали 10);
 - натиснути пружину 8 і відвести рейку в крайнє праве положення;
 - диск повернути так, щоб початок першого сектора збігся с лівим зубом рейки;
 - гострим олівцем обвести зуби рейки, натиснути на клавішу 9 і перемістити рейку вліво на один крок 4 – 5 мм і знову окреслити зуби рейки. Так повторювати доти, поки рейка займе крайнє ліве положення, а на заготовці отримаємо 2 або 3 зуби нульового колеса.
4. Встановити диск із заготовкою і рейку у вихідне положення для побудови зубів в наступному секторі.

5. Визначити число зубів колеса, які нарізаються, за формулою $z = \frac{d}{m}$.
6. Визначити мінімальний коефіцієнт зміщення x_{min} рейки, який забезпечує усунення підрізування зубів, за формулою
- $$x_{min} = \frac{17 - z}{17}.$$
7. Визначити зміщення рейки $b_1 = x_{min}m$
8. Змістити рейку від осі заготовки колеса на величину b_1 , користуючись шкалою 10, і закріпити її гвинтами 7.
9. Викреслити два або три зуби *додатного колеса*, користуючись вказівками п.3.
10. Змістити рейку до осі заготовки на величину $b_2 = -b_1$ і викреслити у третьому секторі 2 –3 зуби *від`ємного колеса*.
11. Обчислити за формулами, зазначеними у табл. 2.1, параметри *нульового, додатного і від`ємного коліс*.
12. Нанести на заготовку в кожному із секторів, обчислені в п.11 значення діаметрів ділильного d , западин d_f і вершин d_a кіл *нульового, додатного та від`ємного коліс*.
13. Порівняти на заготовці товщину зубів по хорді ділильного кола, а також діаметри кіл западин і вершин нульового, додатного і від`ємного коліс.
14. Виконати аналіз результатів та зробити висновки.
15. Оформити звіт про роботу і прикласти до нього заготовку з викресленими профілями зубів коліс (рис. 2.6).

Зміст звіту

1. Назва і мета роботи.

2. Вихідні дані: модуль зачеплення m ; діаметр дільного кола d ; кут профілю α .

3. Розрахунки значень параметрів зубчастих коліс, виготовлених з нульовим, додатним і від'ємним зміщенням інструментальної рейки (табл. 2.1.)

4. Результати обмірювань накреслених зубів зубчастих коліс (табл. 2.1.)

5. Аналіз результатів і висновки.

„Додатне”
колесо $x = +$

„Від'ємне”
колесо $x = -$

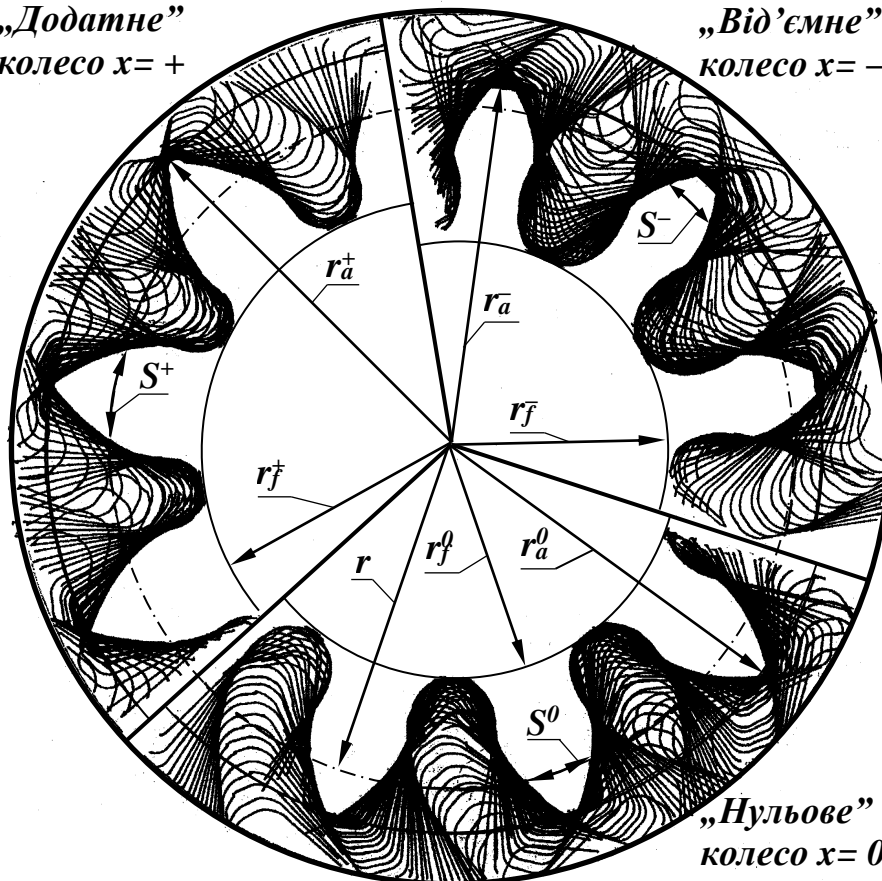


Рисунок 2.6 – Профілі зубів, що отримані при різних значеннях коефіцієнтів зміщення

Таблиця 2.1 – Розрахунок геометричних параметрів зубчастих коліс при різних зміщеннях рейки

Найменування параметра	Позначення параметра; розрахункові формули та обчислення		
	Нульове колесо	Додатне колесо	Від'ємне колесо
1. Модуль	$m =$		мм
2. Діаметр дільного кола	$d =$		мм
3. Кут профілю	$\alpha = 20^\circ$		
4. Крок зачеплення	$p = \pi m =$		
5. Число зубів колеса	$z = d/m =$		
6. Діаметр основного кола	$d_b = d \cos \alpha =$		
7. Коефіцієнт зміщення	$x = 0$	$x_1 = (17-z)/17 =$	$x_2 = -x_1 =$
8. Зміщення	$b = 0$	$b_1 = m \cdot x_1 =$	$b_2 = -b_1 =$
9. Діаметр кола вершин	$d_a = m(z+2) =$	$d_a = m(z+2) + 2x \cdot m =$	$d_a = m(z+2) - 2 x_2 \cdot m =$

10. Діаметр кола западин	$d_f = m(z-2,5) =$	$d_f = m(z-2,5) + 2x_1 \cdot m =$	$d_f = m(z-2,5) - 2 x_2 \cdot m =$
11. Товщина зуба по ділильному колу	$S = \pi \cdot m/2 =$	$S = \pi \cdot m/2 + 2x_1 \cdot m \cdot \operatorname{tga} =$	$S = \pi \cdot m/2 - 2 x_2 \cdot m \cdot \operatorname{tga} =$
12. Товщина зуба по хорді ділильного кола	$S =$	$S =$	$S =$

Контрольні запитання для самопідготовки

1. Назвіть основні методи виготовлення зубчастих коліс. Вкажіть їх переваги і недоліки.

2. Як відбувається нарізання зубів методом обкочування?

3. Чому евольвентне зубчасте зачеплення має переважне застосування?

4. Які параметри визначають геометрію вихідного контуру?

5. Що таке коефіцієнт зміщення і зміщення інструментальної рейки?

6. В чому полягає явище підрізування зуба при виготовленні зубчастих коліс?

7. Яке зміщення називають додатним, а яке – від’ємним?

8. Які колеса називають нульовими, додатними і від’ємними? Їх основні відмінності.

9. Як змінюється товщина зуба в залежності від величини зміщення інструментальної рейки?

10. В яких випадках виконують коригування зубчастих коліс?

11. Як впливає зміщення інструментальної рейки на діаметр кола вершин і висоту голівки зуба зубчастого колеса?

12. При якому зміщенні інструментальної рейки можна нарізати зубчасте колесо з числом зубів меншим, ніж мінімально допустиме?

13. Які різальні інструменти застосовують при виготовленні зубчастих коліс?

14. Яку пряму на рейці називають ділильною?

Складання кінематичних схем та структурний аналіз механізмів

Мета роботи: засвоїти методику складання структурних і кінематичних схем механізмів з використанням стандартних умовних позначень; вивчити основні принципи структурного аналізу і синтезу механізмів; визначити ступінь рухомості, клас і порядок механізмів.

Теоретичні відомості

Проектування нових, а також аналіз існуючих механізмів розпочинають зі складання структурних схем.

Структурна схема – графічне зображення механізму за допомогою умовного позначення ланок і кінематичних пар (табл. 3.2). При зображенні структурної схеми механізму зазвичай не дотримуються співвідношень між розмірами ланок, конфігурація окремих ланок визначається тільки взаємним розміщенням кінематичних пар. Структурна схема дає можливість встановити число ланок, кінематичних пар та їх клас, вид окремих ланок механізму.

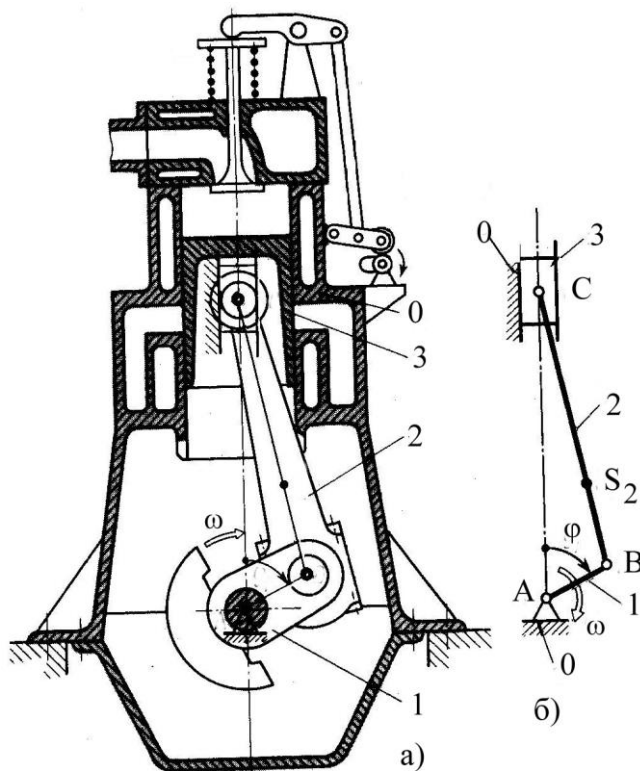


Рисунок 3.1. – Двигун внутрішнього згорання: а) – поперечний переріз – конструктивна схема; б) – структурна схема механізму

Як приклад, на рис. 3.1. показані конструктивна (а) та структурна (б) схеми двигуна внутрішнього згорання, де 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – поршень, 0 – стояк.

Приступаючи до виконання роботи, студент повинен знати основні поняття та означення, що наводяться нижче.

Механізмом називають штучно створену систему тіл, призначену для перетворення руху одного чи декількох тіл в заданий рух інших тіл.

Ланкою називають деталь або групу деталей, що з'єднані між собою жорстко і рухаються як єдине ціле. Тверде тіло, що входить до складу ланок, називається

деталлю. Наприклад, шатун (рис. 3.2.) складається із корпуса, кришки, роз'ємного підшипника, втулки і деталей з'єднаних жорстко.

Ведучою ланкою називають ланку, закон руху якої заданий і перетворюється механізмом у потрібний рух інших ланок.

Веденою ланкою називають ланку, яка здійснює рух, для виконання якого призначений механізм.

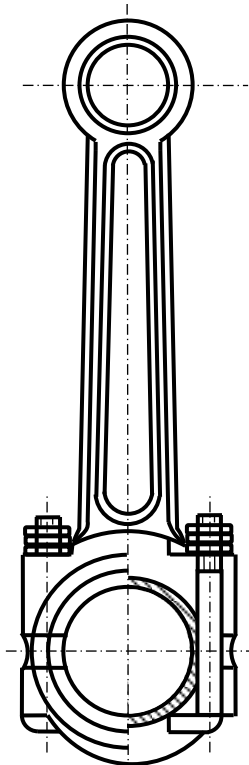


Рисунок 3.2 - Шатун у розрізі

Усі нерухомі деталі механізму утворюють одну нерухому систему тіл, яка називається нерухомою, або *стояком*. В механізмі стояк лише один (на рис. 3.1. – стояк 0).

Залежно від характеру руху ланки в механізмі мають певну назву: *Кривошип* - ланка, що з'єднана зі стояком і за цикл руху виконує повний оберт; *шатун* – ланка, що не з'єднана зі стояком і виконує складний плоский рух; *повзун* – ланка, що виконує зворотно-поступальний рух; *коромисло* – ланка, що з'єднана зі стояком обертальною кінематичною парою та виконує відносно нього коливальний рух; *куліса* – ланка, що служить рухомою напрямною.

Кінематичною парою називають рухоме з'єднання двох ланок, які дотикаються. Місця взаємного дотику ланок (точки, лінії, поверхні) називають елементами кінематичних пар.

Кінематичні пари класифікують за такими ознаками: за кількістю обмежень, які кінематичні пари накладають на відносний рух ланок, вони поділяються на п'ять класів. *Клас* кінематичної пари визначається за формулою:

$$S=6-H, \quad (3.1)$$

де S – кількість обмежень на відносний рух, H – кількість ступенів вільності ланок, яку можна обчислити за кількістю відносних рухів, що мають ланки, які утворюють кінематичну пару; за характером елементів контакту кінематичні пари поділяються на нижчі та вищі. Якщо ланки дотикаються поверхнями, то кінематичні пари називаються *нижчими*, а якщо в точці або по лінії – *вищими*; за характером відносного руху ланок кінематичні пари поділяють на *обертальні* та *поступальні*.

Приклади напівконструктивного виконання деяких кінематичних пар та їх умовні позначення згідно з ГОСТом 2. 770-68 подані в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Приклади кінематичних пар

Номер пари	Напівконструктивне зображення пари	Умовні позначення	Назва пари	S	Клас пари
1			Куля – Площина	1	I
2			Циліндр – площина	2	II
3			Площинна	3	III
4			Сферична	3	III
5			Циліндрична	4	IV
6			Поступальна	5	V
7			Обертова	5	V

Кінематичним ланцюгом називається система ланок, з'єднаних між собою кінематичними парами.

Механізмом називають кінематичний ланцюг, в якому за заданим рухом однієї або декількох ланок (ведучих), всі інші ланки (ведені) здійснюють певні визначені рухи.

Кінематичною схемою механізму називається його графічне зображення з використанням умовних позначень ланок і кінематичних пар (табл. 3.2.). На відміну від структурної схеми кінематична схема будується в певному масштабі

Побудова кінематичної схеми механізму

Для побудови кінематичної схеми необхідно вяснити, які геометричні розміри визначають величини лінійних і кутових переміщень ланок механізму. В плоских механізмах – це відстані між осями обертальних кінематичних пар, постійні кути між окремими плечами ланок, радіуси кривизни, що визначають конфігурацію ланок, положення нерухомих напрямних тощо.

Викреслювання кінематичної схеми необхідно розпочинати з вибору осей координати XOY , початок яких зручніше сумістити з центром кінематичної пари, утвореної початковою ланкою і стояком. Визначити положення центрів нерухомих шарнірів а також осей напрямних поступальних пар в даній системі координат. Потім викреслюють ведучу ланку, положення якої вибирається так, щоб інші ланки були чітко видні і не перекривали одна одну. Після цього послідовно викреслюють положення ведених ланок, користуючись методом засічок. Під кінематичною схемою доцільно вказати значення, що визначають її розміри: лінійні – в міліметрах, кутові – в градусах.

Ланки на схемі нумеруються арабськими цифрами у послідовності їх приєднання до ведучої ланки, а кінематичні пари позначають великими літерами латинського алфавіту.

Кінематичну схему необхідно викреслювати в креслярському масштабі (для зменшення – 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10). В теорії механізмів і машин поряд з масштабом використовують *масштабний коефіцієнт μ* – це відношення числового значення фізичної величини довжини ланки в m до довжини відрізка в mm , що відображає його величину на кресленні.

Структурний аналіз плоского механізму

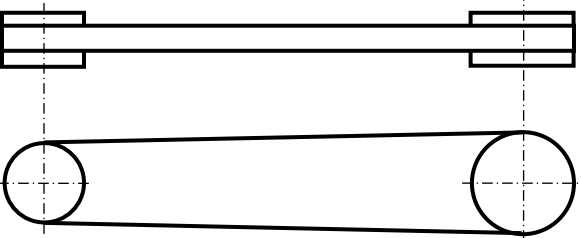
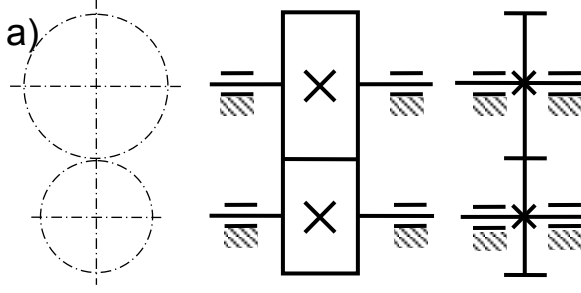
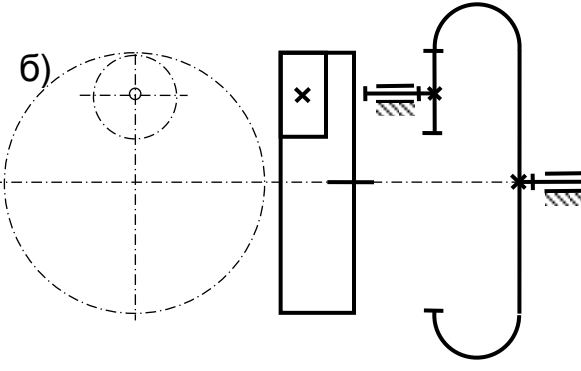
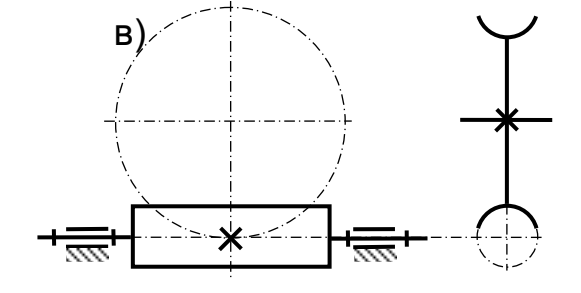
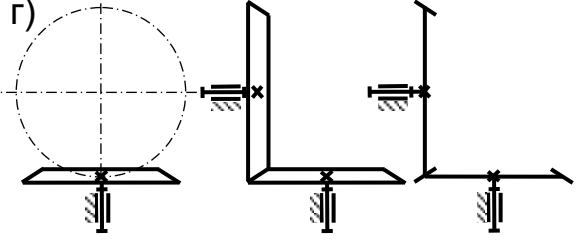
Метою структурного аналізу є визначення ступеня рухомості, а також класу і порядку механізму.

Ступенем рухомості W називають загальне число ступенів вільності ланок механізму по відношенню до стояка. Воно відповідає необхідній кількості ведучих ланок, а також вказує на наявність пасивних ланок або зайвих ступенів вільності.

Таблиця 3.2 – Умовні позначення ланок і кінематичних пар

Позначення	Назва
	1. Вал, вісь стержень
	2. Нерухоме закріплення осі, стержня і т.д.
	3. Ланка: а) проста; б) складна
	4. З'єднання ланок: а) жорстке; б) шарнірне
	5. З'єднання ланки з нерухомою опорою шарнірне
	6. Ланки, що перетинаються
	7. Повзун в нерухомих напрямних
	8. Ланка, що рухається зворотно-поступально
	9. З'єднання кривошипа з шатуном
	10. Кривошипно-кулісні механізми: а) з поступально-рухомою кулісою; б) з кулісою, яка обертається
	11. Передачі фрикційні з циліндричними роликами

Продовження таблиці 3.2

	<p>12. Передача з плоским пасом</p>
<p>а)</p> 	<p>13. Передачі зубчасті:</p> <p>а) зовнішнє зачеплення з паралельними валами;</p>
<p>б)</p> 	<p>б) внутрішнє зачеплення з паралельними валами;</p>
<p>в)</p> 	<p>в) черв'ячні з циліндричним черв'яком;</p>
<p>г)</p> 	<p>г) з валами, що пересікаються (конічні)</p>

Для просторових механізмів ступінь рухомості визначають за формулою Сомова-Малишева

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (3.2)$$

де n – число рухомих ланок механізму; p_i – кількість кінематичних пар відповідного класу.

Ступінь рухомості плоского механізму визначається за формулою П.Л. Чебишева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (3.3)$$

В основу структурної класифікації плоских механізмів покладено принцип утворення механізмів шляхом приєднання до ведучої ланки (ланок) і стояка, які утворюють механізм першого класу, структурних груп (груп Ассура).

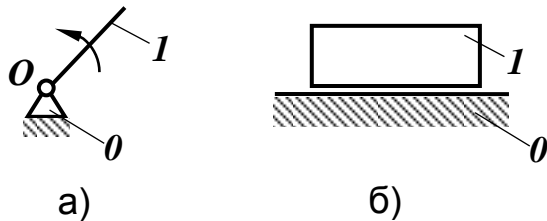


Рисунок 3.3 - Механізми першого класу

Механізмом першого класу називають ведучу ланку, що з'єднана обертальною (рис. 3.3 а) або поступальною (рис. 3.3 б) парою зі стояком. Ступінь рухомості такого найпростішого механізму $W=1$.

Групою Ассура називають найпростіший кінематичний ланцюг, який після приєднання вільними елементами ланок до стояка буде мати нульовий ступінь вільності ($W_{gp} = 0$), а після приєднання до механізму не змінює його ступеня рухомості.

Умова існування структурної групи (групи Ассура), до складу якої входять лише пари 5 класу (при наявності у кінематичному ланцюзі пар 4 класу проводять їх еквівалентну заміну), має вигляд:

$$3n - 2p_5 = 0, \text{ або } p_5 = 3/2n. \quad (3.4)$$

З рівняння (3.4) видно, що кількість ланок у групі Ассура повинна бути парною, а кількість пар 5 класу кратна трьом.

Складність структурних груп визначається класом та порядком.

Клас групи визначається числом кінематичних пар що утворюють найбільш складний замкнений контур ланок, які входять до групи. До II класу віднесені всі двоповідкові групи, до III класу – групи Ассура, контур яких, створений внутрішніми кінематичними парами, є трикутник, до IV – чотирикутник, до V – п'ятикутник.

Порядок групи визначається числом вільних зовнішніх елементів кінематичних пар, якими можна приєднати ланцюг до стояка чи механізму.

Вид групи характеризується місцем і кількістю поступальних і обертальних пар та їх взаємним розміщенням.

В табл. 3.3 показано класифікацію структурних груп Ассура за класом, порядком і видом.

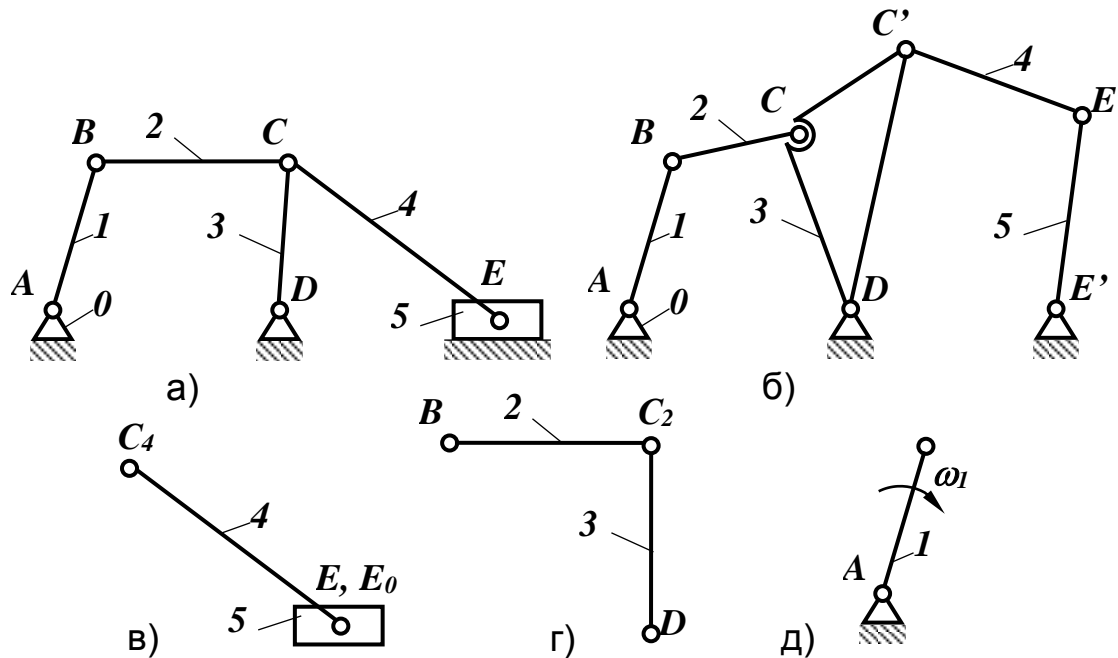


Рисунок 3.4 - Схема механізму принципова (а), структурна (б) та поділ його на структурні групи (в, г, д)

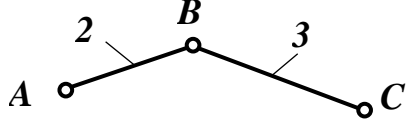
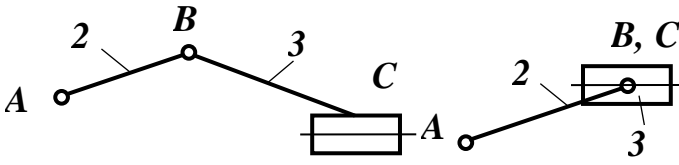
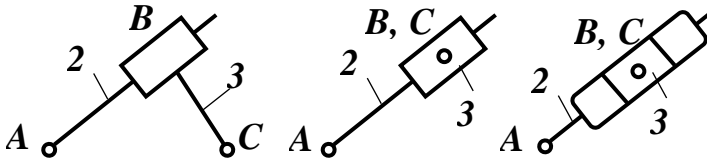
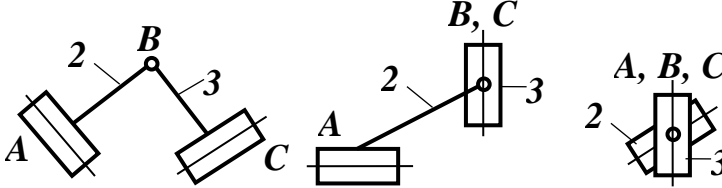
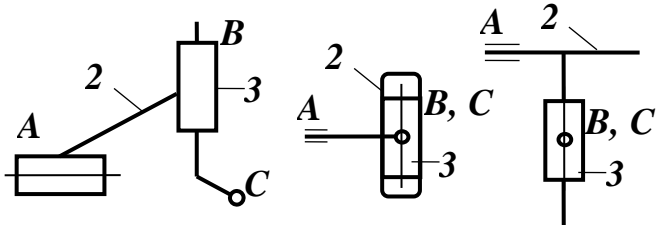
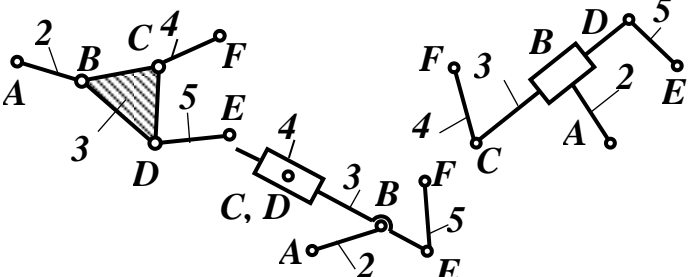
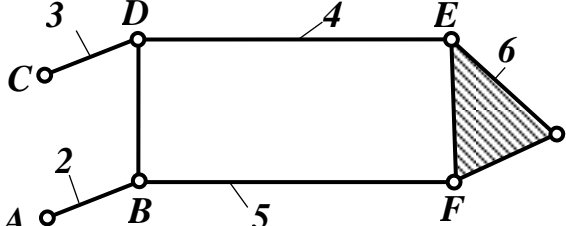
Клас і порядок механізму визначається за структурною групою найвищого класу, яка входить до його складу.

Поділ механізму на структурні групи доцільно розпочинати з відокремлення найбільш віддалених від ведучої ланки. При цьому необхідно зберігати такі умови: відокремлений кінематичний ланцюг повинен задовольняти вимоги, що ставляться до групи Ассура; ланки, що залишилися на кінематичній схемі після відокремлення, повинні являти замкнений кінематичний ланцюг або механізм I класу.

Склад механізму і послідовність приєднання до ведучої ланки структурних груп виражають *формулою будови механізму*. У цій формулі римськими цифрами позначають класи ведучої ланки і структурних груп, а в круглих дужках арабськими цифрами – номери ланок, які входять до її складу. Так, наприклад, для механізму на рис. 3.4 формула будови має вигляд $I(0,1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow III(4,5)$.

Вона вказує на те, що до механізму першого класу (ведучої ланки), який утворений кривошипом 1 і стояком 0, послідовно приєднані дві структурні групи другого класу, які утворені відповідно ланками 2, 3 і 4, 5. За формулою будови можна зробити висновок, що даний механізм є механізмом другого класу.

Таблиця 3.3 – Структурні групи Асура

Схема групи	Клас	Порядок	Вид	Позначення
	II	2	1	$\Pi_2^1 (2, 3)$
	II	2	2	$\Pi_2^2 (2, 3)$
	II	2	3	$\Pi_2^3 (2, 3)$
	II	2	4	$\Pi_2^4 (2, 3)$
	II	2	5	$\Pi_2^5 (2, 3)$
	III	3	-	$\Pi_3 (2, 3, 4, 5)$
	IV	3	-	$\Pi_3 (2, 3, 4, 5, 6, 7)$

Основою для проведення структурного аналізу є принципова схема механізму (рис. 3.4 а). Структурний аналіз механізму доцільно проводити за структурною схемою (рис. 3.4 б), яка базується на основі його принципової схеми.

При побудові структурної схеми механізму дотримуються таких правил: ланки на схемі зображують у вигляді простих геометричних фігур довільних розмірів (прямі, трикутники, чотирикутники і т. д.); прямолінійним відрізком зображують прості ланки; трикутниками, чотирикутниками, і т.д. зображують складні ланки; поступальні кінематичні пари умовно зображують обертальними; усі ланки на структурній схемі повинні мати такі ж номери, як і на принциповій.

Особливі випадки структурного аналізу

1. *Складний шарнір*. Якщо в одній точці механізму з'єднується більше ніж дві ланки, то такий шарнір називається складним (див. рис. 3.4 а - точка С). Кількість кінематичних пар, які утворюють складний шарнір, визначається за формулою

$$P_5 = n - 1,$$

де n - кількість ланок, які сходяться у складному шарнірі.

2. Наявність *пасивних* ланок, та *зайвих* ступенів вільності. Деякі механізми містять пасивні або "зайві" ланки, які не впливають на кінематику, а

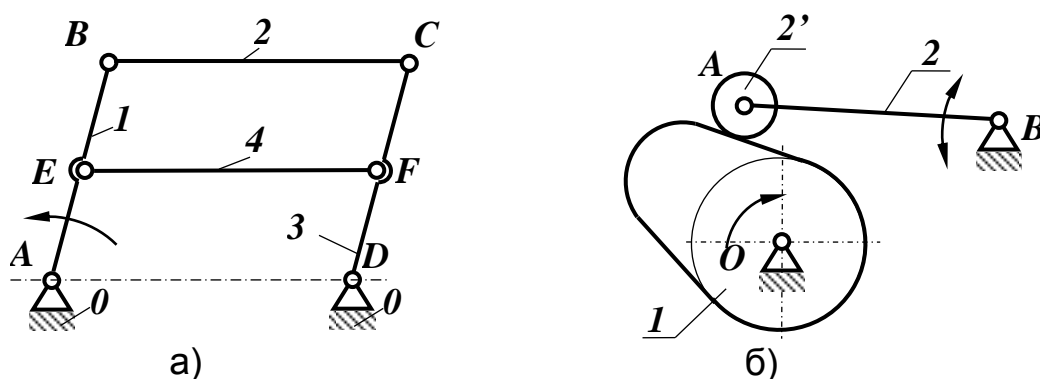


Рисунок 3.4 - Механізм з пасивними ланками (а), та зайвими ступенями вільності (б) необхідні тільки для підвищення жорсткості системи.

На рис. 3.5 а зображена схема механізму паралельних кривошипів, до складу якого входить одна "зайва" ланка 4. Ступінь рухомості цього механізму

$$W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0.$$

Нульовий ступінь рухомості вказує на те, що такий кінематичний ланцюг не є механізмом, а жорсткою конструкцією (фермою). Але якщо довжини ланок підбрані так, що $AD=BC=EF$ і $AB=CD$, то наявність ланки 4 не впливає на рух механізму. Ланка 4 - пасивна або "зайва", оскільки з точки зору кінематики механізму у ній нема потреби. Ця ланка введена до складу механізму для надання йому більшої жорсткості. Тому якщо умовно вилучити із схеми ланку 4 і пари E і F , то залишається чотириланковий механізм $ABCD$, ступінь рухомості якого

$$W=3n-2p_5=3\cdot 3-2\cdot 4=1.$$

Таким чином пасивні ланки не повинні враховуватися при визначенні ступеня рухомості за формулою Чебишева.

Зайвими ступенями вільності називають рухомості ланок, що не впливають на рух механізму в цілому. Їх вводять у конструкцію механізму, щоб зменшити силу тертя і зношування елементів кінематики пар. Наприклад, на рисунку 3.5 б показана схема кулачкового механізму, що призначається для перетворення обертального руху кулачка 1 в хитний рух штовхача 2. Ступінь рухомості цього механізму

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot 3-2\cdot 3-1=2,$$

де $n=3$; $p_5=3$; $p_4=1$.

У даному випадку врахована одна “зайва” ступінь рухомості – обертання ролика 2 навколо власної осі. Але обертання ролика не впливає на рух штовхача 2. Ролик тільки потрібен для зменшення сил тертя і зношування поверхні кулачка. Рух штовхача не зміниться, якщо умовно жорстко з’єднаємо ролик зі штовхачем (вилучимо ролик 2), тоді рухомість механізму

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot 2-2\cdot 2-1=1.$$

Під час структурного аналізу механізмів ланки, які створюють зайві ступені вільності, умовно вилучають.

Заміна вищих кінематичних пар

Якщо у механізмі поряд з нижчими є вищі кінематичні пари, тоді необхідно умовно замінити вищі пари четвертого класу нижчими парами п’ятого класу. Для заміни вищої кінематичної пари E в механізмі (рис.3.6 а) через точку дотику проводять спільну нормаль, на котрій в центрах кривизни (точки B і C) профілів, що контактують, розміщують кінематичні пари п’ятого класу B і C і з’єднують їх умовною ланкою, довжина якої $BC=\rho_1+\rho_2$.

Схема механізму, який замінює основний, зображено на рисунку 3.6 б.

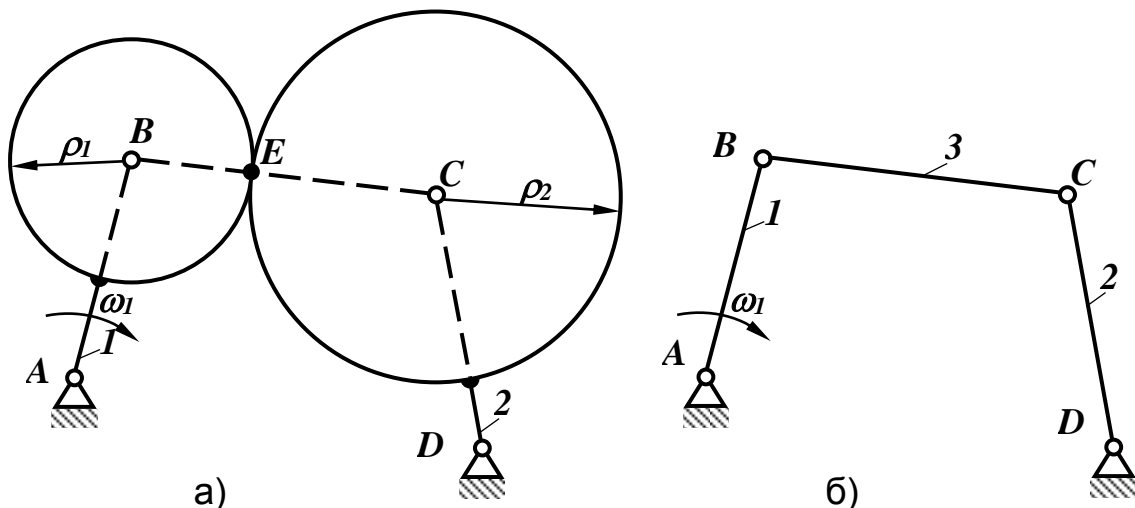


Рисунок 3.6 - Механізм з вищою кінематичною парою (а) та замінювальний механізм (б)

Таким чином, вища кінематична пара четвертого класу повинна бути замінена двома нижчими кінематичними парами п’ятого класу і додатковою

ланкою, що з'єднує їх. Від такої заміни ступінь рухомості механізму і характер миттєвого відносного руху не змінюється.

Якщо один з радіусів кривизни дорівнює нескінченності (рис. 3.7 а), то у відповідній точці ставиться поступальна кінематична пара (рис. 3.7 б).

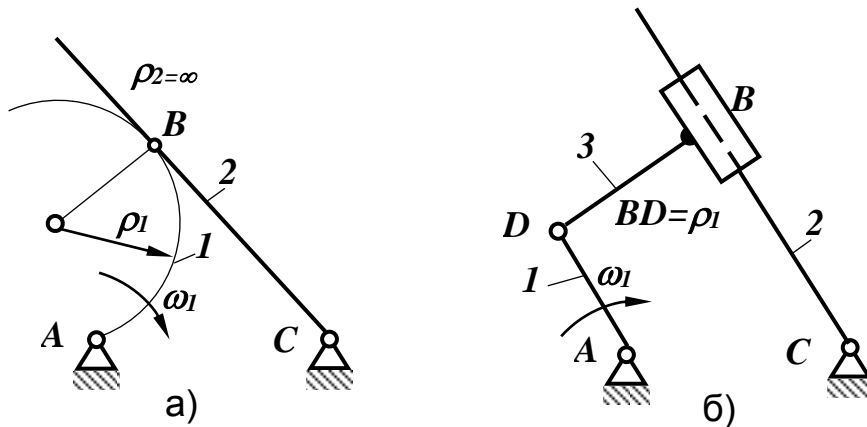


Рисунок 3.7 - Механізм з вищою кінематичною парою (а) та замінювальний механізм (б)

Лабораторне обладнання і приладдя

При виконанні лабораторної роботи використовують окремі моделі механізмів, а також комплект моделей плоских механізмів типу ТММ-5М. Для виконання роботи необхідні також вимірювальні та креслярські інструменти.

Послідовність виконання роботи

1. Ознайомитися з умовними позначеннями, що використовуються для зображення кінематичних схем.

2. Ознайомитися з роботою механізмів виданих викладачем. З'ясувати характер руху ланок, а також, які кінематичні пари утворюють ланки між собою (обертальні, поступальні чи вищі).

3. Накреслити у масштабі одну із кінематичних схем механізму, а схеми інших (двох, трьох) механізмів зобразити без масштабу.

4. Виконати структурний аналіз кожної із схем заданих механізмів.

4.1. Позначити ланки і кінематичні пари. Ланки рекомендується позначати арабськими цифрами, розпочинаючи від ведучої, а кінематичні пари - латинськими великими літерами. Якщо деякі ланки механізму утворюють вищі кінематичні пари, то на початку структурного аналізу їх необхідно замінити ланками з нижчими кінематичними парами, а потім виконати структурний аналіз.

4.2. Скласти таблицю кінематичних пар, де визначити характер відносного руху ланок; вказати, які ланки створили цю пару; визначити клас кінематичної пари.

4.3. Визначити ступінь рухомості механізму за формулою Чебишева. Якщо необхідно, то усунути пасивні зв'язки і зайві ступені вільності.

4.4. Позначити на схемі механізму ведучу ланку.

4.5. Відокремити структурні групи, які входять до складу механізму, визначити їх клас і порядок. Для цього:

- відокремлення груп розпочинають з ланок і кінематичних пар, найбільш віддалених від ведучої ланки, стараючись від'єднати спочатку групи Ассура II класу;
- перевіряють ступінь рухомості частини механізму, що залишилася, встановлюючи, чи буде відокремлений кінематичний ланцюг дійсно структурною групою;
- визначити клас, порядок, вид відокремленої групи Ассура. /Якщо групу Ассура II класу віднайти не вдається, треба спробувати виділити групу Ассура III класу тощо/;
- виділення груп продовжувати доти, поки не дійдемо до механізму I класу (ведучої ланки та стояка).

4.6. За класом старшої групи визначити клас і порядок механізму в цілому.

4.7. Записати формулу будови механізму.

Зміст звіту

1. Назва і мета роботи.
2. Кінематична схема механізму, числові значення розмірів ланок, масштабний коефіцієнт довжин *μ*.
3. Структурна схема механізму.
4. Характеристика кінематичних пар (табл. 3.4).
5. Визначення ступеня рухомості механізму.
6. Виділення і класифікація структурних груп, які входять до складу механізму.
7. Формула будови механізму.
8. Вказати клас і порядок всього механізму.

Таблиця 3.4 - Характеристика кінематичних пар

Позначення кінематичних пар				
Ланки, які утворюють кінематичну пару				
Назва кінематичної пари				
Клас кінематичної пари				

Контрольні запитання для самопідготовки

1. Що називається деталлю, ланкою?
2. Що називається кінематичною парою? Класифікація кінематичних пар.

3. Що називається кінематичним ланцюгом та механізмом?
4. Які механізми називаються плоскими і які просторовими? Написати формулу для визначення ступеня рухомості плоских та просторових механізмів. Навести приклади.
5. Навести приклади механізмів з зайвими ступенями вільності та пасивними ланками.
6. Що називається структурною схемою механізму? Чим відрізняється кінематична схема від структурної?
7. Група Ассура. Визначення і ознаки. Класифікація груп Ассура. Клас, порядок і вид.
8. Який механізм називають механізмом I класу (ведучою ланкою)?
9. Послідовність структурного аналізу і синтезу механізмів.
10. Як проводять заміну вищих кінематичних пар? Навести приклади.
11. Як записується формула будови механізму?
12. Виконати структурний синтез механізму за формулою будови:
 $I \rightarrow II^3_2 \rightarrow II^4_2; III \leftarrow I \rightarrow II^1_2 \rightarrow II^3_2.$
13. Визначити число ступенів вільності просторового маніпулятора. Навести приклад.

Кінематичне дослідження важільних механізмів.

Мета роботи: ознайомитися з практичними способами кінематичного дослідження важільних механізмів аналітичним методом за допомогою ЕОМ, методом кінематичних діаграм та методом планів швидкостей та прискорень.

Теоретичні відомості

При конструюванні нових або дослідженні діючих механізмів необхідно знайти траєкторії, швидкості і прискорення точок, а також положення, кутові швидкості і прискорення ланок механізму. Визначення вказаних параметрів називається *кінематичним дослідженням* механізму. Ці параметри визначають аналітичним, графічним, графоаналітичним або експериментальним методами.

А Аналітичний метод

При кінематичному дослідженні аналітичним методом необхідно визначити залежність координат вихідної ланки через координати ведучої ланки, закон руху якої заданий.

Як правило, для більшості механізмів число незалежних параметрів, якими можна задаватися довільно, відповідає числу ступенів рухомості. Для плоских механізмів ступінь рухомості визначається за формулою П.Л.Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

де n – число рухомих ланок механізму; p_i – число кінематичних пар i -го класу ($i=1, 2, 3...5$).

Наприклад, для кривошипно-повзункового механізму, кінематична схема якого зображена на рис. 4.1а, ступінь рухомості дорівнює:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Це означає, що при $W=1$ механізм має один незалежний параметр, або одну узагальнену координату, яка визначає положення будь-якої ланки механізму. На практиці зручніше за узагальнену координату приймати кут φ_1 , що визначає положення ведучої ланки кривошипа (рис. 4.1а.).

В основу аналітичної кінематики механізмів покладено метод Зінов'єва, згідно з яким будь-який механізм, що складається із замкнутого кінематичного ланцюга з нижчими парами, можна зобразити у вигляді замкнутого векторного контуру або системи замкнутих векторних контурів, замінивши умовно ланки механізму векторами. За початок векторного контуру зручно приймати нерухому точку (стояк). Кожен вектор має початком та кінцем кінематичні пари, в які входять ланки. Модуль вектора може бути як постійним, так і змінним. Напрямок кожного вектора визначається кутом, що відраховується проти годинникової

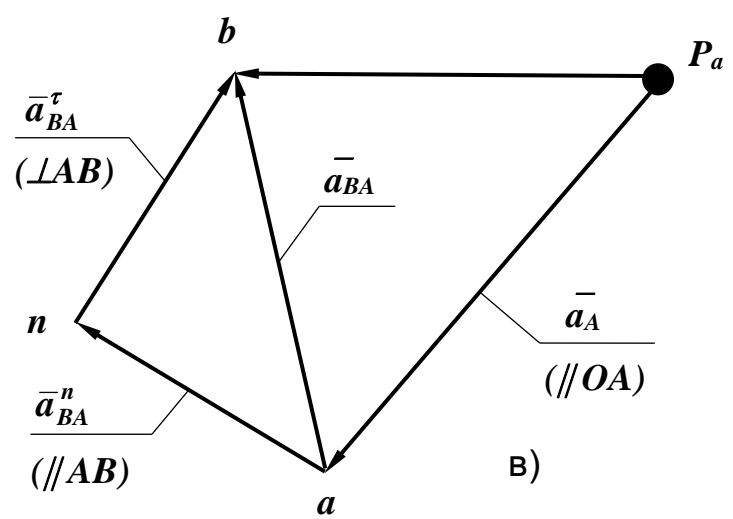
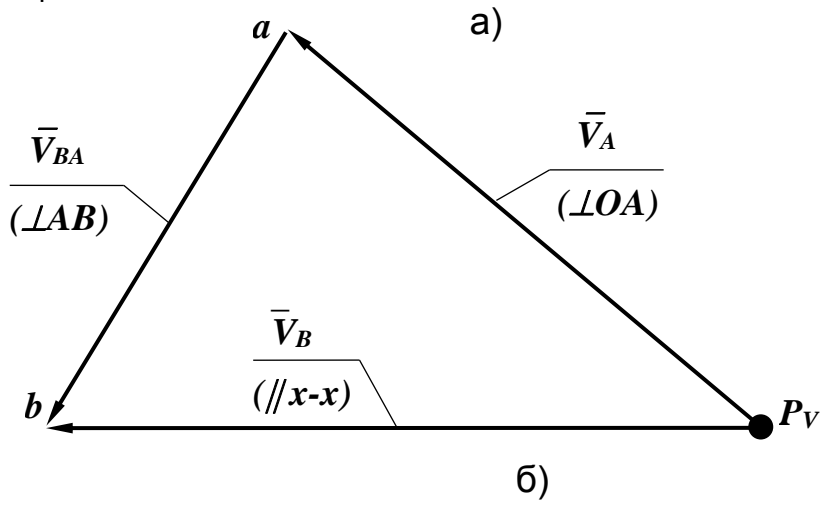
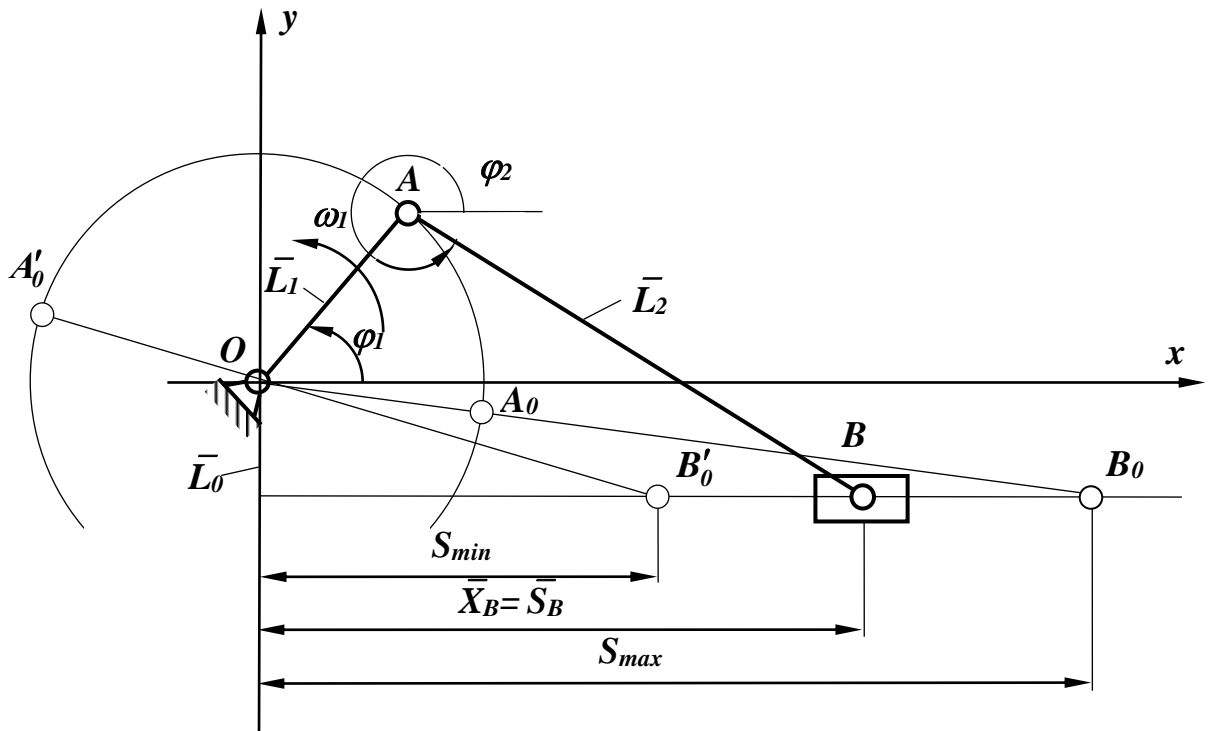


Рисунок 4.1 - Кінематична схема кривошипно-повзункового механізму (а) та плани швидкостей (б) і прискорень (в)

стрілки від лінії, яка паралельна осі x обраної системи координат і проведена через початок відповідного вектора. Знак вектора береться плюс, якщо напрям вектора збігається з напрямом обходу контуру за годинниковою стрілкою.

1 Аналітика кривошипно-повзункового механізму

Зображаємо кривошипно-повзунковий механізм у вигляді векторного багатокутника (рис. 2.1а.). Нанесемо певним чином на ланки групи вектори, які утворюють замкнений контур. Запишемо умову замкненості контуру у вигляді векторного рівняння:

$$\overline{L_0} + \overline{L_1} + \overline{L_2} = \overline{S_B} . \quad (4.1)$$

Приймаємо точку O – центр обертання кривошипа – за початок системи координат OXY . Враховуючи умову замкненості, запишемо рівняння проєкцій векторів на осі x і y :

$$L_1 \cdot \cos \varphi_1 + L_2 \cdot \cos \varphi_2 = S_B , \quad (4.2)$$

$$L_0 + L_1 \cdot \sin \varphi_1 - L_2 \cdot \sin \varphi_2 = 0 . \quad (4.3)$$

Використовуючи рівняння (4.2) і (4.3), отримуємо функції положення ланок і точок механізму:

$$S_B = l_1 \left(\cos \varphi_1 + \frac{l_2}{k} \cos \varphi_2 \right) , \quad (4.4)$$

$$\varphi_2 = \arcsin[k(\sin \varphi_1 + n)] , \quad (4.5)$$

де $k = \frac{L_1}{L_2}$; $n = \frac{L_0}{L_1}$.

Рівнянням (4.4) визначається лінійне переміщення повзуна, а рівнянням (4.5) – кутове переміщення повзуна.

При диференціюванні рівнянь (4.4) і (4.5) за незалежний параметр механізму можна прийняти час t або кут φ_1 повороту кривошипа. У першому випадку отримаємо залежності для визначення швидкості і прискорення, а у другому – аналоги швидкості і прискорення ланок механізму і точок, що їм належать.

Диференціюємо рівняння (4.5.) за часом t . Тоді кутова швидкість шатуна:

$$\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{d}{dt} \arcsin[k(\sin \varphi_1 + n)] = k \cdot \omega_1 \cdot \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} . \quad (4.6)$$

Диференціюючи рівняння (4.5) за узагальненою координатою φ_1 , отримаємо залежність аналога кутової швидкості шатуна:

$$i_{21} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{d}{d\varphi_1} \arcsin[k(\sin \varphi_1 + n)] = k \cdot \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \cdot \omega_1. \quad (4.7)$$

Аналог кутової швидкості шатуна i_{21} є безрозмірною величиною і являє собою передаточну функцію, або передаточне відношення між ланками, у даному випадку між шатуном 2 і кривошипом 1.

Зв'язок між кутовою швидкістю ω_2 і її аналогом i_{21} :

$$\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1 \cdot i_{21} \quad (4.8)$$

Для визначення кутового прискорення ε_2 шатуна диференціюємо за часом t рівняння (4.6):

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d}{dt} \cdot k \cdot \omega_1 \cdot \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} = \\ &= -k \cdot \omega_1^2 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{\cos^2 \varphi_2} \left(\cos^2 \varphi_2 - k \cdot \frac{\cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} \right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Аналог кутового прискорення шатуна визначається диференціюванням рівняння (4.7)

$$\begin{aligned} i'_{21} &= \frac{di_{21}}{d\varphi_1} = \frac{d}{d\varphi_1} \cdot k \cdot \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} = \\ &= -k \cdot \frac{\sin \varphi_1}{\cos^3 \varphi_2} \left(\cos^2 \varphi_2 - k \cdot \frac{\cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} \right). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Зв'язок між кутовим прискоренням ε_2 шатуна і його аналогом i'_{21}

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = \frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2} \cdot \frac{d\varphi_1^2}{dt^2} = \omega_1^2 \cdot \frac{di_{21}}{d\varphi_1} = \omega_1^2 \cdot i'_{21} \quad (4.11)$$

Для визначення лінійних швидкостей і прискорень повзунка використаємо рівняння (4.4), двічі його диференціюючи

$$\vartheta_B = \frac{dS_B}{dt} = \frac{d}{dt} \cdot l_1 \left(\cos \varphi_1 + \frac{l_2}{k} \cos \varphi_2 \right) = -l_1 \cdot \omega_1 \cdot \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_2}; \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}
 a_B &= \frac{d\vartheta_B}{dt} = \frac{d}{dt} \left[-l_1 \cdot \omega_1 \cdot \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_2} \right] = \\
 &= -l_1 \cdot \omega_1^2 \left[\frac{\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_2} + k \cdot \frac{\cos^2 \varphi_1}{\cos^3 \varphi_2} \right].
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

Аналоги швидкостей і прискорень повзунка виражаються такими залежностями:

$$i_{31} = \frac{dS_B}{d\varphi_1} = \frac{d}{d\varphi_1} \cdot l_1 \left(\cos \varphi_1 + \frac{l}{k} \cos \varphi_2 \right) = -l_1 \cdot \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_2}, \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}
 i'_{31} &= \frac{di_{31}}{dt} = \frac{d}{d\varphi_1} \left[-l_1 \cdot \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_2} \right] = \\
 &= -l_1 \left[\frac{\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_2} + k \cdot \frac{\cos^2 \varphi_1}{\cos^3 \varphi_2} \right].
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

Зв'язок між швидкостями, прискореннями і їх аналогами можна подати таким чином:

$$\vartheta_B = \frac{dS_B}{dt} = \frac{dS_B}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1 \cdot i_{31}, \tag{4.16}$$

$$a_B = \frac{d\vartheta_B}{dt} = \frac{d^2 S_B}{dt^2} = \frac{d^2 S_B}{d\varphi_1^2} \cdot \frac{d\varphi_1^2}{dt^2} = \omega_1^2 \cdot i'_{31}. \tag{4.17}$$

2 Аналітика кулісного механізму

Кінематична схема кулісного механізму зображена на рис. 4.2.

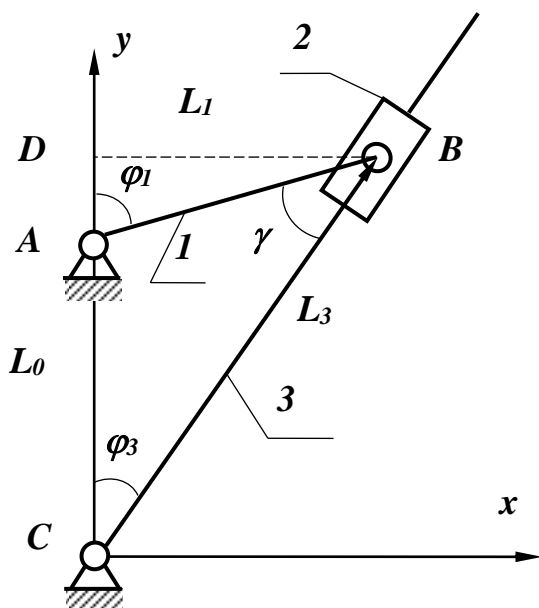


Рисунок 4.2 – Кінематична схема кулісного механізму

Запишемо векторне рівняння для контуру кінематичної схеми

$$\overline{L_0} + \overline{L_1} = \overline{L_3}. \tag{4.18}$$

Приймаючи за незалежний параметр кут φ_1 повороту кривошипа, визначимо залежність переміщення куліси 3.

Із трикутника BCD маємо

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{\sin \varphi_1}{n + \cos \varphi_1}, \tag{4.19}$$

$$\text{де } n = \frac{L_0}{L_1}.$$

У заданому механізмі куліса може здійснювати або коливальний, або обертальний рух. Для куліси, що здійснює коливальний рух, кут $\varphi_3 < 90^\circ$, $\text{tg } \varphi_3 < \infty$, а отже знаменник не повинен приймати значення, що дорівнює нулю, тобто повинно бути $n > 1$.

Розмірковуючи аналогічно, отримуємо для куліси, що здійснює обертальний рух, $n < 1$, тобто $L_0 < L_1$.

Із рівняння (4.19) випливає, що кутове переміщення куліси

$$\varphi_3 = \text{arctg} \frac{\sin \varphi_1}{n + \cos \varphi_1}. \quad (4.20)$$

Диференціюючи рівняння (4.20) за часом t , отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos^2 \varphi_3} \cdot \dot{\varphi}_3 &= \frac{(n + \cos \varphi_1) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1 - (-\sin \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1) \sin \varphi_1}{(n + \cos \varphi_1)^2} = \\ &= \omega_1 \cdot \frac{n \cdot \cos \varphi_1 + 1}{(n + \cos \varphi_1)^2}, \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\text{де } \dot{\varphi}_3 = \frac{d\varphi_3}{dt}, \quad \dot{\varphi}_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}.$$

Подамо вираз $\frac{1}{\cos^2 \varphi_3}$ таким чином:

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi_3} = 1 + \text{tg}^2 \varphi_3 = 1 + \frac{\sin^2 \varphi_1}{(n + \cos \varphi_1)^2} = \frac{(n + \cos \varphi_1)^2 + \sin^2 \varphi_1}{(n + \cos \varphi_1)^2}$$

і підставимо його в рівняння (4.21), тоді

$$\omega_3 \frac{(n + \cos \varphi_1)^2 + \sin^2 \varphi_1}{(n + \cos \varphi_1)^2} = \omega_1 \cdot \frac{n \cdot \cos \varphi_1 + 1}{(n + \cos \varphi_1)^2},$$

звідки визначаємо кутову швидкість куліси

$$\omega_3 = \dot{\varphi}_3 = \omega_1 \cdot \frac{1 + n \cos \varphi_1}{1 + 2n \cos \varphi_1 + n^2}. \quad (4.22)$$

Передаточна функція механізму записується таким рівнянням

$$i_{31} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{1 + n \cos \varphi_1}{1 + 2n \cos \varphi_1 + n^2}. \quad (4.23)$$

Для визначення аналога кутового прискорення куліси необхідно продиференціювати рівняння (4.23) за часом t

$$i'_{31} \cdot \dot{\varphi}_1 = \frac{\omega_1 \cdot \frac{d\omega_3}{dt} - \omega_3 \cdot \frac{d\omega_1}{dt}}{\omega_1^2},$$

тоді

$$i'_{31} = \frac{\omega_1 \cdot \varepsilon_3 - \omega_3 \cdot \varepsilon_1}{\omega_1^3}. \quad (4.24)$$

Якщо рівняння (4.23) диференціювати за параметром φ_1 , то замість (4.24) аналог i'_{31} виразиться таким чином

$$i'_{31} = \frac{n(1-n^2) \cdot \sin \varphi_1}{(1+2n \cos \varphi_1 + n^2)^2}. \quad (4.25)$$

Із рівняння (4.24) визначаємо кутове прискорення куліси

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 \cdot i_{31} + \omega_1^2 \cdot i'_{31}. \quad (4.26)$$

Підставляючи у формулу (4.26) значення аналогів i_{31} і i'_{31} із (4.23) і (4.25), отримаємо

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 \cdot \frac{1+n \cos \varphi_1}{1+2n \cos \varphi_1 + n^2} + \omega_1^2 \cdot \frac{n(1-n^2) \sin \varphi_1}{(1+2n \cos \varphi_1 + n^2)^2}. \quad (4.27)$$

При рівномірному русі кривошипа ($\omega_1 = \text{const}$, $\varepsilon_1 = 0$) кутове прискорення куліси визначається

$$\varepsilon_3 = \omega_1^2 \cdot \frac{n(1-n^2) \sin \varphi_1}{(1+2n \cos \varphi_1 + n^2)^2}. \quad (4.28)$$

Для визначення лінійної швидкості повзунка 2 відносно куліси 3 запишемо рівняння (4.18) в проєкціях на напрямну куліси

$$L_3 = L_0 \cdot \cos \varphi_3 + L_1 \cdot \cos \gamma = L_0 \left(\cos \varphi_3 + \frac{1}{n} \cdot \cos \gamma \right), \quad (4.29)$$

де $\gamma = (\varphi_1 - \varphi_3)$ – кут між векторами \bar{L}_1 і \bar{L}_3 .

Залежність для визначення швидкості повзунка відносно куліси можна отримати диференціюванням рівняння (4.29) за часом t

$$\mathfrak{D}_{23} = \frac{dL_3}{dt} = -L_0 \left(\sin \varphi_3 \cdot \frac{d\varphi_3}{dt} + \frac{1}{n} \cdot \sin \gamma \cdot \frac{d\gamma}{dt} \right). \quad (4.30)$$

Значення похідної $\frac{d\gamma}{dt}$ можна визначити, якщо записати рівняння (4.18) в проекціях на напрямну перпендикулярну кулісі

$$\begin{cases} \sin \gamma = n \sin \varphi_3; \\ \cos \gamma \cdot \frac{d\gamma}{dt} = n \cos \varphi_3 \frac{d\varphi_3}{dt} = n \cdot \omega_3 \cos \varphi_3, \end{cases}$$

звідки

$$\gamma' = \frac{d\gamma}{dt} = n \omega_3 \frac{\cos \varphi_3}{\cos \gamma}. \quad (4.31)$$

Підставляючи в рівняння (4.30) отримане значення γ' , отримаємо

$$\begin{aligned} \mathfrak{D}_{23} &= -L_0 \left(\omega_3 \sin \varphi_3 + \frac{1}{n} \cdot \sin \gamma \cdot n \cdot \omega_3 \cdot \frac{\cos \varphi_3}{\cos \gamma} \right) = \\ &= -L_0 \cdot \omega_3 \left(\frac{\sin \varphi_3 \cdot \cos \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \varphi_3}{\cos \gamma} \right) = -L_0 \cdot \omega_3 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Диференціюючи рівняння (4.32) за часом t , отримаємо формулу для визначення прискорення повзунка відносно куліси

$$\begin{aligned} a_{23} &= \frac{d\mathfrak{D}_{23}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[-L_0 \omega_3 (\sin \varphi_3 + \operatorname{tg} \gamma \cdot \cos \varphi_3) \right] = \\ &= -L_0 \left\{ \omega_3 \left[\cos \omega_3 \cdot \dot{\varphi}_3 + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \varphi_3 + \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} (-\sin \varphi_3 \cdot \dot{\varphi}_3) \right] \right\} + \\ &+ \left(\sin \varphi_3 + \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} \cdot \cos \varphi_3 \right) \frac{d\omega_3}{dt} = \\ &= -L_0 \left\{ \omega_3^2 \left[\frac{\cos(\varphi_3 + \gamma)}{\cos \gamma} + n \frac{\cos^2 \varphi_3}{\cos^3 \gamma} + \varepsilon_3 \frac{\sin(\varphi_3 + \gamma)}{\cos \gamma} \right] \right\} = \\ &= -L_0 \left\{ \omega_3^2 \left[\frac{\cos \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)} + n \frac{\cos^2 \varphi_1}{\cos^3(\varphi_1 - \varphi_3)} \right] + \varepsilon_3 \frac{\sin \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)} \right\}. \end{aligned}$$

Таким чином, прискорення повзунка відносно куліси

$$a_{23} = -L_0 \left\{ \omega_3^2 \left[\frac{\cos \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)} + n \frac{\cos^2 \varphi_1}{\cos^3(\varphi_1 - \varphi_3)} \right] + \varepsilon_3 \frac{\sin \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \varphi_3)} \right\}, \quad (4.33)$$

де $\dot{\varphi}_3 = \omega_3 = \frac{d\varphi_3}{dt}$; $\varphi_1 = \varphi_3 + \gamma$; $\gamma = \varphi_1 - \varphi_3$.

Аналітичну кінематику деяких механізмів можна значно спростити, використовуючи їх геометричні особливості.

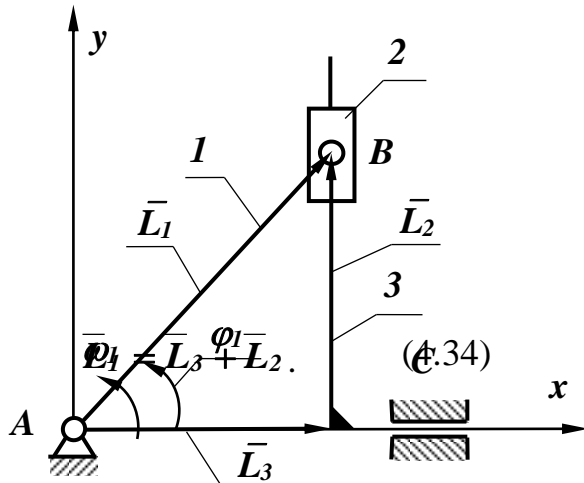


Рисунок 4.3 – Кінематична схема *sin*-го механізму

Для визначення закону переміщення ланки 3 запишемо векторне рівняння (4.34) в проекціях на вісь X

$$L_3 = L_1 \cdot \cos \varphi_1, \quad (4.35)$$

Диференціюючи це рівняння за часом t , визначаємо абсолютну швидкість ланки 3

$$\frac{dL_3}{dt} = \mathfrak{v}_{B_3} = \frac{d}{d\varphi_1} \cdot L_1 \cdot \cos \varphi_1 \frac{d\varphi_1}{dt} = -L_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1 \quad (4.36)$$

Знак мінус в рівнянні (4.36) вказує на те, що вектор швидкості \mathfrak{v}_{B_3} направлений протилежно вибраному напрямку осі X .

Диференціюючи рівняння (4.36) за часом t , визначаємо абсолютне прискорення ланки 3

$$a_{B_3} = \frac{d\mathfrak{v}_{B_3}}{dt} = \frac{d}{d\varphi_1} (-L_1 \omega_1 \sin \varphi_1) \frac{d\varphi_1}{dt} = -L_1 \omega_1^2 \cdot \cos \varphi_1 \quad (4.37)$$

Визначаємо переміщення повзунка 2 відносно ланки 3

$$L_2 = L_1 \cdot \sin \varphi_1, \quad (4.38)$$

Для прикладу розглянемо кінематичну схему *sin*-го механізму, зображеного на рис. 4.3.

Запишемо умову замкненості векторного контуру

Тут вектор \bar{L}_3 визначає положення ланки 3 відносно центра обертання – точки A , а вектор \bar{L}_2 – положення повзуна 2 на кулісі 3.

Для визначення закону

Двічі диференціюючи рівняння (4.38), визначаємо швидкість і прискорення повзунка відносно ланки 3:

$$\mathfrak{V}_{B_2B_3} = \frac{dL_2}{dt} = L_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1, \quad (4.39)$$

$$a_{B_2B_3} = \frac{d^2 L_2}{dt^2} = -L_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1. \quad (4.40)$$

Розглянемо ще одну схему *tg*-го механізму, зображеного на рисунку 4.4.

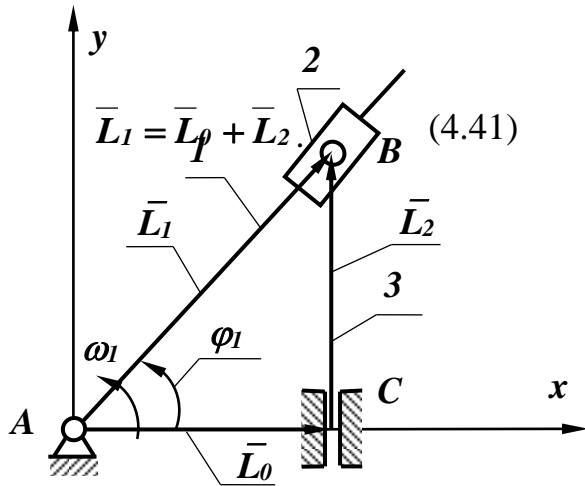


Рисунок 4.4 – Кінематична схема *tg*-го механізму

Запишемо умову замкненості векторного контуру

В цьому рівнянні \bar{L}_0 - постійна величина, \bar{L}_1 і \bar{L}_2 є залежними від кута φ_1 повороту куліси *AB*.

Відносне переміщення повзунка по кулісі визначимо, якщо запишемо векторне рівняння (4.41) в проєкціях на вісь *X*

звідки знаходимо

$$L_0 = L_1 \cdot \cos \varphi_1, \quad (4.42)$$

$$L_1 = \frac{L_0}{\cos \varphi_1}. \quad (4.43)$$

Диференціюючи рівняння (4.43) за часом *t*, визначаємо швидкість повзунка відносно куліси

$$\mathfrak{V}_{B_2B_1} = L_1 \cdot \omega_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1. \quad (4.44)$$

Визначаємо прискорення повзунка відносно куліси, тобто тангенційне прискорення

$$\begin{aligned} a_{B_2B_1} &= \frac{d\mathfrak{V}_{B_2B_1}}{dt} = \frac{d}{dt} L_1 \cdot \omega_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = \\ &= \omega_1 \left(L_1 \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_1} \cdot \dot{\varphi}_1 + \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot \frac{dL_1}{d\varphi_1} \cdot \dot{\varphi} \right) = \omega_1^2 \cdot L_1 \left(\frac{1 + \sin^2 \varphi_1}{\cos^2 \varphi_1} \right). \end{aligned} \quad (4.45)$$

Абсолютне переміщення L_2 визначаємо із рівності

$$L_2 = L_0 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1. \quad (4.46)$$

Диференціюючи двічі рівняння (4.46), отримаємо залежності для визначення швидкості і прискорення ланки BC :

$$\mathfrak{V}_{B_{23}} = \frac{dL_2}{dt} = L_0 \cdot \omega_1 \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_1}; \quad (4.47)$$

$$a_{B_{23}} = \frac{d^2 L_2}{dt^2} = 2 \cdot L_0 \cdot \omega_1^2 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{\cos^3 \varphi_1}. \quad (4.48)$$

Абсолютна швидкість точки B_1 , що належить кулісі AB , визначається за формулою

$$\mathfrak{V}_{B_1} = \omega_1 \cdot L_1 = \omega_1 \cdot \frac{L_0}{\cos \varphi_1}. \quad (4.49)$$

Прискорення точки B_1 визначається

$$a_{B_1} = \omega_1^2 \cdot L_1 = \omega_1^2 \cdot \frac{L_0}{\cos \varphi_1}. \quad (4.50)$$

В заданому механізмі наявне прискорення Кориоліса, що визначається за формулою

$$a_{B_2 B_1}^k = 2 \cdot \omega_1 \cdot \mathfrak{V}_{B_2 B_1}. \quad (4.51)$$

Передаточна функція

$$i_{31} = \frac{\mathfrak{V}_{B_{23}}}{\omega_1} = \frac{L_0}{\cos^2 \varphi_1}. \quad (4.52)$$

Аналог прискорення $a_{B_{23}}$ є похідна від аналога швидкості i_{31} за часом t

$$i'_{31} = \frac{a_{B_2 B_3}}{\omega_1^2} = 2 L_0 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{\cos^3 \varphi_1}. \quad (4.53)$$

На підставі отриманих аналітичних залежностей можна скласти програму обчислення кінематичних параметрів механізмів на ЕОМ.

Б. Метод кінематичних діаграм

Для проведення кінематичного дослідження механізмів має бути задана кінематична схема і закон руху початкової ланки.

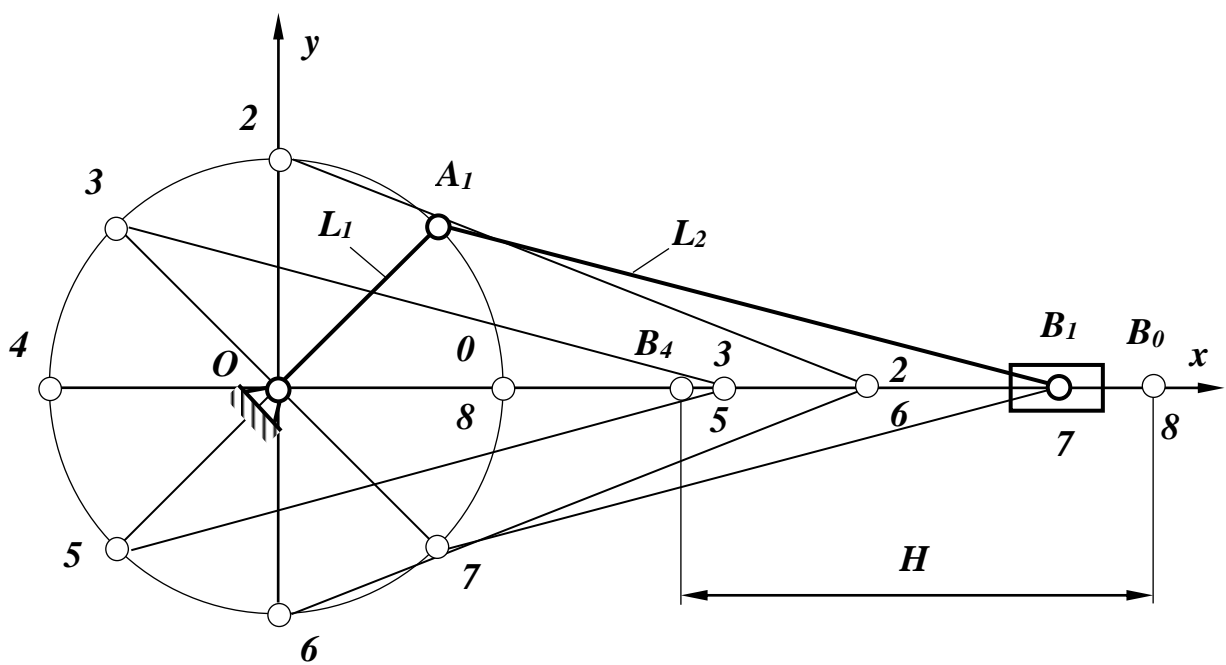


Рисунок 4.5 – Побудова положень ланок кривошипно-повзункового механізму

Кінематична схема механізму будується з використанням масштабного коефіцієнта μ_l , який виражає відношення будь-якої фізичної величини до довжини відрізка, який зображає цю величину на кресленні:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA}, \quad \frac{m}{mm}, \quad (4.54)$$

де l_{OA} – дійсна довжина кривошипа, m ; OA – довжина відрізка OA , який зображає його на кресленні, mm .

Розглянемо кінематичне дослідження графічним методом, наприклад: кривошипно-повзункового механізму (рис. 4.5). Приймаємо кутову швидкість кривошипа OA : $\omega_1 = const$.

Визначення положень ланок механізму

У даному механізмі вихідна ланка (*повзунк*) здійснює зворотно-поступальний рух вздовж напрямної $X-X$. Причому крайнє праве положення повзунк займе тоді, коли кривошип радіуса L_1 і шатун довжиною L_2 витягнуться в одну лінію, а крайнє ліве – коли кривошип і шатун накладуться один на один в одну лінію. Таким чином, можна записати:

$$OB_0 = L_1 + L_2; \quad OB_4 = L_2 - L_1.$$

Тому для визначення крайнього правого положення повзунка достатньо з точки O радіусом, який дорівнює сумі $(L_1 + L_2)$, зробити засічку на траєкторії руху повзунка 3 (отримаємо точку B_0). Крайнє ліве положення повзунка буде отримано, якщо з точки O радіусом, який дорівнює різниці довжин шатуна і кривошипа $(L_2 - L_1)$, зробимо засічку на траєкторії руху повзунка 3 (отримаємо точку B_4), відстань H між крайніми положеннями повзунка називається *ходом повзунка*.

Одне з крайніх положень повзунка приймаємо за нульове (наприклад, крайнє праве – точка B_0). Проміжні положення точки B визначимо методом дугових засічок, враховуючи, що довжина шатуна AB залишається незмінною. Для цього з отриманих точок A_0, A_1, \dots, A_7 радіусом AB робимо дугові засічки на траєкторії руху точки B . З'єднавши точки A_i і B_i відрізками A_iB_i ($i=0, 1, 2, \dots, 7$), одержимо положення шатуна AB і повзунка B .

Побудова діаграм руху повзунка

При дослідженні механізмів часто необхідно знайти характер зміни величини пройденого шляху тою чи іншою ланкою від часу або кута повороту кривошипа. Для цього будують діаграму лінійних $S=S(t)$ (якщо ланка здійснює зворотно-поступальний рух); або кутових $\beta=\beta(t)$ (якщо ланка здійснює коливальний рух) переміщень. Розглянемо побудову діаграми переміщення $S=S(t)$ повзунка B для заданого кривошипно-шатунного механізму.

Оскільки прийнято, що початкова ланка рухається рівномірно, то за рівні проміжки часу кривошип повертається на однакові кути. Переміщення повзунка з вимірюється відрізками B_0B_i ($i=0, 1, 2, \dots, 8$ – положення механізму). Будуємо прямокутну систему координат (див. рис. 4.6а), на осі абсцис якої відкладаємо відрізок $(0-8)$, який зображає період (час) T одного оберту кривошипа OA у масштабі:

$$\mu_t = \frac{T}{(0-8)}, \quad \frac{c}{\text{мм}}, \quad (4.55)$$

де $T=60/n_1$, c (n_1 частота обертання кривошипа, *об/хв*), а на осі ординат лінійні переміщення повзунка у масштабі:

$$\mu_t = \frac{S_{max}}{y_{max}}, \quad \frac{m}{\text{мм}}, \quad (4.56)$$

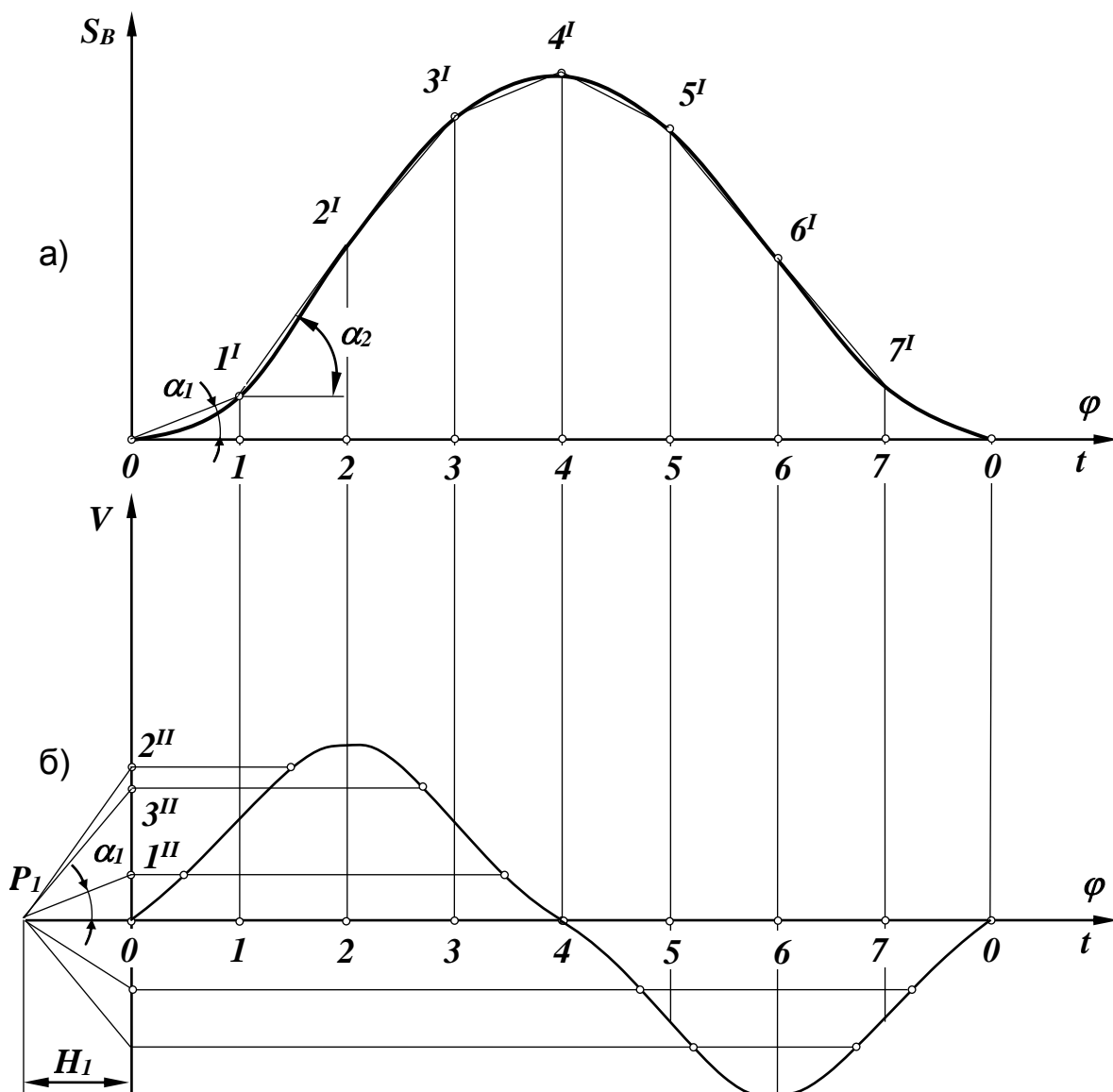


Рисунок 4.6 – Кінематичне дослідження механізмів графічним

де S_{max} – максимальний хід повзунка B ($S_{max}=H=2l_1$, м), y_{max} – відрізок, який зображає максимальний хід повзунка на діаграмі, мм.

Відрізок (0-8) осі абсцис поділяємо на задану кількість рівних частин і у відповідних точках 1,2,3... відкладаємо в масштабі μ_s переміщення точки B повзунка за відповідні проміжки часу у напрямі осі ординат. З'єднавши одержані точки плавною кривою, отримаємо діаграму переміщень точки B повзунка – $S=S(t)$.

Використовуючи діаграму переміщень, можна методом графічного диференціювання визначити швидкості і прискорення точки B повзунка. Для побудови діаграм швидкостей і прискорень скористаємося методом хорд. За цим методом на діаграмі $S=S(t)$ проводимо хорди 0-1', 1'-2', 2'-3'... (рис 4.6а), а на діаграмі $\vartheta=\vartheta(t)$ (рис 4.6б) з точки P_1 – промені P_1-1'' , P_1-2'' ... P_1-7'' , які паралельні відповідним хордам, до перетину з віссю Y . Відрізки 0-1'', 0-2'', 0-3''...0-8'' відкладаємо посередині відповідних

інтервалів часу. Отримані точки з'єднуємо плавною кривою і отримуємо з певною точністю діаграму швидкостей $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}(t)$. Масштабний коефіцієнт діаграми швидкостей:

$$\mu_{\mathfrak{V}} = \frac{\mu_s}{\mu_t \cdot H_I}, \quad \frac{m}{c \cdot мм}, \quad (4.57)$$

де H_I – відстань від полюсу P_I до початку координат. Аналогічно, методом хорд будуємо діаграму прискорень (на рис. 4.6 не показана).

В Метод планів швидкостей і прискорень

Графоаналітичний метод, що ґрунтується на побудові планів швидкостей і прискорень, знаходить більш широке практичне використання. Перевагою цього методу є достатня точність, наочність, простота, крім того за цим методом можна визначити не тільки величину, але й напрям лінійних і кутових швидкостей і прискорень.

Розглянемо побудову планів швидкостей і прискорень на прикладі кривошипно-повзункового механізму (рис. 4.1).

Побудову плану швидкостей (рис. 4.1б) розпочинаємо з визначення швидкості точки A кривошипа:

$$\mathfrak{V}_A = \omega_I \cdot L_{OA}, \quad \frac{m}{c}, \quad (4.58)$$

де ω_I – кутова швидкість кривошипа.

Вектор швидкості \mathfrak{V}_A перпендикулярний до кривошипа OA і напрямлений в сторону його обертання. Вибираємо полюс $P_{\mathfrak{V}}$ плану швидкостей і від нього відкладаємо відрізок $p_{\mathfrak{V}}a \perp AB$, який зображує швидкість \mathfrak{V}_A . Обчислюємо масштабний коефіцієнт побудови плану швидкостей:

$$\mu_{\mathfrak{V}} = \frac{\mathfrak{V}_A}{(p_{\mathfrak{V}}a)}, \quad \frac{m/c}{мм}. \quad (4.59)$$

Для визначення швидкості точки B запишемо систему векторних рівнянь:

$$\begin{cases} \bar{\mathfrak{V}}_B = \bar{\mathfrak{V}}_A + \bar{\mathfrak{V}}_{BA}, \\ \bar{\mathfrak{V}}_B = \bar{\mathfrak{V}}_{B_0} + \bar{\mathfrak{V}}_{BB_0}. \end{cases} \quad (4.60)$$

На плані швидкостей через точку a проводимо пряму, перпендикулярну до шатуна AB , а з полюса $P_{\mathfrak{V}}$ - пряму паралельну осі X .

На їх перетині одержуємо точку b . Обчислюємо швидкості:

$$\begin{aligned} \mathfrak{V}_B &= (p_3 b) \cdot \mu_3, \quad \frac{m}{c}, \\ \mathfrak{V}_{BA} &= (ba) \cdot \mu_3, \quad \frac{m}{c}. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Кутову швидкість шатуну AB визначаємо за формулою:

$$\omega_{BA} = \frac{\mathfrak{V}_{BA}}{l_{BA}}, \quad \frac{rad}{c}. \quad (4.62)$$

Переходимо до побудови плану прискорень (рис.4.1в). Послідовність побудови плану прискорень така ж, як і для плану швидкостей. Знаходимо прискорення точки A кривошипа:

$$a_A = \omega_I^2 \cdot l_{OA}, \quad \frac{m}{c^2}. \quad (4.63)$$

Вектор нормального прискорення \bar{a}_A напрямлений від точки A до O . Від полюса p_a плану прискорень відкладаємо вектор $\overline{p_a a}$, який зображує прискорення \bar{a}_A . Масштаб плану прискорень:

$$\mu_a = \frac{a_A}{(p_a a)}, \quad \frac{m/c^2}{mm}. \quad (4.64)$$

Для визначення прискорення точки B запишемо систему векторних рівнянь:

$$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t, \\ \bar{a}_B = \bar{a}_{B_0} + \bar{a}_{BB_0}. \end{cases} \quad (4.65)$$

Обчислюємо величину нормального прискорення:

$$a_{BA}^n = \frac{\mathfrak{V}_{BA}^2}{l_{BA}}, \quad \frac{m}{c^2}. \quad (4.66)$$

На плані прискорень від точки a відкладаємо вектор \overline{an} , який зображує нормальне прискорення \bar{a}_{BA}^n . Довжину відрізка \overline{an} нормального прискорення визначаємо за формулою:

$$an = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}, \quad mm. \quad (4.67)$$

Нормальне прискорення a_{BA}^n напрямлене до центра обертання

ланки – від точки B до точки A . Через точку n проводимо пряму, перпендикулярну до шатуна AB , а з точки P_a - пряму паралельну осі X . На їх перетині одержуємо точку b . Сполучаємо полюс P_a плану прискорень з точкою b . Обчислюємо прискорення:

$$\begin{aligned} a_b &= (p_a b) \cdot \mu_a, \quad \frac{m}{c^2}, \\ a_{BA}^\tau &= (nb) \cdot \mu_a, \quad \frac{m}{c^2}. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Кутове прискорення ланки AB визначаємо за формулою:

$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{BA}}, \quad \frac{rad}{c^2}. \quad (4.69)$$

Лабораторне обладнання і приладдя

Моделі механізмів або реальні механізми, вимірювальні інструменти, креслярські приладдя.

Послідовність виконання роботи

1. У відповідності з індивідуальним завданням, виданим викладачем, ознайомитись із роботою механізму, характером абсолютного і відносного руху його ланок.
2. За допомогою вимірювальних інструментів визначаємо розміри всіх ланок механізму, необхідних для побудови його кінематичної схеми.
3. Вибрати масштаб та побудувати кінематичну схему механізму.
4. Виконати кінематичне дослідження механізму методом планів швидкостей і прискорень.
5. Виконати кінематичне дослідження механізму аналітичним методом. Розробити програму для обчислення кінематичних параметрів механізму на ПЕОМ.
6. Виконати кінематичне дослідження механізму графічним методом.
7. Виконати порівняльний аналіз кінематичних параметрів, виконаних графоаналітичним методом, декількох точок та ланок механізму, для положень заданих викладачем.

Зміст звіту

1. Назва і мета лабораторної роботи.
2. План заданого положення механізму в масштабі.

3. Плани швидкості і прискорення механізму для заданого положення і їх масштаби.
4. Обчислення числових значень швидкостей і прискорень точок і ланок механізму графоаналітичним методом.
5. Виведення аналітичних залежностей для визначення переміщень, швидкостей і прискорень точок і ланок механізму.
6. Розробка блок - схеми та програми розрахунку кінематичних параметрів заданого механізму на ПЕОМ.
7. Обчислення числових значень швидкостей і прискорень точок і ланок механізму аналітичним методом з використанням ПЕОМ.
8. Знаходження похибок, допущених при обчисленні кінематичних параметрів графоаналітичним і аналітичним методами.
9. Аналіз одержаних результатів і висновки про рух ланок та основні методи кінематичного дослідження механізмів.

Контрольні запитання для самопідготовки

1. Задачі та методи кінематичного дослідження механізмів.
2. Що розуміють під періодом (циклом) руху механізму?
3. Що розуміють під масштабом побудови?
4. Як визначити крайні (мертві) положення кривошипно-повзункового, шарнірного чотириланкового та кулісного механізмів.
5. Який напрямок мають швидкості і прискорення точок, що належать кривошипу?
6. Який напрям має нормальне та тангенційне прискорення точки?
7. Як визначається напрям кутових швидкостей і прискорень ланок механізму?
8. Як побудувати діаграми руху робочої ланки механізму?

Експериментальне визначення моменту інерції ланки

Мета роботи: вивчити практичні способи визначення моменту інерції ланки (шатуна).

Теоретичні відомості

Моментом інерції твердого тіла відносно деякої осі обертання називають величину I , що дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок m_i , що складають дане тіло, на квадрат відстані їх до осі обертання r_i :

$$I = \sum_i m_i \cdot r_i^2 \quad (5.1)$$

В механіці обертального руху момент інерції I відіграє роль, аналогічну ролі маси m в механіці поступального руху. Наприклад, кінетична енергія при обертальному русі з кутовою швидкістю точок маси dm (рис. 5.1) що знаходяться на радіусі ρ відносно осі обертання, визначається:

$$dE = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot \rho^2 \cdot dm$$

а кінетична енергія всього тіла, що виконує обертальний рух:

$$E = \frac{\omega^2}{2} \int \rho^2 dm \quad (5.2)$$

Інтеграл рівняння (5.2) називають *моментом інерції тіла* відносно осі обертання $I = \int \rho^2 dm$. Момент інерції маси ланки відносно осі обертання є мірою інертності ланки відносно цієї осі і він характеризує опір маси при дії моменту зовнішніх сил.

Для ланок правильної геометричної форми моменти інерції можна визначити аналітично за формулами, що наведені в табл. 5.1. Для ланок довільної форми використовують експериментальні методи визначення моментів інерції. В даній роботі розглянуті експериментальні методи визначення моменту інерції машинної ланки (шатуна).

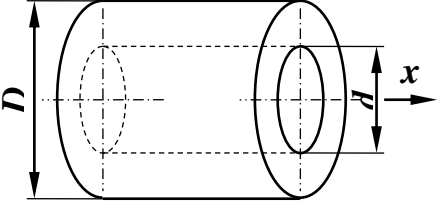
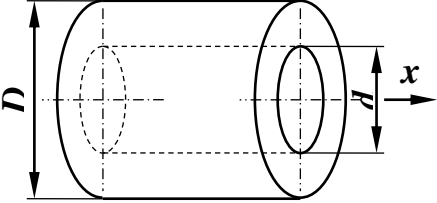
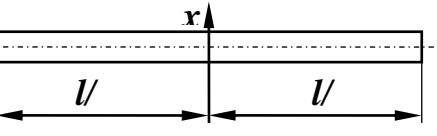
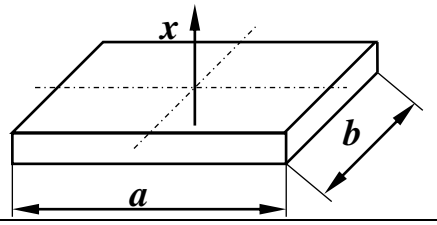
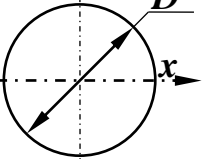
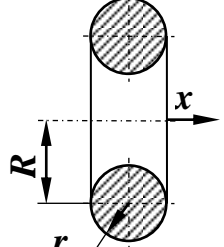
Виконання даної роботи поділяється на дві частини.

1. Визначення моменту інерції ланки методом заміщення мас

При розв'язуванні деяких задач динаміки буває доцільно масу реальної ланки, яку приймають зосередженою в центрі її ваги, замінити

двома масами, розміщеними в певних заміщувальних точках умовно невагомої ланки.

Таблиця 5.1 – Моменти інерції деяких тіл правильної геометричної форми

Найменування тіла	Ескіз тіла	Формула для визначення моменту інерції, кг·м ²
Циліндр суцільний		$I_x = \frac{mD^2}{8}$
Циліндр порожнистий		$I_x = \frac{m}{8}(D^2 - d^2)$
Стержень однорідний		$I_x = \frac{ml^2}{12}$
Паралелепіпед (пластина)		$I_x = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$
Куля		$I_x = \frac{mD^2}{10}$
Кільце		$I_x = m(R^2 + \frac{3}{4}r^2)$

Примітка. В формулах m - маса тіла

Заміщувальні точки треба вибирати так, щоб результуюча сила інерції мас, зосереджених у заміщувальних точках, дорівнювала силі інерції маси даної ланки. Для того щоб ця заміна була динамічно еквівалентна, необхідно витримати такі умови:

1) Сума заміщувальних мас повинна дорівнювати масі ланки, тобто

$$\sum_{i=1}^n m_i = m, \quad (5.3)$$

де n – кількість заміщувальних мас;

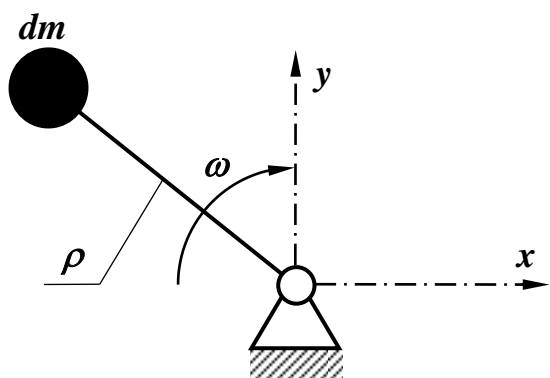
2) Сума статичних моментів заміщувальних мас відносно центра мас S ланки повинна дорівнювати нулю:

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_i y_i = 0, \quad (5.4)$$

в яких x_i, y_i – координати i -ої точки відносно осі, що проходить через центр мас S ;

3) Сума моментів інерції заміщувальних мас відносно центра мас ланки S повинна дорівнювати моменту інерції I_S ланки:

$$\sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2) = I_S, \quad (5.5)$$



де I_S – момент інерції ланки відносно осі, що проходить через її центр мас S .

Рисунок 5.1 - Обертальний рух тіла

Якщо виконуються перші дві умови (5.3) і (5.4), то таку заміну мас називають *статичним заміщенням мас*,

якщо всі три - *динамічним заміщенням мас*.

Якщо маса ланки заміщається всього двома масами і ординати $y_1=0$ і $y_2=0$ (рис. 5.2), то система рівнянь (5.3 – 5.5) матиме вигляд:

$$m_1 + m_2 = m; \quad m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 = 0; \quad m_1 \cdot x_1^2 + m_2 \cdot x_2^2 = I_S. \quad (5.6)$$

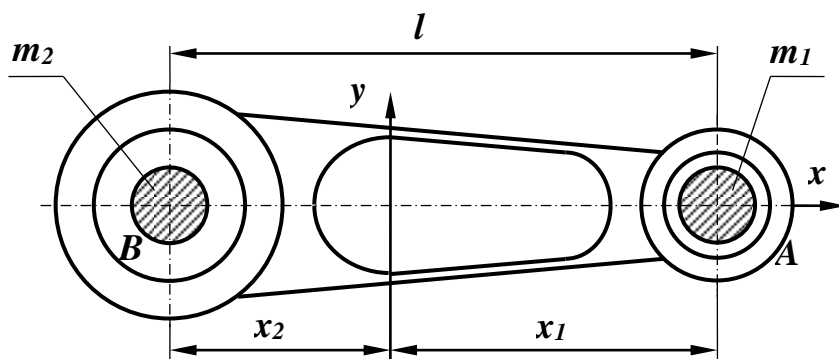


Рисунок 5.2 - Заміщення маси ланки двома масами

Заміщувальні маси m_1 і m_2 повинні лежати на одній прямій з центром мас S ланки.

У системі рівнянь (5.6) чотири невідомі величини (x_1, x_2, m_1, m_2).

Координати x_1 і x_2 знаходимо дослідом, зрівноважуючи реакцію R_B в точці B за допомогою ваги (рис. 5.3). Штатун виставляється так, щоб один його кінець опирався на

нерухому призму в точці A , а другий – на призму, що розміщена на шальці ваги в точці B , при цьому вісь шатуна повинна бути горизонтальною. Положення центра ваги (мас) S на осі симетрії ланки визначається відрізком x_1 , який отримуємо із рівнянь рівноваги ланки:

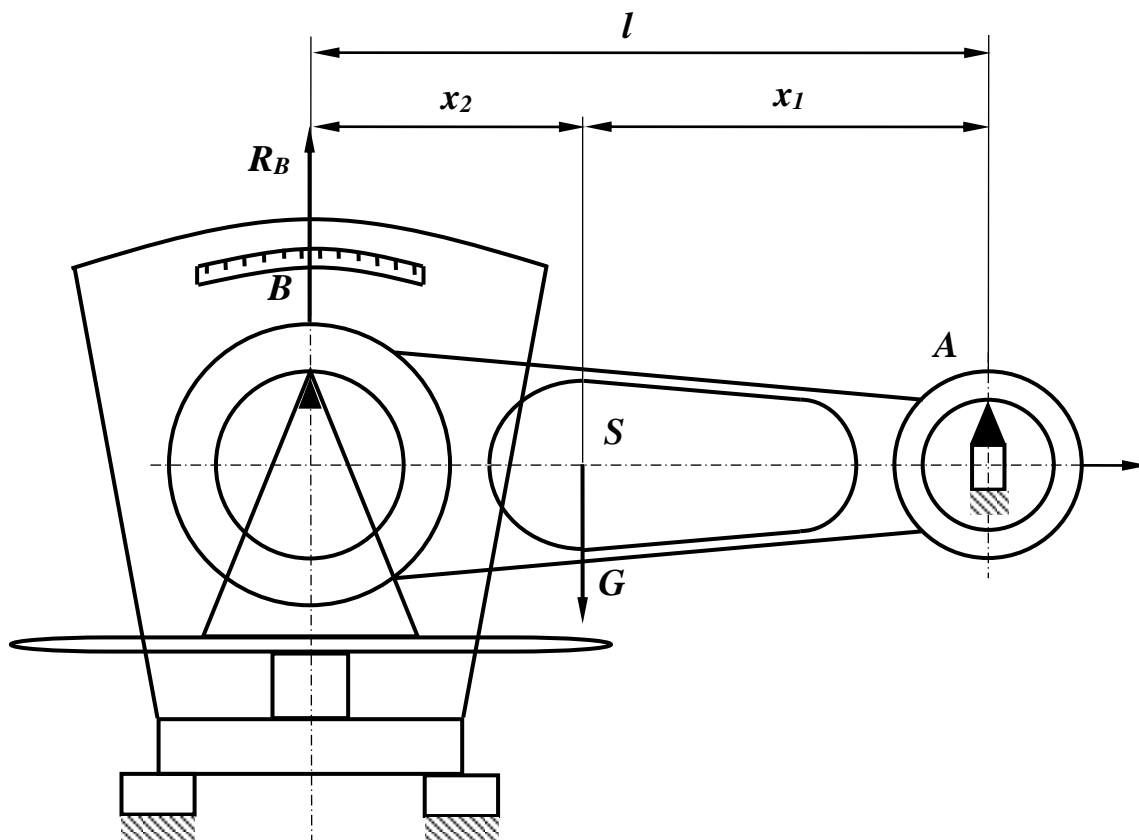


Рисунок 5.3 – Установка для визначення центра (мас) шатуна

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot l - G \cdot x_1 = 0, \quad (5.7)$$

звідки: $x_1 = \frac{R_B \cdot l}{G}$, тоді $x_2 = l - x_1$, де вагу G , H ланки визначаємо, зваживши шатун, а відстань l , m між шарнірами шатуна A і B вимірюємо штангенциркулем.

Розв'язуючи систему рівнянь (5.6), визначаємо зосереджені (заміщувальні) маси:

$$m_1 = m \cdot \frac{x_2}{l}; \quad m_2 = m - m_1 \quad (5.8)$$

В результаті, момент інерції шатуна за *першим* методом:

$$I_S = m_1 \cdot x_1^2 + m_2 \cdot x_2^2. \quad (5.9)$$

2. Визначення моменту інерції ланки методом фізичного маятника. Момент інерції мас ланок можна визначити методом фізичного маятника. *Фізичним маятником* називається тверде тіло довільної форми, яке підвішене на горизонтальній нерухомій осі. Таким фізичним маятником (рис. 5.4) є шатун, встановлений втулкою на ребро нерухомої призми.

Якщо шатун відхилити від вертикалі на деякий кут $\varphi=8^\circ \dots 10^\circ$ і відпустити, то він почне здійснювати коливання навколо точки A' . Між періодом коливання і моментом інерції маятника відносно осі підвісу існує певна залежність. Користуючись принципом Даламбера для системи сил, що діють на ланку, можна записати рівняння, яке зв'язує момент сили ваги ланки G і сумарний момент елементарних сил інерції. Після деяких перетворень рівняння матиме вигляд:

$$I_{A'} \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + G \cdot b \cdot \varphi = 0 \quad (5.10)$$

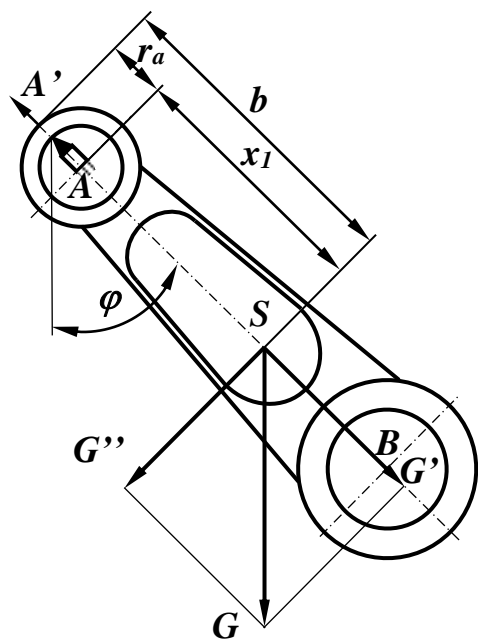


Рисунок 5.4 – Фізичний маятник

де $I_{A'}$ – момент інерції шатуна відносно точки підвісу A' , $\frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ – кутове прискорення ланки; b – відстань від точки підвісу до центра ваги. Якщо відхилення ланки від положення рівноваги малі, то в рівнянні (5.10) можна прирівняти $\sin \varphi \approx \varphi$.

Поділивши рівняння (5.10) на $I_{A'}$ і позначивши $\frac{G \cdot b}{I_{A'}} = k^2$, отримаємо диференціальне рівняння другого порядку, яке визначає гармонічний вигляд коливань:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k^2 \cdot \varphi = 0 \quad (5.11)$$

Період гармонічних коливань визначається із співвідношення:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{A'}}{G \cdot b}}, \quad (5.12)$$

звідки момент інерції ланки відносно точки A' підвісу:

$$I_{A'} = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot G \cdot b \quad (5.13)$$

Момент інерції відносно осі, що проходить центр ваги S ланки, визначаємо за формулою Штейнера:

$$I_S = I_{A'} - \frac{G}{g} \cdot b^2, \quad (5.14)$$

де $g=9,81 \text{ м/с}^2$ - прискорення сили тяжіння.

В результаті центральний момент інерції шатуна за *другим* методом:

$$I_S = G \cdot d \left(\frac{T^2}{4\pi^2} - \frac{b}{g} \right), \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \quad (5.15)$$

Величини: G – силу ваги, H ; T – період коливань, c отримуємо безпосереднім вимірюванням; $b=(x_1+r_a)$, $м$, де r_a - радіус шарніра A .

Лабораторне обладнання і приладдя

Ланка механізму - шатун; вага з набором гирок; призми (одна регульована); секундомір; штангенциркуль.

Послідовність виконання роботи

1. Визначити вагу G , H шатуна на технічній вазі.
2. Покласти шатун на призми, одну з яких відрегулювати, а другу (коротшу) поставити на вагу (шатун повинен займати горизонтальне положення). Визначити реакцію R_B , H .
3. Виміряти штангенциркулем відстань l , $м$ між точками A і B (центрами шарнірів) та радіуси r_A , $м$ і r_B , $м$ шарнірів.
4. Користуючись формулами (5.7) і (5.8), обчислити відстані x_1 , $м$ і x_2 , $м$ від точок A і B до центра S шатуна та величини m_1 , $кг$ і m_2 , $кг$ зосереджених (заміщувальних) мас.
5. Обчислити момент інерції I_S^* шатуна за формулою (5.9).
6. Підвісити шатун на призмі і, відхиливши його на $5^\circ \dots 10^\circ$, заміряти секундоміром час t , $с$ 10-ти повних коливань. Визначити період

коливань - $T = \frac{t}{10}$, $с$. Дослід повторити тричі.

7. Обчислити момент інерції I_S шатуна за формулою (5.15).
8. Обчислити відносну похибку визначення моменту інерції шатуна за

формулою:
$$\Delta I = \frac{I_S - I_S^*}{I_S} \cdot 100, \%$$

Зміст протоколу

1. Назва і мета роботи.
2. Схема установки (див. рис. 5.3 і 5.4).
3. Параметри шатуна: вага G , H ; діаметри шарнірів d_a і d_B ; відстань між центрами шарнірів l , m . Реакція R_B , H .
4. Координати заміщувальних точок A і B відносно центра ваги шатуна - x_1 і x_2 , m .
5. Зосереджені (заміщувальні) маси - m_1 , і m_2 , $кг$.
6. Момент інерції шатуна - I_s^* , $кг \cdot м^2$ за формулою (5.9).
7. Відстань від центра ваги S до точки підвісу A' шатуна - b , $м$.
8. Визначення періоду коливань – T , $с$.

№	Час 10-ти повних коливань, c	Період коливань T , c
1.	$t_1 =$	$T_1 =$
2.	$t_2 =$	$T_2 =$
3.	$t_3 =$	$T_3 =$
		$T_c = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} =$

9. Момент інерції шатуна I_s , $кг \cdot м^2$ за формулою (5.15).
10. Відносна похибка визначення моменту інерції - ΔI , %.
11. Висновки.

Контрольні запитання для самопідготовки

1. Що таке маса (фізичний зміст)? Розмірності маси, прискорення, сили в системі CI .
2. Що таке момент інерції (фізичний зміст)? Розмірність моменту інерції в системі CI .
3. Суть методу заміщувальних мас. Які умови повинні виконуватися при визначенні зосереджених заміщувальних мас?
4. Написати умови статичного і динамічного заміщення мас.
5. Що називають фізичним маятником?
6. Дайте визначення амплітуди і періоду коливань фізичного маятника.
7. Написати рівняння руху фізичного маятника.
8. Написати формулу для визначення періоду коливань фізичного маятника. Який зв'язок між періодом і частотою коливань фізичного маятника.
9. Як визначається радіус інерції?
10. Як визначаються абсолютна і відносна похибки?

Динамічне балансування ротора з відомим розташуванням незрівноважених мас

Мета роботи: вивчити практичний метод зрівноважування обертових ланок при заданому розташуванні незрівноважених мас.

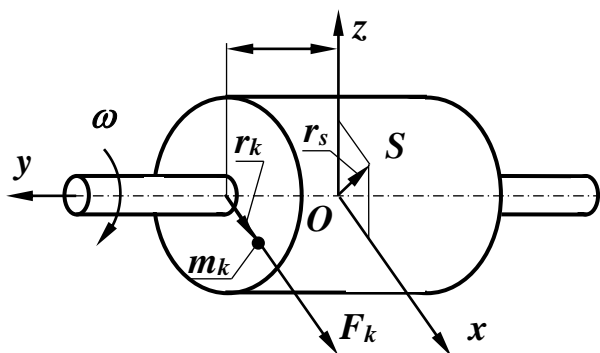
Теоретичні відомості

У сучасних швидкохідних машинах використовується велика кількість обертових ланок (ротори електродвигунів, турбін, барабани тощо). Наприклад, в турбінах і гіроскопах частота обертання ланок досягає **30000 об/хв** і вище. На деяких валах разом з деталями симетричної форми знаходяться кулачки, ексцентрики і інші тіла, що мають несиметричну форму і викликають зміщення з осі обертання спільного центра мас обертової системи. При підвищених швидкостях від незначного зміщення спільного центра мас системи з осі обертання виникають значні сили інерції. Наприклад, при обертанні незрівноваженої маси $m=0,01$ кг на радіусі $r=1$ м з частотою обертання $n=30000$ об/хв, незрівноважена сила інерції дорівнює

$$F_{in} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30} \right)^2 \cdot r = 0,01 \cdot \left(3,14 \cdot \frac{30000}{30} \right)^2 \approx 100000 \text{ Н.}$$

Ротором в теорії балансування називають будь-яку ланку механізму, що здійснює обертальний рух. Балансування роторів набуло особливого значення у зв'язку з підвищенням частоти обертання ланок, що призводить до різкого збільшення сил і моментів сил інерції від незрівноважених мас.

Заходи, що направлені на ліквідацію незрівноваженості обертових ланок, називаються *балансуванням*.



Рисунки 6.1 – Зрівноважування сил інерції

В роботі приводиться приклад зрівноважування сил інерції ротора, який обертається з постійною кутовою швидкістю ω навколо своєї осі (рис. 6.1). На рисунку позначено: m_k – маса ротора; r_s – зміщення центра мас S відносно осі обертання. Сила інерції елементарної маси m_k дорівнює F_k . Результуюча сила інерції ротора

$$\bar{F}_{in} = \omega^2 \sum_{k=1}^n m_k \cdot \bar{r}_k, \quad (6.1)$$

а результуючий момент від сил інерції

$$\overline{M}_{in} = \omega^2 \sum_{K=1}^n m_K \cdot \overline{r}_K \cdot l_K, \quad (6.2)$$

де l_K – відстань від елементарної маси m_K до площини зрівноважування.

При повному зрівноважуванні обертових мас необхідно, щоб головний вектор сил інерції \overline{M}_{in} дорівнював нулю. Оскільки із умови задачі $\omega \neq 0$, то з рівнянь (6.1) і (6.2) випливає, що умовою статичної зрівноваженості ланки є рівність нулю статичних моментів мас, тобто

$$\sum_{K=1}^n m_K \cdot \overline{r}_K = 0, \quad (6.3)$$

а умовою динамічного зрівноважування – рівність нулю відцентрових моментів, тобто

$$\sum_{K=1}^n m_K \cdot \overline{r}_K \cdot l_K = 0. \quad (6.4)$$

Переходимо до розв'язування поставленої задачі. Розглянемо обертовий ротор (рис. 6.2), на трьох проміжних дисках I , 2 , 3 якого встановлені незрівноважені маси m_1 , m_2 , m_3 . Положення їх на дисках задані радіусами-векторами \overline{r}_1 , \overline{r}_2 і \overline{r}_3 та кутами α_1 , α_2 і α_3 . Позначимо крайні диски, на яких будуть встановлені противаги (лівий і правий), відповідно I і II , вважаючи, що це площини зрівноважування. Відстань між крайніми дисками позначимо через l , а відстань від дисків I , 2 , 3 до площини зрівноваження – l_1 , l_2 , l_3 . Масу противаги при статичному зрівноваженні позначимо m_n , а радіус-вектор, який позначає положення центра мас (ваги), через \overline{r}_n . Тоді умова зрівноваження ротора записується:

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot \overline{r}_i + m_n \cdot \overline{r}_n = 0, \quad (6.5)$$

де добуток маси на радіус $m \cdot r$ називають статичним дисбалансом.

Як відомо із теоретичного курсу, для повного зрівноваження ротора необхідно встановити дві противаги, які розміщують у двох площинах (дисках I і II). Позначимо маси цих противаг m_I і m_{II} , а положення їх на дисках – радіусами-векторами r_I і r_{II} та кутами α_I і α_{II} . Тоді умови повного (динамічного) зрівноваження можна записати у такому вигляді:

$$m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + m_3 \cdot r_3 + m_I \cdot r_I + m_{II} \cdot r_{II} = 0, \quad (6.6)$$

$$m_1 \cdot r_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot r_2 \cdot l_2 + m_3 \cdot r_3 \cdot l_3 + m_I \cdot r_I \cdot l + m_{II} \cdot r_{II} \cdot l = 0. \quad (6.7)$$

У рівнянні (6.7) добуток маси на радіус і на відповідну координату

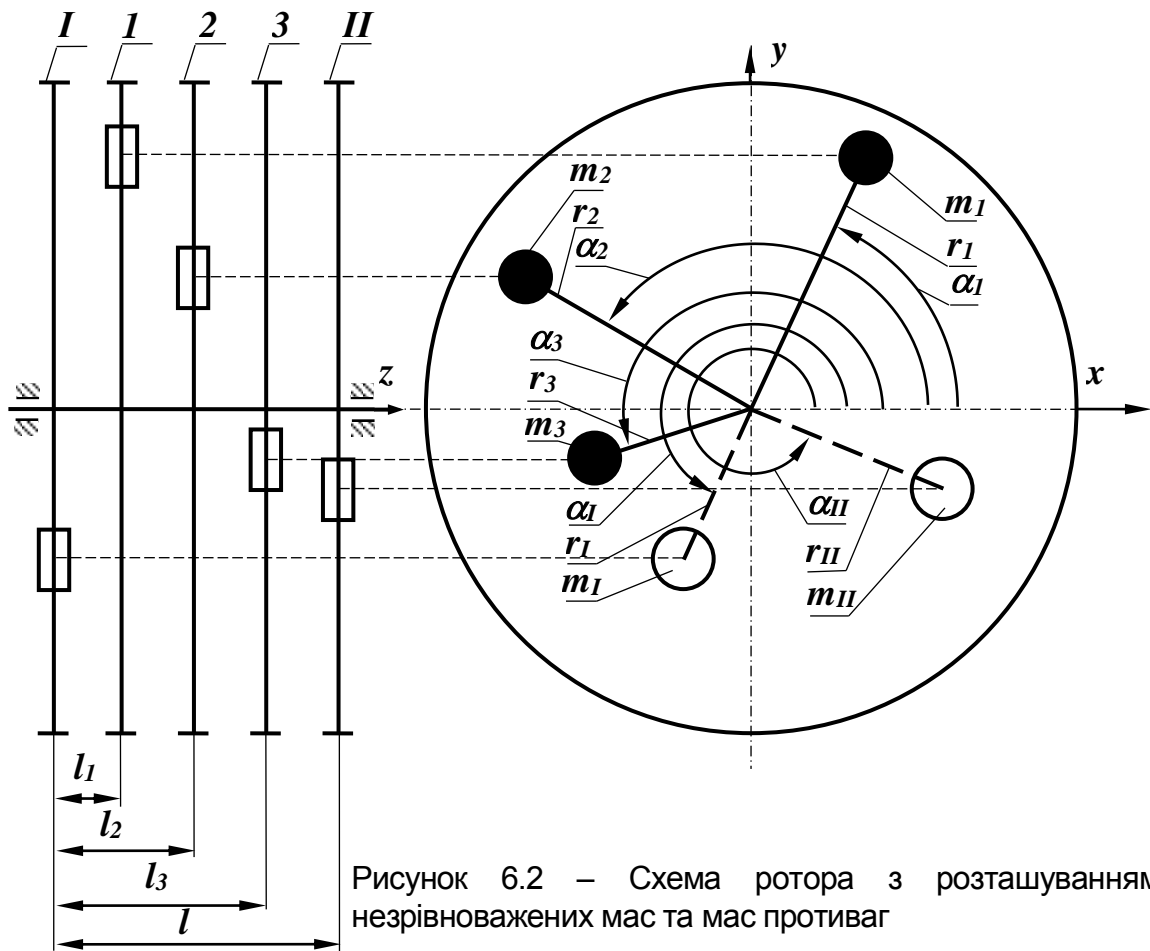


Рисунок 6.2 – Схема ротора з розташуванням незрівноважених мас та мас противаг

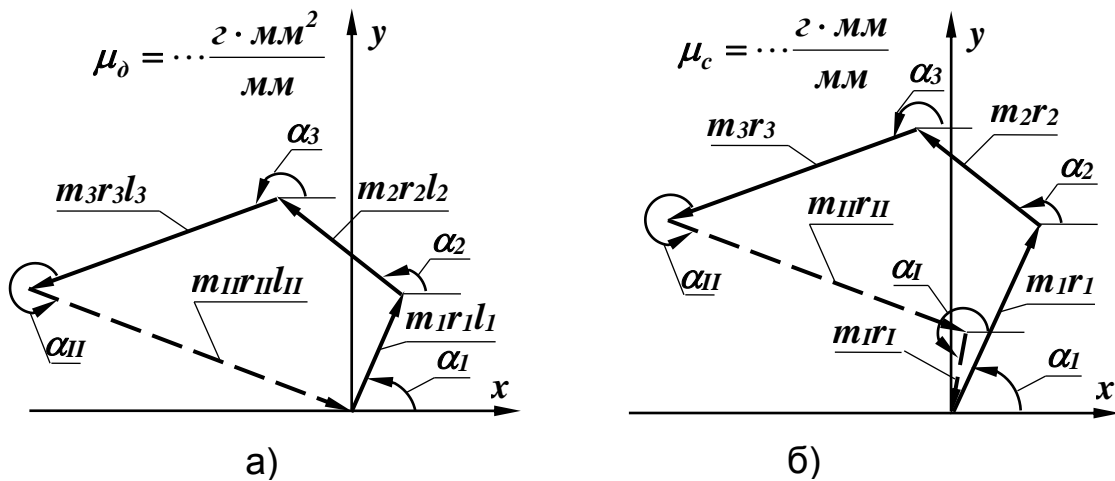


Рисунок 6.3 – Плани динамічних (а) і статичних (б) дисбалансів вздовж осі Z ($m \cdot r \cdot l$) називають *динамічним дисбалансом*.

Зручним і наочним є графічний метод розв'язання цих рівнянь. При динамічному зрівноваженні спочатку будують векторний багатокутник (план) відцентрових моментів інерції (динамічних дисбалансів – див. рис.

6.3, а) за рівнянням (6.7), задавшись попередньо масштабним коефіцієнтом

$$\mu_0 = \dots \frac{z \cdot \text{мм}^2}{\text{мм}}$$

. При цьому вектори відцентрових моментів інерції зручно повернути на 90° так, щоб вони збігалися з напрямками відповідних сил інерції. Модуль замикального вектора многокутника динамічних дисбалансів (рис. 6.3а) дорівнює добутку $m_{II} \cdot r_{II} \cdot l$, де l - відома відстань між площинами зрівноваження (крайніми дисками **I** і **II**). З цього добутку легко визначити радіус r_{II} , враховуючи, що в даній роботі використовуються тільки наявні противаги з масами: **40**, **50**, **60** і **70 г**. Тоді, вибравши одну з цих мас як m_{II} , знайдемо r_{II} , мм:

$$r_{II} = \frac{(m_{II} \cdot \bar{r}_{II} \cdot l) \cdot \mu_0}{m_{II} \cdot l},$$

де $(m_{II} \cdot \bar{r}_{II} \cdot l)$ – модуль вектора в мм із плану динамічних дисбалансів, а m_{II} , z і l , мм – дійсні їх значення.

Визначивши r_{II} , треба пам'ятати, що його значення повинно знаходитись в межах (**40...90**) мм. Інакше масу m_{II} не можна буде закріпити на диску. Якщо ця умова не виконується, треба змінити вихідні дані (маси, радіуси чи кути). Напрямок замикального вектора $(m_{II} \cdot r_{II} \cdot l)$ на кресленні визначає положення маси m_{II} на диску і схемі механізму, тобто кут α_{II} , радіус r_{II} .

Далі за рівнянням (6.6), визначивши значення статичних моментів (статичних дисбалансів): $m_1 \cdot r_1$, $m_2 \cdot r_2$, $m_3 \cdot r_3$ і $m_{II} \cdot r_{II}$, будемо в

$$\mu_c = \dots \frac{z \cdot \text{мм}}{\text{мм}}$$

масштабі векторний многокутник (план) статичних дисбалансів (рисунок 6.3б). У цьому многокутнику невідомою величиною буде замикальний вектор, зображений на кресленні пунктиром, модуль якого дорівнює добутку $m_I \cdot r_I$. Задаючись значенням маси противаги m_I , знаходимо

$$r_I = \frac{(m_I \cdot \bar{r}_I \cdot l) \cdot \mu_c}{m_I},$$

де $(m_I \cdot \bar{r}_I)$, мм – модуль вектора в мм із плану статичних дисбалансів, а m_I , z – дійсне значення. Кут α_I і радіус r_I визначають положення маси противаги m_I на диску **I** і на схемі установки.

Лабораторне обладнання і приладдя

Лабораторна установка ТММ-35М, креслярське приладдя (лінійка, циркуль, транспорир) та калькулятор.

Установка ТММ-35М складається із ротора, фрикційного приводу та плити із стояками (рис. 6.4). Ротор виконаний у вигляді вала **1**, на якому вільно насаджені п'ять дисків **2** на відстані **80 мм** один від одного. На крайніх дисках розташовуються противаги, три середні служать для встановлення незрівноважених мас. В осьовому напрямку переміщення

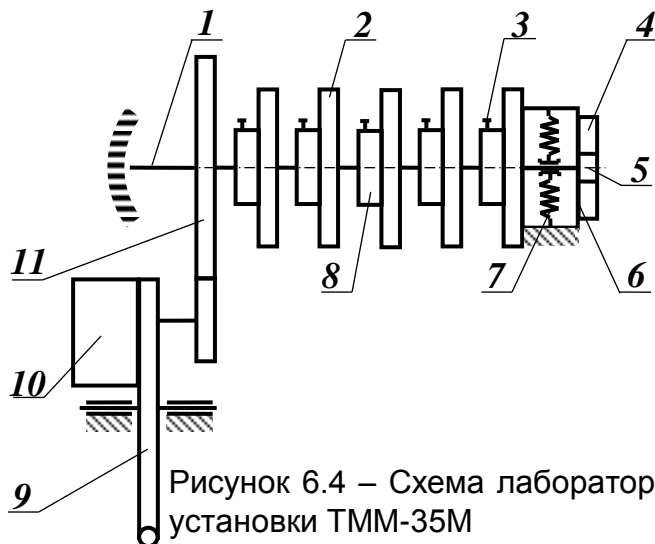


Рисунок 6.4 – Схема лабораторної установки ТММ-35М

дисків обмежується кільцями **8**, які жорстко закріплені на валу. Кільця мають шкалу з градуюванням через один градус для встановлення кута повороту диска по рисці, нанесеній на диску. Диски фіксуються гвинтами і мають два наскрізні пази: один для кріплення незрівноважених мас, другий для кріплення противаг. На кожному диску поруч з пазом є шкала, яка дозволяє встановити

незрівноважені маси і противаги на потрібній відстані від осі обертання вала ротора. Ротор встановлено на двох стояках. Лівий кінець вала опирається на сферичний підшипник, який допускає поворот вала у горизонтальній площині. Правий кінець вала ротора з радіальним підшипником вмонтований в каретці **6**. Каретка може пересуватися на роликах **5** по напрямній **4** у горизонтальній площині і утримується в центральному положенні пружинами **7**. Ротор приводиться в рух від електродвигуна **10** за допомогою фрикційної передачі. Електродвигун змонтований біля лівого стояка на важелі **9**, який може виконувати коливальний рух. Під важелем розміщена пускова кнопка подвійної дії. Натиском рукоятки важеля „вниз” фрикційний диск притискається до шківів **11** і вмикає електродвигун, який розганяє ротор. При звільненні рукоятки під дією ваги електродвигуна фрикційна передача і двигун вимикаються. Установка має комплект тягарців (**40, 50, 60, 70 г**), які необхідні для створення дисбалансу і зрівноваження.

Послідовність виконання лабораторної роботи

1. Ознайомитися з методикою виконання роботи.

2. Одержати завдання у викладача та записати вихідні дані: значення незрівноважених мас (m_1, m_2, m_3); радіусів (r_1, r_2, r_3); кутів ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) в таблицю 6.1 змісту звіту.

3. Обчислити значення динамічних дисбалансів ($m_i \cdot r_i \cdot l_i$) і статичних дисбалансів ($m_i \cdot r_i$) та побудувати в масштабі замкнені векторні многокутники (див. рис. 6,3 а, б), звідки визначити величини добутоків $m_{II} \cdot r_{II} \cdot l$ і $m_I \cdot r_I$, вимірявши відповідні відрізки. Задавшись масами m_{II} і m_I , знайти величини радіус-векторів \bar{r}_I і \bar{r}_{II} . Кути α_I і α_{II} виміряти безпосередньо з побудови планів динамічних і статичних дисбалансів.

4. Встановити в пазах відповідних дисків задані незрівноважені маси (m_1, m_2, m_3) на радіусах (r_1, r_2, r_3) та маси противаг (m_I, m_{II}).

5. Встановити диски згідно з заданими ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) та визначеними (α_I, α_{II}) кутами.

6. Прокручуючи вал з дисками вручну, слід переконатися, що ротор статично зрівноважений.

7. Ввімкнути установку і розкрутити ротор та переконатися, що він динамічно зрівноважений – правий кінець ротора не повинен коливатися.

8. Оформити звіт про роботу.

Зміст звіту

1. Назва та мета роботи.
 2. Таблиця вихідних даних
- Таблиця 6.1 – Вихідні дані

Задані значення								
Маса, г			Радіус, мм			Кути, град		
m_1	m_2	m_3	r_1	r_2	r_3	α_1	α_2	α_3

3. Схема ротора з розташуванням незрівноважених мас та мас противаг (див. рис. 6.2).

4. Обчислення значень динамічних дисбалансів ($m_i \cdot r_i \cdot l_i$) і статичних дисбалансів ($m_i \cdot r_i$).

5. Плани динамічних і статичних дисбалансів (див. рис. 6.3).

6. Визначення значень результатів розрахунку та занесення їх в табл. 6.2.

Таблиця 6.2 – Результати розрахунків та вимірювань

Визначені значення									
Маса, г		Радіус, мм		Кути, град		Відстані, мм			
m_I	m_{II}	\bar{r}_I	\bar{r}_{II}	α_I	α_{II}	l_1	l_2	l_3	l

7. Висновки.

Контрольні запитання для самопідготовки

1. Задачі статичного і динамічного балансування обертових мас.
2. Яка маса є статично зрівноваженою, а яка – динамічно?
3. Як виконується балансування ланок статично і динамічно? Суть графічного способу визначення величин і розміщення противаг при статичному і динамічному зрівноваженні.

4. Написати рівняння статичного і динамічного зрівноваження мас, розміщених у паралельних площинах. Скільки противаг потрібно для статичного і динамічного зрівноваження?
5. Як обчислити масштабні коефіцієнти побудови многокутників статичних і динамічних дисбалансів?
6. Як визначити величину відрізків, які відображають відповідні дисбаланси і, навпаки, знаючи ці відрізки, обчислити відповідні дисбаланси?
7. Чому необхідно зрівноважувати сили інерції в роторах?
8. При яких умовах виникає явище резонансу?
9. Поясніть будову та принцип дії лабораторної установки.

Лабораторна робота № 7

Дослідження кінематики та синтез кулачкового механізму

Мета роботи: ознайомитись з будовою та методами кінематичного дослідження кулачкових механізмів та виконати синтез профілю кулачка за даним законом руху штовхача з використанням ЕОМ.

Теоретичні відомості

Кулачкові механізми призначаються для перетворення безперервного руху ведучої ланки (кулачка) у зворотно-поступальний або коливальний рух із зупинками веденої ланки (штовхача) за наперед заданим законом.

Кулачковим називається механізм (рис. 7.1), до складу якого входять

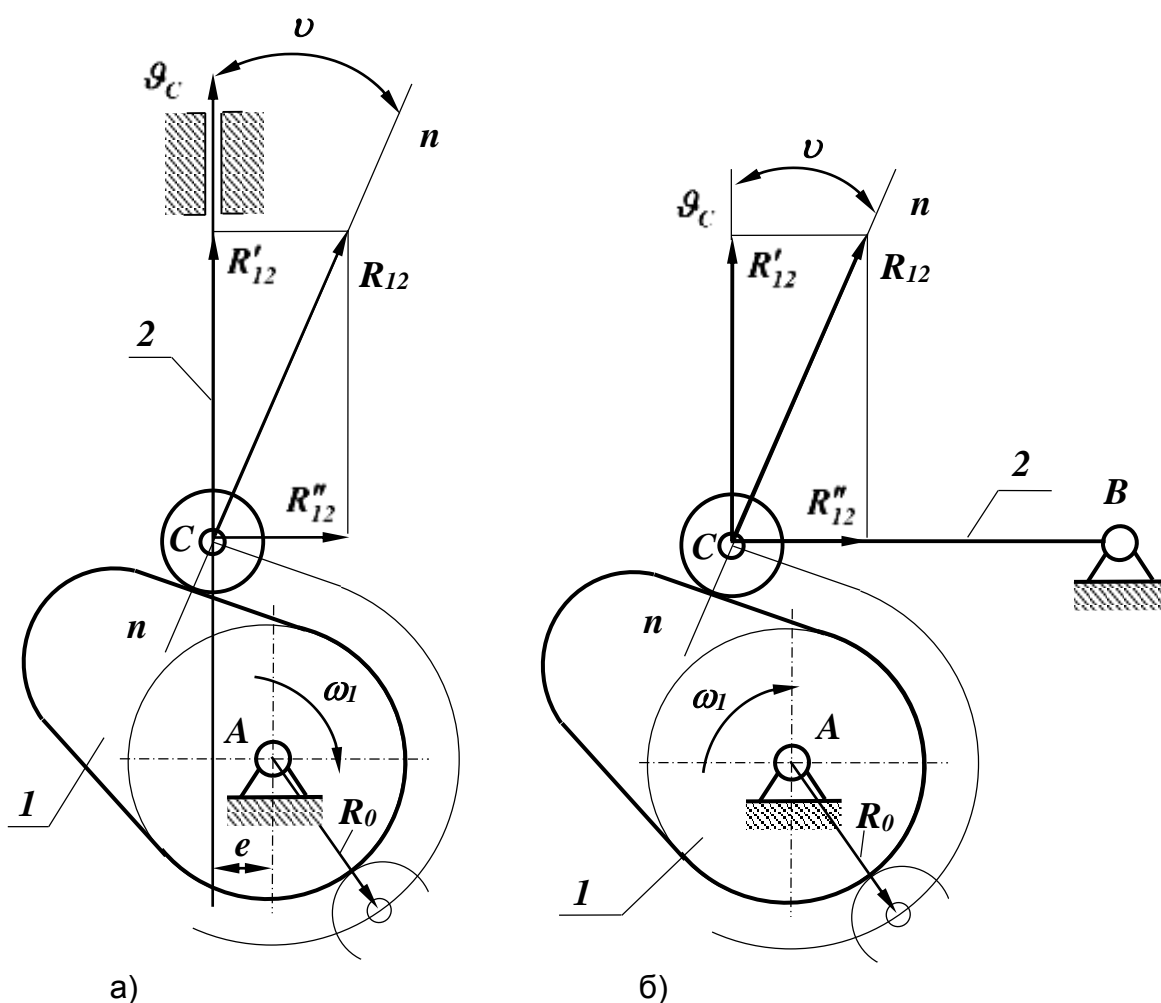


Рисунок 7.1 – Типові схеми плоских механізмів з обертовим кулачком кулачок 1 , штовхач (коромисло) 2 і стаяк θ .

В залежності від призначення всі кулачкові механізми можна поділити на дві групи. До першої групи відносяться такі механізми, у яких закон руху веденої ланки повинен бути відтворений за законом, що задовольняє заданому технологічному процесу.

До другої групи відносяться механізми, які повинні здійснювати переміщення веденої ланки із одного крайнього положення в інше за заданий час або при повороті кулачка на заданий кут, при цьому закон руху веденої ланки може бути різним.

Кулачком називається ведуча ланка, яка надає веденій ланці заданий рух, закон якого визначається профілем кулачка. Профіль кулачка – це крива, яка отримана в перерізі робочої поверхні кулачка з площиною, перпендикулярною до осі його обертання. Штовхач – це ведена ланка, що взаємодіє з робочою поверхнею кулачка своїм наконечником, який за формою може бути гострокінцевим, плоским або роликівим.

Кулачкові механізми бувають просторові і плоскі. Найбільшого поширення набули плоскі механізми з обертовим кулачком I , дві типові схеми яких зображені на рис. 7.1. На рис. 7.1, а показано кулачковий механізм, в якому вихідна ланка 2 (штовхач) здійснює поступальний рух, а на рис. 7.1, б – кулачковий механізм, в якому вихідна ланка 2 (коромисло) здійснює коливальний рух. Кулачкові механізми називають центральними, якщо вісь штовхача проходить через центр обертання кулачка (рис. 7.1, а, $e=0$), або дезаксіальні (позацентрові), якщо вісь штовхача зміщена відносно центра обертання кулачка (рис. 7.1, а, $e \neq 0$).

На рис. 7.2, а, б, показані профіль кулачка з його основними параметрами і типова діаграма переміщення штовхача. Кулачок характеризується такими основними параметрами (рис. 7.2, а): R_{min} – мінімальний радіус кулачка, який з'єднує центр обертання кулачка з найближчою точкою на його профілі; R_{max} – максимальний радіус кулачка, який з'єднує центр обертання кулачка з найбільш віддаленою точкою його профілю; h – хід штовхача – це різниця максимального і мінімального радіусів кулачка. До основних параметрів кулачка належать також профільні кути (для центральних кулачкових механізмів вони рівні фазовим кутам повороту кулачка і відповідають фазам руху штовхача, а саме: віддалення, верхнього вистою, наближення і нижнього вистою): кут віддалення φ_v – центральний кут, який опирається на дугу bc , з'єднуючи крайні точки дуг мінімального та максимального радіуса кулачка; кут верхнього вистою φ_{vv} – центральний кут кулачка, який опирається на дугу cd максимального радіуса (штовхач при повороті кулачка на кут φ_{vv} залишається нерухомим і перебуває на максимальній віддалі від центра O); кут наближення φ_n – центральний кут кулачка, який опирається на дугу da , яка з'єднує крайні точки дуг максимального і мінімального радіусів кулачка; кут нижнього вистою φ_{nv} – центральний кут, який опирається на дугу av мінімального радіуса (при обертанні кулачка на кут φ_{nv} штовхач не рухається і перебуває в нижньому положенні).

Робочим кутом φ_p кулачка називається центральний кут, який дорівнює сумі кутів віддалення, дальнього вистою і наближення:

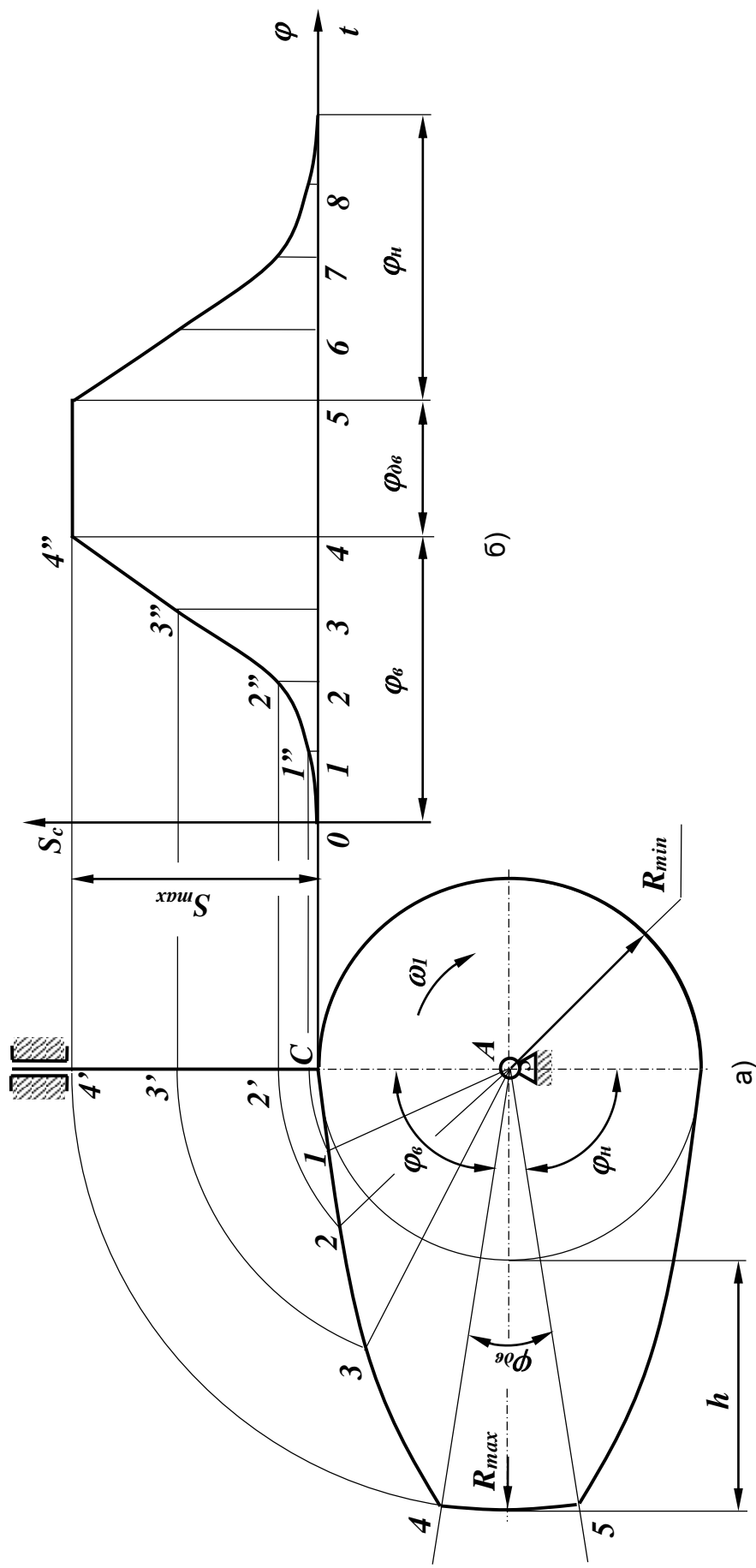


Рисунок 7.2 – Профіль кулачка з основними параметрами (а) та типова діаграма переміщення штовхача (б)

$$\varphi_p = \varphi_\epsilon + \varphi_{\epsilon\epsilon} + \varphi_n.$$

Радіус ρ , який з'єднує довільну точку на профілі кулачка з центром O , називається *радіус-вектором* профілю кулачка.

Задача кінематичного дослідження – визначення закону руху веденої ланки за даними розмірами кулачкового механізму і законом руху кулачка. Тобто, встановлюють залежність:

$$S = S(t); \mathcal{V} = \mathcal{V}(t); a = a(t),$$

де S , \mathcal{V} , a – переміщення, швидкість і прискорення штовхача, відповідно; t – час повороту кулачка.

Закон руху веденої ланки переважно вибирають, враховуючи конкретні особливості роботи механізму. При цьому стараються зменшити прискорення веденої ланки, а отже, і інерційні навантаження. В більшості випадків необхідна плавна зміна швидкості і прискорення. Миттєва зміна швидкості за величиною, при якій прискорення наближається до нескінченності, призводить до появи *жорстких* ударів. При такій зміні швидкості сили інерції теоретично миттєво зростають до нескінченності. Небажана також миттєва зміна прискорень, внаслідок чого виникають *м'які* удари. Тому при проектуванні кулачкових механізмів задаються законом зміни прискорення, а закон зміни переміщення веденої ланки отримують в результаті двократного інтегрування заданого закону зміни прискорення.

В кулачкових механізмах використовують декілька законів руху веденої ланки.

Закон зміни прискорення за синусоїдою (рис.7.3, а). При такому законі руху веденої ланки всі три криві, тобто переміщення, швидкості і прискорення неперервні. Цей закон задовольняє вимоги роботи на високих швидкостях (вібрації, зношування і шум незначні). М'які і жорсткі удари відсутні. Цей закон створює плавний підйом веденої ланки, тому його доцільно використовувати для швидкохідних кулачкових механізмів.

Закон зміни прискорення за косинусоїдою (рис.7.3, б). При такому законі руху веденої ланки криві переміщення і їх швидкості неперервні. Крива прискорення на початку і в кінці має стрибкоподібну зміну величини, що викликає *м'які удари*, а отже на значних швидкостях шум, вібрації і підвищене зношування.

Параболічний закон або *закон постійного прискорення* (рис.7.3, в). При такому законі руху жорсткі удари відсутні. Прискорення має постійну величину, але миттєва зміна прискорення викликає *м'які удари*.

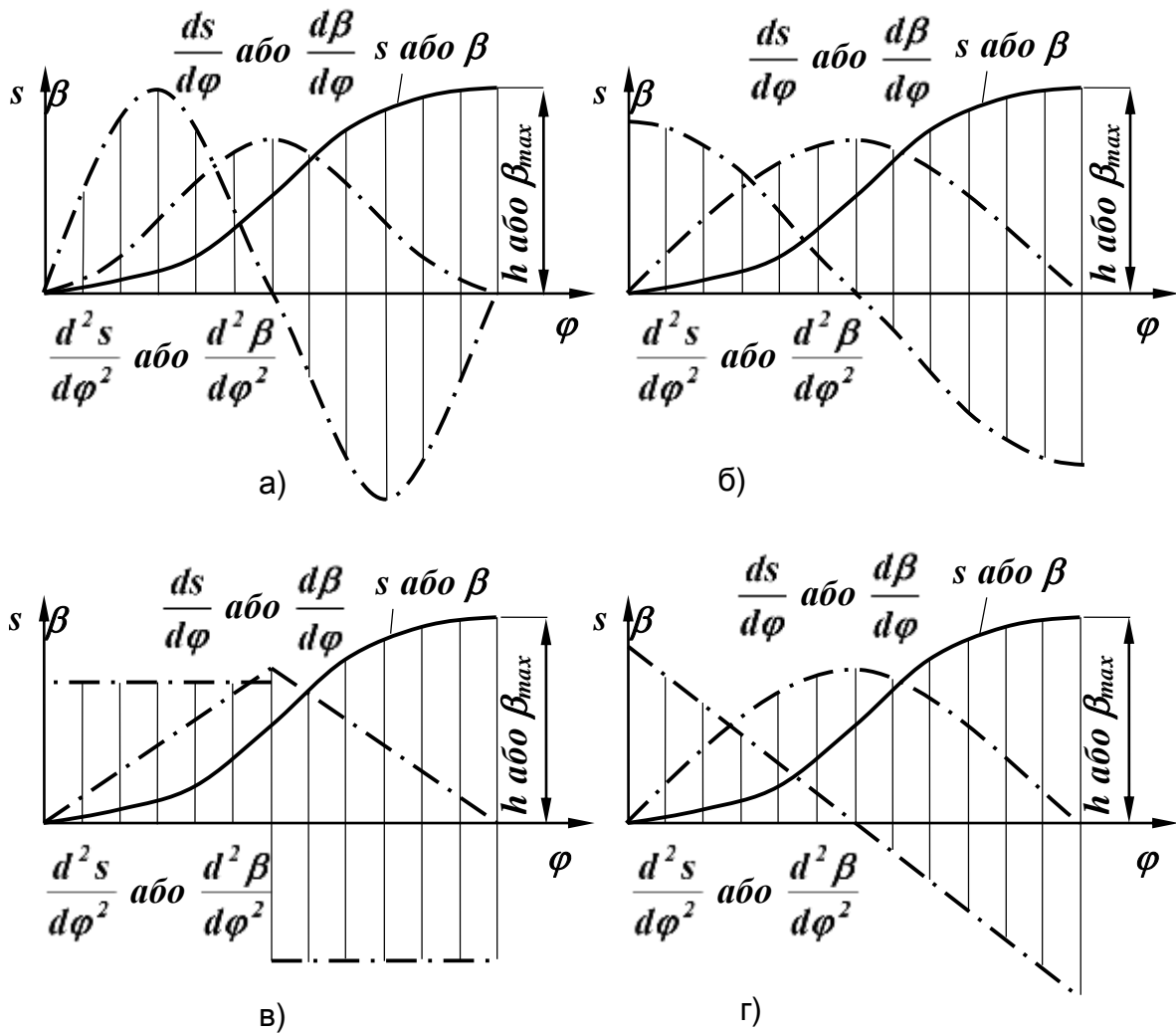


Рисунок 7.3 – Закони руху веденої ланки

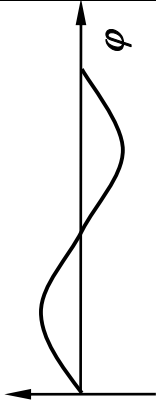
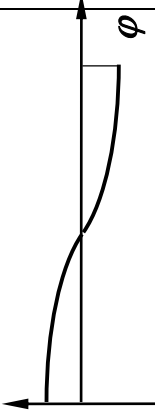
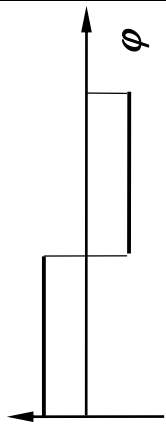
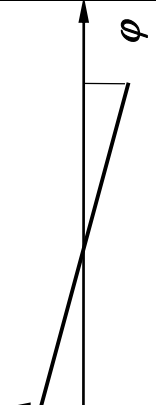
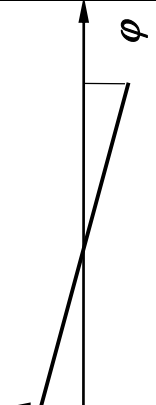
Закон руху з постійним прискоренням (рис.7.3, г). Характеристики цього закону аналогічні закону зміни прискорення за косинусоїдою. Застосовують цей закон для середніх швидкостей.

Розглянуті вище закони руху веденої ланки можуть бути задані аналітично (табл. 7.1). За даними, що беруться із табл. 7.1, викреслюють діаграми переміщень веденої ланки.

Найбільш простим і наочним методом проведення кінематичного аналізу механізмів є графічний метод. Він дозволяє проаналізувати закономірності руху ланок, зміни їх швидкості та прискорення за повний цикл руху. Кінематичним циклом руху механізму називають послідовність переміщень його ланок за період зміни координати ведучої ланки.

Графічний метод кінематичного аналізу кулачкового механізму ґрунтується на побудові кінематичних діаграм. Розпочинають кінематичне дослідження з побудови діаграми $S = S(t)$ за заданим профілем кулачка. Як приклад, розглянемо побудову діаграми $S = S(t)$ для точки C штовхача (рис.7.2 а, б). Спочатку визначають переміщення точки C штовхача відносно

Таблиця 7.1 – Типові закони руху в аналітичній формі

Діаграма прискорення $\frac{d^2 s}{d\varphi^2}$ або $\frac{d^2 \beta}{d\varphi^2}$		Закон руху штовхача (прямий хід)	
1		для механізму рис.7.1 а	для механізму рис.7.1 б
2		$s = s_0 + h \left[\frac{\varphi}{\varphi_b} - \frac{1}{2\pi} \sin \left(2\pi \frac{\varphi}{\varphi_b} \right) \right]$	$\beta = \beta_0 + \alpha_{max} \left[\frac{\varphi}{\varphi_b} - \frac{1}{2\pi} \sin \left(2\pi \frac{\varphi}{\varphi_b} \right) \right]$
3		$s = s_0 + \frac{h}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi \varphi}{\varphi_b} \right) \right]$	$\beta = \beta_0 + \frac{\beta_{max}}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi \varphi}{\varphi_b} \right) \right]$
4		$s = s_0 + 2h \left(\frac{\varphi}{\varphi_b} \right)^2; 0 \leq \varphi \leq \frac{\varphi_b}{2};$ $s = s_0 + h - 2h \left(\frac{\varphi_b - \varphi}{\varphi_b} \right)^2; \frac{\varphi_b}{2} \leq \varphi \leq \varphi_b$	$\beta = \beta_0 + 2\beta_{max} \left(\frac{\varphi}{\varphi_b} \right)^2; 0 \leq \varphi \leq \frac{\varphi_b}{2};$ $\beta = \beta_0 + \beta_{max} - 2\beta_{max} \left(\frac{\varphi_b - \varphi}{\varphi_b} \right)^2; \frac{\varphi_b}{2} \leq \varphi \leq \varphi_b$
4		$s = s_0 + h \left[3 \left(\frac{\varphi}{\varphi_b} \right)^2 - 2 \left(\frac{\varphi}{\varphi_b} \right)^3 \right]$	$\beta = \beta_0 + \beta_{max} \left[3 \left(\frac{\varphi}{\varphi_b} \right)^2 - 2 \left(\frac{\varphi}{\varphi_b} \right)^3 \right]$

крайнього її положення (точка O). Для цього через центр A обертання кулачка проводять промені: $A1, A2, A3, \dots$ під рівними кутами φ . Якщо із центру A зробити засічку радіусом $A1$ на осі руху штовхача, то відрізок $(O-1')$ буде дорівнювати переміщенню штовхача при повороті кулачка на кут φ з нульового в перше положення. Аналогічно відрізок $(O-2')$ буде дорівнювати переміщенню штовхача при повороті кулачка на кут 2φ з нульового в друге положення і т.д. Визначивши переміщення $(O-1'), (O-2'), (O-3'), \dots$, будують в довільно вибраних масштабах μ_φ і μ_s діаграму $S_c = S_c(\varphi)$ (рис. 7.2 б).

Для побудови діаграм аналога швидкості $S' = S'(\varphi)$ та аналога прискорень $S'' = S''(\varphi)$ діаграму $S = S(\varphi)$ двічі диференціюють, використовуючи метод хорд (див. рис.).

При проектуванні кулачкового механізму основна задача – побудова профілю кулачка для відтворення необхідного закону руху веденої ланки за відомим законом руху кулачка. Для проектування необхідні такі *вихідні дані*: а) кінематична схема механізму; б) закон руху кулачка ($\omega_k = \text{const}$); в) закон руху веденої ланки $S = S(\varphi)$ або $\beta = \beta(\varphi)$; г) робочий кут $\varphi_p = \varphi_\epsilon + \varphi_{\delta\epsilon} + \varphi_n$; д) максимальний хід штовхача h або кутовий хід β_{max} . При цьому у більшості випадків ставиться умова: отримати механізм найменших розмірів за відсутності його заклинювання.

Одним із критеріїв, який впливає на розміри кулачкового механізму, є кут тиску. *Кутом тиску* ν (рис. 7.1) називається кут, що утворений між напрямом нормалі $n-n$ до профілю кулачка і лінією швидкості \mathcal{V}_C центра ролика штовхача. При цьому приймають для штангових кулачкових механізмів (рис. 7.1а) $\nu_{max} \leq \frac{\pi}{6}$, а для коромислових (рис. 7.1б) - $\nu_{max} \leq \frac{\pi}{4}$. Якщо значення ν більше вказаних, можливе заклинювання механізму.

Мінімальний радіус теоретичного профілю кулачка визначають за формулою

$$R_{min} = \left[\frac{\frac{ds}{d\varphi} \pm e}{tg \nu_{max}} - S_c \right] + e^2,$$

де S_c - переміщення центра ролика C ; φ – кут повороту кулачка; e – дезаксіал.

Задачу щодо визначення мінімального радіуса кулачка R_{min} можна розв'язати аналітично або графічно.

Лабораторне обладнання і приладдя

Лабораторну роботу виконують на експериментальній установці, схема якої зображена на рис. 7.4, що являє собою діючу модель кулачкового коромислового механізму.

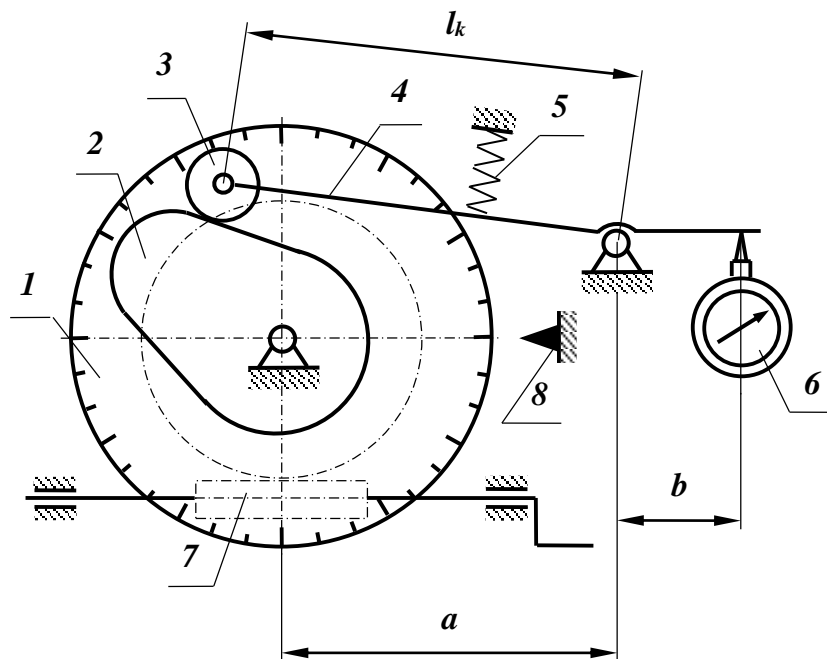


Рисунок 7.4 – Модель кулачкового коромислового механізму

Установка для визначення закону руху коромисла **4** залежно від кута повороту кулачка **2** складається з панелі, на якій змонтована черв'ячна передача з ведучим черв'яком **7**. На валу черв'ячного колеса закріплена шкала **1**, що обертається разом з ним, і кулачок **2**. Для визначення кута повороту кулачка є стрілка **8**, що служить для відліку кута повороту на шкалі **1**. Для замикання вищої кінематичної пари, створеної кулачком **2** і роликком **3**, коромисло притискається пружиною **5**. Переміщення коромисла визначається за допомогою індикатора **6**.

Послідовність виконання роботи

1. Познайомитися з будовою і принципом дії кулачкового механізму.
2. Заміряти: R_{min} – найменший радіус кулачка; l_k – довжину коромисла; a – відстань між осями обертання коромисла і кулачка; b – відстань від осі обертання коромисла до осі штока індикатора.
3. Плавнo повертаючи кулачок, встановити коромисло в крайньому нижньому положенні на початку кута віддалення.
4. Повертаючи кулачок, через кожні 20° зафіксувати показання індикатора і дані занести в табл. 7.2 (див. зміст звіту).
5. Побудувати діаграму $S=S(\varphi)$ та профіль кулачка, визначивши попередньо масштаби побудови.
6. Методом графічного диференціювання побудувати діаграму $S'=S'(\varphi)$ і $S''=S''(\varphi)$.
7. Провести аналіз побудованих діаграм.
8. Використовуючи вихідні дані для синтезу кулачкового механізму (індивідуальне завдання курсового проекту) та методику синтезу кулачкових механізмів на ЕОМ [3], виконати розрахунок основних параметрів кулачкового механізму на ЕОМ та отримати роздруківку.

9. За отриманою роздруківкою побудувати діаграми руху штовхача та профіль кулачка. Визначити необхідні масштабні коефіцієнти. Вказати необхідні розміри на кресленні кулачкового механізму.

Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Кінематична схема кулачкового механізму, що досліджується (лабораторної установки).

3. Результати вимірювань для дослідження руху точки *C* штовхача (табл. 7.2)

Таблиця 7.2 – Результати дослідження руху точки *C* штовхача

Кут повороту кулачка, φ°	0	20	40	...	320	340	360
Показання індикатора S_i , мм							
Переміщення штовхача							
$S_C = S_i \cdot \frac{l_k}{b}$, мм							

4. Діаграми $S=S(\varphi)$, $S'=S'(\varphi)$ і $S''=S''(\varphi)$ з відповідними масштабами.
5. Профіль кулачка в масштабі та кулачкового механізму з нанесеними основними розмірами ($\varphi_{\text{в}}$, $\varphi_{\text{дв}}$, $\varphi_{\text{н}}$, l_k , R_{min} , $r_{\text{пол}}$).
6. Результати розрахунку основних параметрів кулачкового механізму на ЕОМ (роздруківка) за вихідними даними завдання курсового проекту.
7. Діаграми руху та профіль кулачка за даними роздруківки.

Контрольні запитання для самоперевірки

1. Зобразіть схеми основних видів кулачкових механізмів.
2. Переваги та недоліки кулачкових механізмів.
3. Яка різниця між кутами профілю кулачка і фазовими кутами руху штовхача?
4. Побудуйте замінюючі механізми кулачкових механізмів.
5. Що називається кутом тиску і кутом передачі руху в кулачковому механізмі?
6. Пояснити явище самогальмування в кулачковому механізмі.
7. Який профіль кулачка називається теоретичним, який - практичним?
8. Чому виникають удари в кулачковому механізмі? Який удар називають “жорстким”, а який - “м’яким”?
9. Що розуміють під законом руху вихідної ланки кулачкового механізму?
10. Як визначаються масштабні коефіцієнти побудови діаграм руху штовхача?
11. Як визначити швидкість і прискорення штовхача, коли відомі кутова швидкість кулачка і аналоги швидкості і прискорення в заданому положенні?

Лабораторна робота № 8

Кінематичний аналіз зубчастих механізмів

Мета роботи: ознайомитися зі структурою зубчастих механізмів та методами їх кінематичного аналізу.

Теоретичні відомості

Для передачі руху від двигуна до робочого органа машини використовують різноманітні механізми, які називають передачами. Механізми в яких передача руху здійснюється за допомогою зубчастих коліс, називаються зубчастими передачами. Зубчасті передачі поділяють на прості і складні.

Простою зубчастою передачею (рис. 8.1 – 8.4) називається триланковий механізм, до складу якого входять дві рухомі зубчасті ланки. Зубчасті механізми, до складу яких входять більше ніж три ланки (рис.8.5), називаються *складними*. В простій зубчастій передачі зубчасте колесо з меншою кількістю зубів називають *шестернею*, а з більшою – *колесом*.

Зубчасті механізми можуть бути плоскими і просторовими. В *плоских* механізмах ланки обертаються відносно паралельних осей. *Просторові* механізми застосовують для передачі обертального руху між пересічними або перехресними осями.

Крім того, зубчасті механізми поділяють на: механізми, в яких осі обертання всіх коліс нерухомі; механізми, в яких осі обертання деяких коліс рухомі (планетарні механізми).

А. Зубчасті механізми з нерухомими осями

Кінематичний аналіз зубчастих механізмів полягає у визначенні кутових швидкостей веденої і проміжних ланок за заданою кутовою швидкістю ведучої ланки. Основною кінематичною характеристикою зубчастої передачі є передаточне відношення.

Передаточним відношенням називається відношення кутової швидкості ведучого зубчастого колеса до кутової швидкості веденого зубчастого колеса:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (8.1)$$

В плоских механізмах передаточне відношення вважається позитивним (додатним), якщо зубчасті колеса обертаються в одному напрямку, і негативним (від'ємним), якщо колеса обертаються в протилежних напрямках.

Кутові швидкості зубчастих коліс, які перебувають в зачепленні, обернено пропорційні радіусам їх початкових кіл та кількості зубів. Таким

чином, передаточне відношення для пари *циліндричних* зубчастих коліс з зовнішнім зачепленням (рис. 8.1, а)

$$U_{12} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{n_1}{n_2} = -\frac{r_{w2}}{r_{w1}} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad (8.2)$$

з внутрішнім зачепленням (рис.8.1, б)

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (8.3)$$

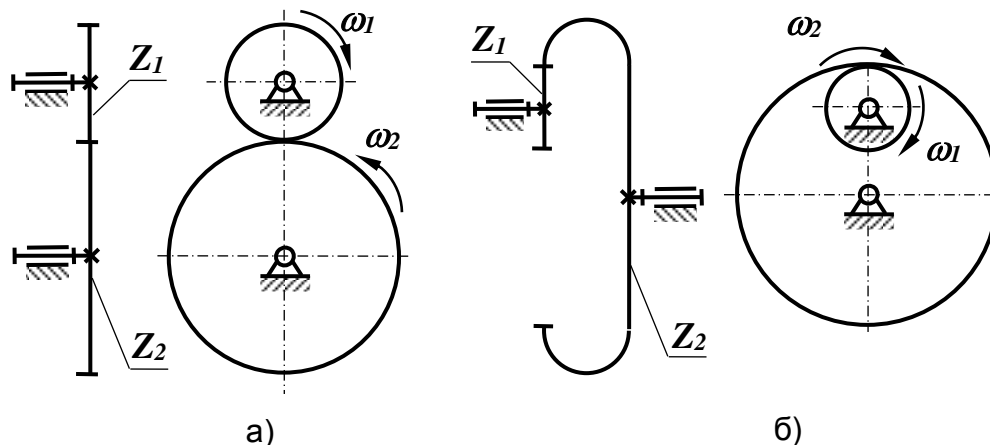


Рисунок 8.1 – Передача зубчата (циліндрична):
а – зовнішнього зачеплення; б – внутрішнього зачеплення

Конічні зубчасті колеса (рис.8.2) використовують для передачі обертального руху між осями, які перетинаються. Передаточне відношення таких механізмів

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \varphi_{w2}}{\sin \varphi_{w1}} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (8.4)$$

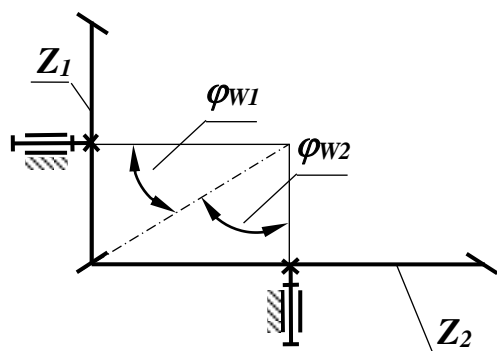


Рисунок 8.2 – Передача зубчата (конічна)

На кінематичних схемах такого типу напрямки обертання зубчастих коліс доцільно показувати стрілками.

Для передавання обертального руху між мимобіжними (перехресними) осями використовують гіперболоїдні зубчасті механізми. Якщо початкові поверхні коліс – круглі циліндри, передача називається *гвинтовою* (рис. 8.3). Передаточне відношення такої передачі

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_{w2} \cdot \cos \beta_{w2}}{r_{w1} \cdot \cos \beta_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (8.5)$$

де β_{w_2} і β_{w_1} - кути нахилу гвинтових ліній на початкових циліндрах.

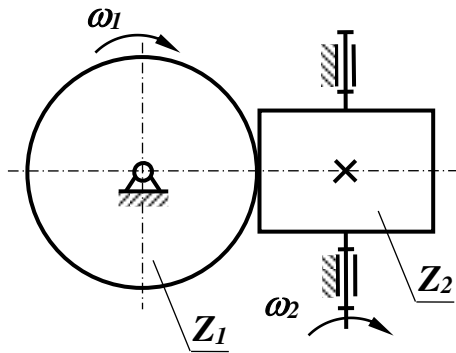


Рисунок 8.3 – Передача зубчаста з валами, що перетинаються (гвинтова)

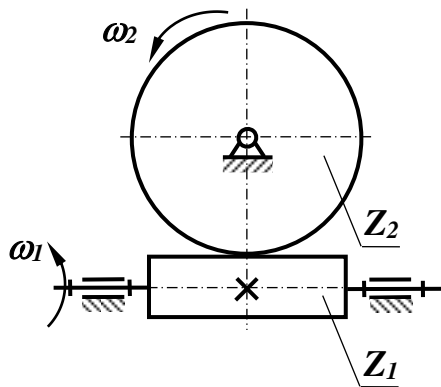


Рисунок 8.4 – Передача черв'ячна
відношень простих передач (окремих ступенів):

Частковим випадком гіперболічної зубчастої передачі є черв'ячна зубчаста передача (рис.8.4). Черв'яком називається косозубе зубчасте колесо, лінія зубів якого робить один оберт або більше навколо його осі. Черв'як являє собою гвинт, витки якого нахилені під кутом γ і перебувають у зачепленні з нахиленими під таким самим кутом зубами колеса. Кількість зубів z_1 черв'яка називають числом заходів гвинтової лінії. Передаточне відношення черв'ячної передачі

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (8.6)$$

де z_2 - число зубів колеса; z_1 - число заходів гвинтової лінії черв'яка.

Для складних (багатоступеневих) зубчастих передач з нерухомими осями коліс загальне передаточне відношення дорівнює добутку передаточних

$$U_{1n} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{34} \cdot \dots \cdot U_{(n-1)n}. \quad (8.7)$$

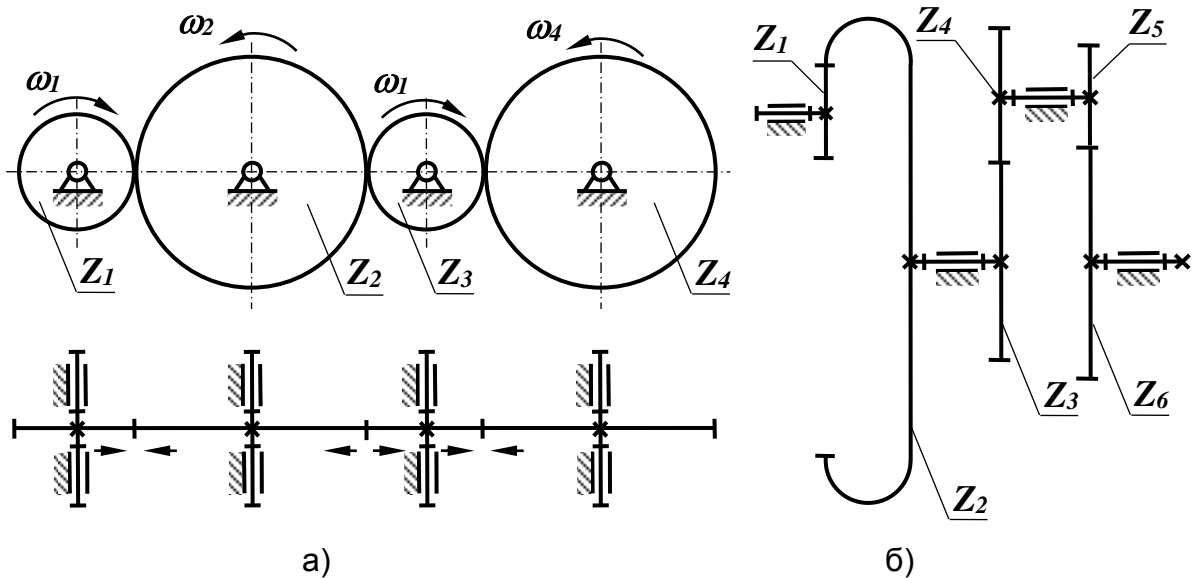


Рисунок 8.5 – Передача зубчаста з нерухомими осями коліс:
а – рядова; б - ступінчаста

Багатоланкові зубчасті механізми з нерухомими осями поділяють на *рядові* і *ступінчасті* (рис.8.5 а, б). Передаточне відношення механізму, зображеного на рис.8.5, а

$$U_{14} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = -\frac{z_4}{z_1}. \quad (8.8)$$

У загальному випадку при n зубчастих колесах і k зовнішніх зачепленнях передаточне відношення *рядового* зубчастого механізму з паразитними колесами

$$U_{1n} = (-1)^k \cdot \frac{z_n}{z_1}. \quad (8.9)$$

Таким чином, загальне передаточне відношення рядового механізму з паразитними колесами не залежить від кількості зубів проміжних (паразитних) коліс. Ці зубчасті колеса використовують для зміни напрямку обертання веденої ланки при заданому напрямку обертання ведучої ланки, або для передавання руху між валами, розташованими на великій відстані один від одного.

Для *ступінчастого* механізму (рис.8.5, б) передаточне відношення визначається за формулою

$$U_{14} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) \cdot \left(\frac{z_6}{z_5}\right) = \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5}. \quad (8.10)$$

У загальному випадку при циліндричних колесах і зовнішніх зачепленнях передаточне відношення *ступінчастої* передачі

$$U_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^k \cdot \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6 \cdot \dots \cdot z_n}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \cdot \dots \cdot z_{n-1}}. \quad (8.11)$$

Знак передаточного відношення визначають також за напрямом обертання ведучої і веденої ланок. Для зручності замість кругових стрілок користуються прямими стрілками (див. рис. 8.5, а), причому для першого зачеплення стрілки направляються до зачеплення, для другого - від зачеплення і так по чергово далі. Якщо напрям стрілок на ведучому і веденому колесах збігається, то знак передаточного відношення – “плюс”, а якщо не збігається – “мінус”.

Більш загальною кінематичною характеристикою зубчастої передачі є *передаточне число* i_{12} – це відношення кількості зубів більшого зубчастого колеса до кількості зубів меншого колеса

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (8.12)$$

Знак передаточному числу не присвоюється.

Б. Диференціальні і планетарні зубчасті механізми

Диференціальні і планетарні зубчасті механізми відносяться до зубчато – важільних, оскільки до їх складу входить ланка важільного типу – *води́ло*. Особливість планетарних механізмів – наявність зубчастих коліс (сателітів) з рухомими геометричними осями. Планетарні механізми з одним ступенем рухомості ($W=1$), що мають нерухоме колесо називають *планетарними редукторами* (рис. 8.6, а-г), а механізми з числом ступенів рухомості $W \geq 2$, які переважно не мають нерухомого колеса, – *диференціальними* (рис.8.7).

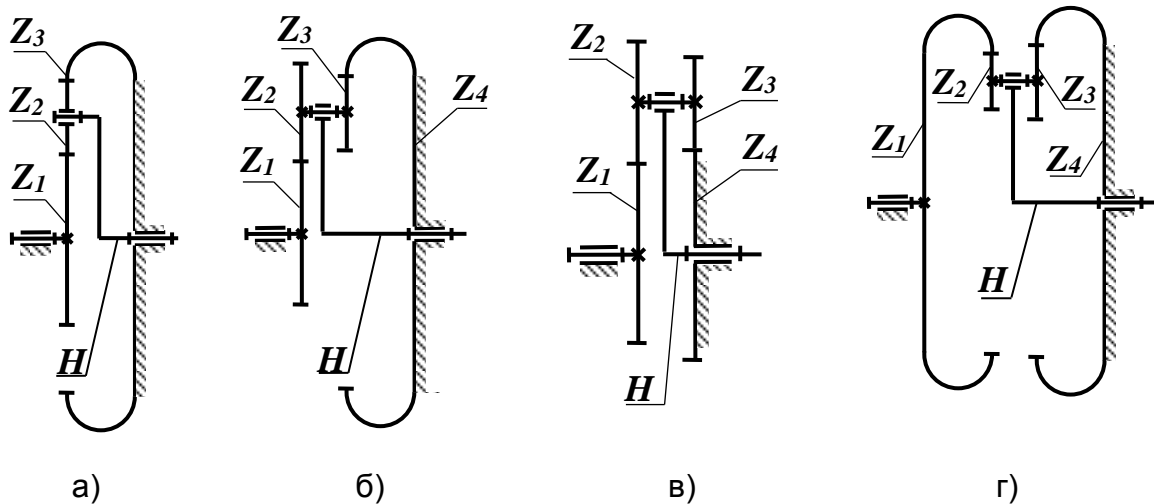


Рисунок 8.6 – Планетарні зубчасті механізми

Передаточне відношення від i -го колеса до водила H планетарного механізму визначається за формулою

$$U_{iH}^{(j)} = 1 - U_{ij}^{(H)}, \quad (8.13)$$

де $U_{iH}^{(j)}$ - передаточне відношення від i -го колеса до водила H при нерухомому j -му колесі; $U_{ij}^{(H)}$ - передаточне відношення від i -го колеса до j -го при умовно нерухомому водилі H і вільному j -му колесі.

Наприклад, для планетарного редуктора (див. рис. 8.6, б) при вхідному колесі 1 формула (8.13) має вигляд

$$U_{1H}^{(4)} = 1 - U_{14}^{(H)}, \quad (8.14)$$

а при вхідній ланці H

$$U_{H1}^{(4)} = \frac{1}{1 - U_{14}^{(H)}}, \quad (8.15)$$

$$\text{де } U_{14}^{(H)} = U_{12}^{(H)} \cdot U_{34}^{(H)} = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$

Для планетарних механізмів буває необхідно знати кутову швидкість сателітів. Очевидно, що передаточне відношення

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (8.16)$$

Розділивши чисельник та знаменник правої частини рівняння (8.16) на ω_H , після перетворень отримаємо

$$U_{12} = \frac{\omega_1/\omega_H}{\omega_2/\omega_H} = \frac{U_{1H}}{U_{2H}}, \quad (8.17)$$

тоді, наприклад, для схеми (рис. 8.6, б) формула (8.17) набуває вигляду

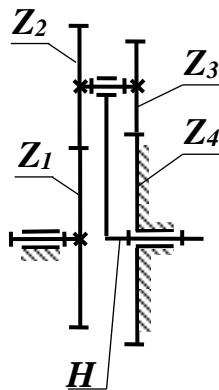
$$U_{12} = \frac{1 - U_{14}^H}{1 - U_{34}^H} = \frac{1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}}{1 - \frac{z_4}{z_3}}. \quad (8.18)$$

Обчисливши U_{12} за схемою механізму, визначають

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{U_{12}}. \quad (8.19)$$

Передаточне відношення від водила до сателітів 2 (3) (див.рис.8.6,б)

$$U_{H3} = \frac{1}{U_{3H}} = \frac{1}{1 - U_{34}^H} = \frac{1}{1 - \frac{z_4}{z_3}}. \quad (8.20)$$



Диференціальний зубчастий механізм здійснює додавання кутових швидкостей від двох джерел руху (при $W=2$) або розкладання швидкості, що передається від однієї вхідної на дві вихідні ланки. Для визначення кутових швидкостей і переміщень використовують формулу

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_H}{\varphi_i - \varphi_H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_i - \omega_H} = U_{li}^{(H)}. \quad (8.21)$$

Рисунок 8.7 – Диференціальний зубчастий механізм

де $\varphi_1, \varphi_i, \varphi_H$ – кути повороту ланок.

Із формули (8.21) випливає, що кут повороту φ_i і кутові швидкості ω_i визначаються відповідно за формулами

$$\varphi_i = \frac{1}{U_{li}^{(H)}} \cdot \varphi_1 + \left(1 - \frac{1}{U_{li}^{(H)}} \right) \cdot \varphi_H; \quad (8.22)$$

$$\omega_i = \frac{1}{U_{ii}^{(H)}} \cdot \omega_1 + \left(1 - \frac{1}{U_{ii}^{(H)}} \right) \cdot \omega_H. \quad (8.23)$$

Для диференціального механізму (рис.8.7) формула (8.23) набуває вигляду:

$$\omega_i = \frac{1}{U_{14}^{(H)}} \cdot \omega_1 + \left(1 - \frac{1}{U_{14}^{(H)}} \right) \cdot \omega_H, \quad (8.24)$$

де $U_{14}^H = U_{12}^H \cdot U_{34}^H = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$.

Лабораторне обладнання і приладдя

Реальні зубчасті механізми або їх моделі.

Послідовність виконання роботи

1. Ознайомитися з будовою зубчастих механізмів і скласти їх кінематичні схеми.
2. Підрахувати число зубів усіх коліс.
3. Обчислити за формулою Чебишева ступінь рухомості зубчастого механізму.
4. Записати формулу для визначення передаточного відношення зубчастого механізму від ведучої ланки до веденої і обчислити його значення.
5. Визначити передаточне відношення зубчастого механізму практично. Для цього необхідно підрахувати число обертів ведучого колеса чи водила, яке відповідає одному оберту веденого колеса.

Зміст звіту

1. Назва і мета роботи.
2. Кінематичні схеми зубчастих механізмів, які досліджуються.
3. Розрахунок ступеня рухомості зубчастого механізму.
4. Таблиці з кількістю зубів коліс.
5. Розрахунок передаточних відношень.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Що називається передаточним відношенням?
2. Як визначається передаточне число рядового зубчастого механізму з паразитними колесами?
3. Як визначається передаточне відношення багатоступеневої зубчастої передачі?
4. Як визначається передаточне відношення планетарного механізму?
5. Як визначити напрям обертання веденої ланки зубчастого механізму?

Лабораторна робота № 9

Визначення ККД і коефіцієнта тертя гвинтової пари

Мета роботи: експериментально визначити ККД і коефіцієнт тертя гвинтової пари.

Теоретичні відомості

Гвинтові механізми служать для перетворення обертального руху в прямолінійний поступальний. Широке застосування вони отримали завдяки простоті конструкції і виготовлення, компактності, властивостям забезпечувати самогальмування при малих кутах підйому гвинтової лінії.

Недолік цих механізмів – велике тертя у різьбі, що зумовлює її підвищене зношування та низький ККД.

На рис. 9.1, а показана гвинтова пара з прямокутною різьбою, де Q – осьове зусилля у гвинтовій парі; $\bar{F} = \frac{2M}{d_c}$ – колове зусилля по колу середнього діаметра d_c різьби гвинта; $\bar{F}_{mp} = f \cdot \bar{N}$ – сила тертя у різьбі гвинтової пари; f – коефіцієнт тертя; \bar{N} – нормальна складова осьового зусилля.

Підйом гайки по витку гвинта можна розглядати (рис.9.1, б) як

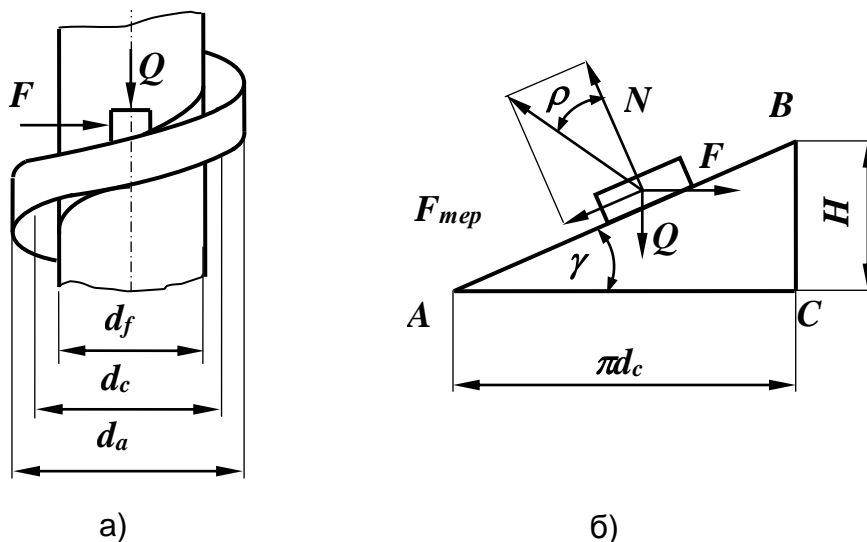


Рисунок 9.1 – Схема гвинтової пари (а) та розгортки гвинта(б)

підйом вантажу по похилій площині AB , що є розгорткою гвинтової лінії, яка утворює з катетом $AC = \pi \cdot d_c$ кут γ . Висота похилої площини буде дорівнювати катету $BC=H$, що відповідає ходу гвинтової лінії.

ККД гвинтової пари наближено визначається як

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \rho)}, \quad (9.1)$$

де γ – кут підйому середньої гвинтової лінії; ρ – кут тертя нарізки гвинта. Кут γ знаходимо із прямокутного $\triangle ABC$ розгортки гвинта (рис.9.1, б)

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{H}{\pi \cdot d_c}, \quad (9.2)$$

де H – хід гвинта (відстань по твірній між однойменними точками одного й того витка). При багатоходових гвинтах $H = z \cdot h$, де z – число витків (ниток) гвинта; h – крок гвинта (відстань по твірній між однойменними точками сусідніх витків, для одноходового гвинта $H=h$); d_c – середній діаметр гвинтової лінії (півсума зовнішнього і внутрішнього діаметрів гвинта).

Кут тертя ρ і коефіцієнт тертя f зв'язані залежностями

$$f = \operatorname{tg} \rho; \quad \rho = \operatorname{arctg} f. \quad (9.3)$$

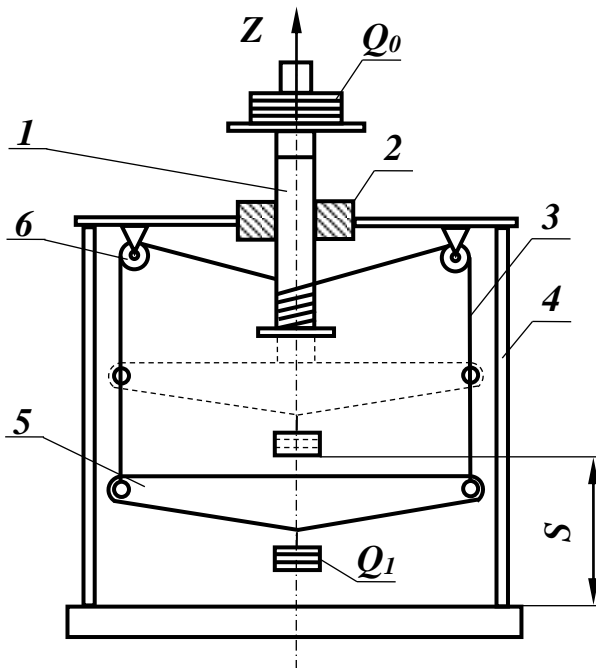


Рисунок 9.2 - Схема гвинтової установки

Кут тертя ρ і коефіцієнт тертя f визначаються дослідом на установці (рис.9.2), що складається із гвинта 1, гайки 2, шнура 3, стояка 4, траверси 5, роликів 6. Гвинт навантажений тягарем Q_0 , а траверса – Q_1 . При звільненні траверси вона почне опускатися, а шнури змусять обертатися гвинт. Гвинт, виконуючи обертально-поступальний рух, підіймає тягар Q_0 . Позначимо вагу гвинта $Q_{гв}$, а траверси – $Q_т$. Рух гвинта можна розкласти на обертаний навколо вертикальної осі Z і поступальний вздовж цієї осі.

Диференціальне рівняння обертання гвинта

$$J \cdot \ddot{\beta} = M_z, \quad (9.4)$$

де J – момент інерції гвинта з тягарем відносно його осі; $\ddot{\beta}$ – кутове прискорення гвинта; M_z – момент сил, що діють на гвинт, який можна визначити

$$M_z = R \cdot d_a - M_0, \quad (9.5)$$

де R – сила натягу шнурів 3; d_a – зовнішній діаметр гвинта; M_0 – момент опору обертанню гвинта, який визначається

$$M_0 = Q \cdot \frac{d_c}{2} \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho), \quad (9.6)$$

де $Q = (Q_0 + Q_{za})$ – осьове навантаження гвинта.

Підставивши в (9.4) значення M_z із рівняння (9.5), отримаємо

$$J \cdot \ddot{\beta} = R \cdot d_a - M_0. \quad (9.7)$$

Визначимо з цього рівняння силу натягу шнурів R , розглянувши рух тягача Q_I разом з траверсою Q_T . Для цього запишемо диференціальне рівняння його поступального руху:

$$m\ddot{z} = (Q_I + Q_T) - R, \quad (9.8)$$

де m – маса тягача Q_I і траверси Q_T .

Вважаючи, що шнур не розтягується, можна стверджувати, що величини z і β зв'язані залежністю $z = \frac{d_a}{2} \cdot \beta$. Продиференціювавши двічі обидві частини цієї рівності, одержимо:

$$\ddot{z} = \frac{d_a}{2} \cdot \ddot{\beta}.$$

Звідси

$$\ddot{\beta} = \frac{2 \cdot \ddot{z}}{d_a}.$$

Підставивши в рівняння (9.7) значення $\ddot{\beta}$ і розв'язавши його разом з рівнянням (9.8), одержимо

$$\ddot{z} = \frac{\frac{d_a}{2} [d_a (Q_I + Q_T) - M_0]}{J + \frac{1}{2} d_a^2 \cdot m}. \quad (9.9)$$

Права частина рівняння (9.9) є величина стала для даного гвинта. Позначивши її літерою k , а $(Q_I + Q_T) = Q_2$, одержимо

$$\ddot{z} = k = \frac{\frac{1}{2}d_a(d_a \cdot Q_2 - M_0)}{J + \frac{1}{2}d_a^2 \cdot m}. \quad (9.10)$$

Проінтегрувавши (9.10), знайдемо загальний розв'язок

$$z = \frac{k \cdot t^2}{2} + C_1 \cdot t + C_2. \quad (9.11)$$

Сталі C_1 і C_2 визначимо із початкових умов. Розмістивши початок координат у площині, від якої починає падати тягар, знаходимо, що при $t=0$; $z=0$; $C_1=C_2=0$. Тоді при $t=T$ і $z=S$ рівняння (9.11) буде мати вигляд

$$S = \frac{k \cdot T^2}{2},$$

звідки

$$k = \frac{2 \cdot S}{T^2}, \quad (9.12)$$

де S – шлях, пройдений тягарем Q_I за час T . Підставивши значення k у формулу (9.10), отримаємо

$$M_0 = \frac{\frac{1}{2}d_a^2 \cdot T^2 \cdot Q_2 - 2S \left(J + \frac{1}{2}d_a^2 \cdot m \right)}{\frac{1}{2}d_a \cdot T^2}.$$

Підставивши в це рівняння значення M_0 із (9.6), одержимо

$$\operatorname{tg}(\gamma + \rho) = \frac{\frac{1}{2}d_a^2 \cdot T^2 \cdot Q_2 - 2S \left(J + \frac{1}{2}d_a^2 \cdot m \right)}{\frac{1}{2}d_a \cdot T^2 \cdot Q \cdot \frac{1}{2}d_c}, \quad (9.13)$$

де $Q_2 = (Q_I + Q_T)$ – сила ваги тягаря, що падає і траверси; T – час падіння тягаря Q_I ; J_I – момент інерції гвинта і тягаря Q_0 відносно осі Z ; m – маса тягаря Q_I і траверси Q_T ; d_a – зовнішній діаметр гвинта; $Q = (Q_0 + Q_{zv})$ – сила ваги тягарів Q_0 на гвинті і гвинта Q_{zv} ; d_c – середній діаметр гвинта.

Визначивши із (9.2) кут γ , а із (9.13) значення $\operatorname{tg}(\gamma + \rho)$ і підставивши їх в формулу (9.1) обчислимо ККД гвинтової пари. Кут тертя ρ визначимо за формулою

$$\rho = \arctg(\gamma + \rho) - \gamma,$$

а коефіцієнт тертя f – із залежності (9.3).

Лабораторне обладнання і приладдя

Дослідна установка для визначення ККД і коефіцієнта тертя; комплект тягарів; секундомір; штангенциркуль, лінійка.

Послідовність виконання роботи

1. Визначити геометричні параметри гвинта: H, R, d_a, d_f, d_c .
2. Визначити за формулою (9.2) кут підйому γ гвинтової лінії.
3. Навантаживши гвинт тягарем Q_0 , підібрати вантаж Q_1 так, щоб при падінні останнього гвинт плавно підіймався.
4. Обчислити сумарний момент інерції J гвинта і тягаря (дисків) Q_0 , що обертається разом з гвинтом.
5. Заміряти секундоміром час T падіння тягаря Q_1 .
6. Обчислити $tg(\gamma + \rho)$ кут тертя ρ і коефіцієнт тертя f .
7. Визначити ККД гвинтової пари.

Зміст звіту

1. Назва і мета роботи.
2. Схема установки.
3. Геометричні параметри гвинта (h, H, R, d_a, d_f, d_c).
4. Кут підйому гвинтової лінії.
5. Результати вимірів та обчислень: $Q_2, H; m, кг; Q_0, H; J, кг/м^2; S, м; T, с$.
6. Визначити $tg(\gamma + \rho)$.
7. Визначення кута тертя ρ .
8. Визначення коефіцієнта тертя f .
9. Визначення ККД гвинтової пари η .
10. Висновки.

Контрольні запитання для самопідготовки

1. Як визначається кут підйому гвинтової лінії?
2. Як визначається ККД гвинтової пари?
3. Який зв'язок між коефіцієнтом тертя і кутом тертя?
4. Які види нарізки ви знаєте? Як визначається зведений коефіцієнт тертя
5. Що називається ККД?
6. Написати умови самогальмування гвинта.

Лабораторна робота №10

Статичне зрівноважування обертових мас

Мета роботи: ознайомитися з методикою практичних способів статичного зрівноважування обертових ланок; виконати балансування обертової ланки.

Теоретичні відомості

Зрівноважування сил і моментів сил інерції ланок, що обертаються – важлива задача сучасного машинобудування. Це пов'язано з тим, що при великих кутових швидкостях навіть незначні незрівноважені маси ланок можуть викликати великі сили інерції змінного напрямку. Ланка вважається повністю зрівноваженою, якщо результуюча сила інерції \bar{F}_{in} і результуючий момент сил інерції \bar{M}_{in} дорівнюють нулю.

На практиці виникає необхідність розрахунковим способом виконати зрівноважування ланок, незрівноважені маси яких розміщені в одній площині (рис.10.1, а). У цьому випадку для зрівноважування ланок достатньо задовольнити умову $\bar{F}_{in} = 0$, тому що момент від сил інерції при розміщенні незрівноважених мас в одній площині завжди дорівнює нулю.

Якщо маси m_1, m_2, \dots, m_n не зрівноважені, то їх сили інерції утворюють рівнодіючу, що зображена на рис.10.1, б штриховою лінією,

$$\bar{F}_{in} = \omega^2 \sum_{k=1}^{k=n} m_k \cdot \bar{r}_k, \quad (10.1)$$

де ω – кутова швидкість обертання ланки; m_k – незрівноважена маса; r_k – радіус-вектор до центра ваги незрівноваженої ланки m_k .

Рівняння (10.1) можна подати у вигляді

$$\bar{F}_{in} = \frac{\omega^2}{g} (Q_1 \cdot \bar{r}_1 + Q_2 \cdot \bar{r}_2 + \dots + Q_n \cdot \bar{r}_n) = \frac{\omega^2}{g} \cdot Q \cdot \bar{r}_s, \quad (10.2)$$

або

$$Q_1 \cdot \bar{r}_1 + Q_2 \cdot \bar{r}_2 + \dots + Q_n \cdot \bar{r}_n = Q \cdot \bar{r}_s, \quad (10.3)$$

де Q_1, Q_2, \dots, Q_n – вага незрівноважених мас; $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n$ – радіуси-вектори їх центрів ваги; \bar{r}_s – радіус-вектор центра ваги заданої системи мас; Q – сумарна вага незрівноважених мас ($Q=Q_1+Q_2+\dots+Q_n$).

Аналізуючи рівняння (10.3), можна зробити висновок, що якщо центр мас ланки лежить на осі обертання, то результуюча сила інерції дорівнює нулю.

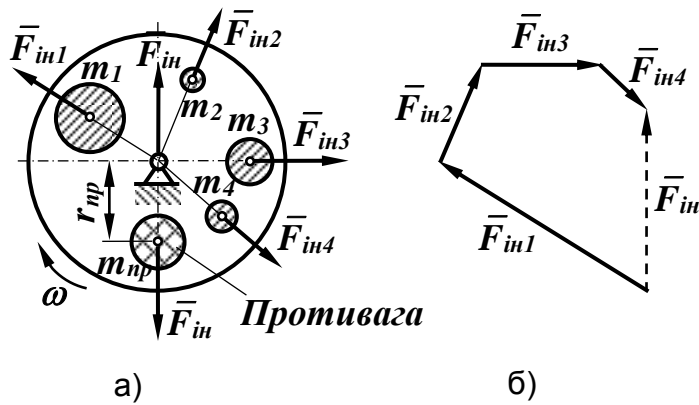


Рисунок 10.1 - Схема розташування незрівноважених мас, розміщених в одній площині (а) та графічне визначення рівнодіючої їх сил інерції (б)

Рівнодіючу силу інерції можна зрівноважити рівною і протилежно направленою силою. Якщо до заданої системи незрівноважених мас додати масу m_{np} , центр ваги якої розміщується в тій же площині, що й центр ваги мас m_1, m_2, \dots, m_n , то обертові маси будуть зрівноважені при умові, що

$$Q \cdot \bar{r}_s + Q_{np} \cdot \bar{r}_{np} = 0, \quad (10.4)$$

тобто вектор сили інерції додаткової маси буде протилежним рівнодіючій сил інерції заданої системи незрівноважених мас. Додаткова маса в цьому випадку називається *проти вагою*.

Таким чином, для зрівноважування системи незрівноважених мас, розміщених в одній площині, достатньо встановити одну *проти вагу*. При встановленій *проти вазі* умову зрівноважування обертової системи мас (10.2) можна записати у вигляді

$$m_1 \cdot \bar{r}_1 + m_2 \cdot \bar{r}_2 + \dots + m_n \cdot \bar{r}_n + m_{np} \cdot \bar{r}_{np} = 0, \quad (10.5)$$

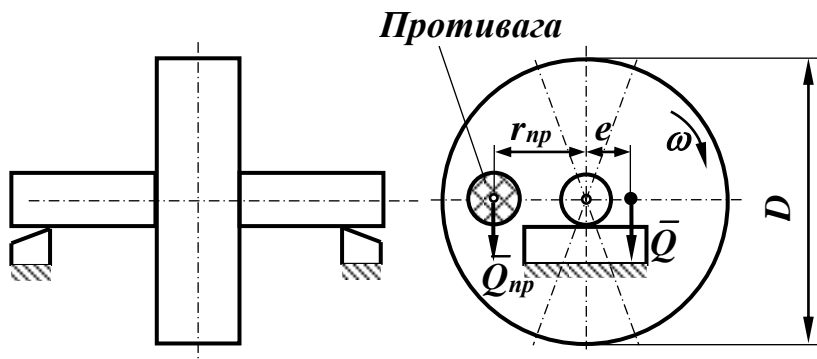
Оскільки кожний із векторів $m_k \bar{r}_k$ має той же напрям, що і радіус-вектор центра ваги відповідної маси, то легко можна побудувати геометричну суму векторів згідно рівнянню (10.5). Замикаючий вектор вкаже напрям того радіус-вектора \bar{r}_{np} , на якому повинна бути закріплена зрівноважувальна маса m_{np} . Після цього при заданому \bar{r}_{np} легко визначити m_{np} або, навпаки, можна знайти \bar{r}_{np} , якщо m_{np} задана.

Операція по зрівноважуванню обертових ланок машин називається *балансуванням*. Якщо під зрівноважуванням розуміють теоретичний бік вирішення задачі, то балансуванням є її практичне використання.

Статичне балансування, в результаті якого зміщений при обробці ланки центр ваги повертається на вісь обертання, можна виконати за допомогою простих установок.

Якщо ланку, яку необхідно збалансувати, покласти цапфами на паралельні призми (рис.10.2), то вона буде перекочуватися по призмах до тих пір, поки центр ваги S не займе найбільш низьке положення. Відхиляючи центр ваги S від вертикалі спочатку вліво, а потім вправо і кожен раз залишаючи ланку байдужою, можна нанести на торці цапфи дві діаметральні

риски в момент зупинки ланки, які збігаються з вертикаллю, але не збігаються між собою внаслідок



тертя кочення цапф по призмах. Центр тяжіння (ваги) лежить на бісектрисі отриманого кута. Зміщення центра ваги можна ліквідувати, якщо додати з протилежної сторони вантаж, статичний

Рисунок 10.2 - Схема статичного балансування

момент якого дорівнює знайденому статичному моменту ланки, що балансується.

Статичному балансуванню підлягають порівняно тихохідні обертові ланки (колеса, маховики, шківів), а також швидкохідні, у яких товщина значно менша їх діаметра.

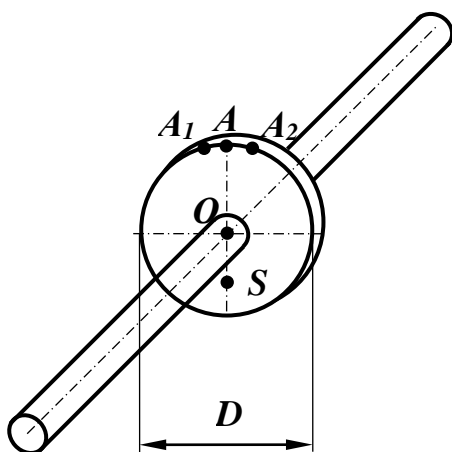
Визначивши вагу протизаги Q_{np} при вибраному радіусі його розміщення r_{np} і знаючи вагу ланки Q , що зрівноважується, можна знайти зміщення e її центра ваги S від осі обертання:

$$e = \frac{Q_{np} \cdot r_{np}}{Q}.$$

При розміщенні протизаги на відстані $r=D/2$, де D – діаметр ланки, отримують

$$e = \frac{Q_{np} \cdot D}{2Q}. \quad (10.6)$$

Лабораторне обладнання і приладдя



При виконанні лабораторної роботи використовується установка для статичного балансування обертових ланок (рис.10.3), яка складається із двох призм, розміщених в горизонтальній площині і закріплених на чотирьох опорах, жорстко закріплених на плиті.

Рисунок 10.3 – Установка для статичного балансування обертових ланок

Призми необхідно виставити в горизонтальне положення за допомогою рівня.

Для виконання лабораторної роботи необхідні також обертові ланки, вага, пластин.

Послідовність виконання роботи

1. Виконати підготовку установки для виконання лабораторної роботи, забезпечивши горизонтальне положення призми.
2. Визначити вагу Q ланки, що зрівноважується, і її діаметр D .
3. Встановити обертову ланку на призмі і відпустити її, щоб вона зайняла байдужу рівновагу.
4. За методикою, викладеною в теоретичних відомостях, визначити місце, де потрібно закріпити противагу. Відстань противаги від осі обертання ланки прийняти рівною її максимальному радіусу.
5. Виконати балансування обертової ланки, використовуючи в якості противаги шматочок пластиліну.
6. Повторити виконання пт.2-5 два рази.
7. За середнім значенням ваги противаги Q_{np} , ланки Q і діаметра D , визначити зміщення її центру ваги e за формулою (10.6) та заповнити табл. 10.1 (див. зміст звіту).
8. Зробити висновок про статичну зрівноваженість ланки.

Зміст звіту

1. Назва і мета роботи.
2. Схема установки і ескіз обертової ланки.
3. Таблиця 10.1 з результатами дослідного визначення ваги противаги і зміщення центра ваги ланки.

Таблиця 10.1 – Результати дослідного визначення ваги противаги і зміщення центра ваги ланки

Номер вимірювання	Діаметр ланки D , мм.	Вага ланки Q , Н	Вага противаги Q_{np} , Н	Зміщення центра ваги за формулою(10.6), e , мм
1				
2				
3				
Середнє значення	$D =$	$Q =$	$Q_{np} =$	$e =$

4. Аналіз отриманих результатів.

Контрольні запитання для самоперевірки

1. В якому випадку застосовують статичне балансування?
2. Який параметр прагнуть звести до нуля при статичному балансуванні?
3. Які деталі називаються незрівноваженими?
4. Задача статичного балансування.

Лабораторна робота № 11

Динамічне балансування ротора при невідомому розташуванні незрівноважених мас

Мета роботи: дослідне визначення величини двох додаткових мас (противаг) і місць їх закріплення, при яких досягається повна зрівноваженість ротора.

Теоретичні відомості

Для балансування роторів при невідомому розташуванні незрівноважених мас використовуються різні балансувальні верстати. Одним з таких є верстат системи Б.В. Шитікова (рис 11.1, а). Ротор *I*, який необхідно врівноважити, встановлений на підшипниках у жорсткій рамі *3*. Остання шарніром *6* зв'язана з нерухоною основою *5*. Вісь шарніра *6* розташована горизонтально і повинна бути перпендикулярна до осі ротора *I*. Рама *3* підтримується пружиною *4*, тому ротор разом з рамою *3* утворює пружну систему, яка може коливатися відносно осі шарніра *6*.

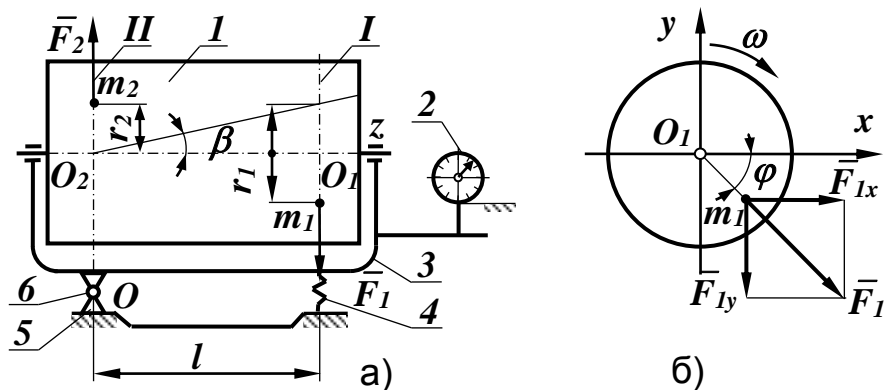


Рисунок 11.1 - Схема верстата системи Б.В. Шитікова

Як відомо з теоретичного курсу, всі незрівноважені маси ротора *I* можна замінити двома масами, розташованими у двох довільно вибраних площинах, які перпендикулярні до осі обертання ротора. Ці площини вибирають так, щоб була реальна можливість встановити в них противаги. Після цього встановлюють ротор на рамі *3* так, щоб одна з площин, наприклад *II*, проходила через вісь обертання рами *3* - точку *O*. Інша площина - площина *I* - знаходиться від першої на відстані *l*. У площинах *I* і *II* будуть розташовані на відстанях від осі ротора *r*₁ і *r*₂ невідомі зведені маси *m*₁ і *m*₂. Якщо обернути ротор *I* з кутовою швидкістю ω , то за рахунок мас *m*₁ і *m*₂ виникають, відцентрові сили інерції, які також обертаються з кутовою швидкістю ω і дорівнюють:

$$F_1 = m_1 \cdot r_1 \cdot \omega^2; \quad F_2 = m_2 \cdot r_2 \cdot \omega^2.$$

Сила F_2 лежить у площині, яка проходить через вісь обертання рами 3, а тому вона буде зрівноважена реакцією у шарнірі 6. Силу F_1 можна розкласти на горизонтальну і вертикальну складові (рис. 11.1, б):

$$F_{1x} = F_1 \cos(\omega t); \quad F_{1y} = F_1 \sin(\omega t)$$

Ці сили діють відносно точки O на відстані l і створюють момент, який передається рамі 3. Момент від горизонтальної складової зрівноважується реактивним моментом шарніра 6. Момент від вертикальної складової викликатиме вимушені кутові коливання рами з ротором відносно осі O шарніра 6. Через те, що у верстатах Шитікова вісь коливання рами і вісь обертання ротора практично перетинаються і, оскільки кутова амплітуда рами невелика, можна вважати рух точки O_1 (точки перетину площини I з віссю ротора) прямолінійним і вертикальним. Такий самий рух виконують і всі інші точки рами, які лежать в одній площині з її віссю коливання. З теорії коливань відомо, що амплітуда вимушених коливань точки O_1 для випадку, який розглядається, визначається виразом:

$$A = \beta \cdot l = \frac{A_{cm}}{\sqrt{\left(\frac{1 - \omega^2}{p^2}\right) + \frac{4n^2 \omega^2}{p^4}}} \cdot \sin(\omega t - \alpha) \quad (11.1)$$

де $A_{cm} = \frac{F_1}{k}$ – амплітуда, яка була б при статичній дії сили \bar{F}_1 (k – жорсткість пружинної системи); ω і p – частоти збуджувальної сили (сили інерції) і власних коливань, відповідно; n – коефіцієнт, який залежить від опору середовища.

Множина $\frac{l}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right) + \frac{4n^2 \omega^2}{p^4}}}$ називається *динамічним коефіцієнтом*. Амплітуду вимушених коливань визначають множенням статичної амплітуди на цей коефіцієнт. При рівності частот ω і p настає явище резонансу. Якщо немає опору середовища ($n=0$), резонансна амплітуда дорівнює нескінченності. При $n \neq 0$ максимальна амплітуда (при $\sin(\omega t - \alpha) = 1$ і $\omega = p$) може бути визначена:

$$A_{max} = \frac{A_{cm} p}{2n} \quad (11.2)$$

Підставивши в цей вираз значення A_{cm} і сили \bar{F}_1 , отримаємо:

$$A_{max} = \frac{F_1}{k} \cdot \frac{p}{2n} = \frac{m_1 n \omega^2 p}{2nk} \quad (11.3)$$

Оскільки жорсткість і власна частота коливань підвішеної системи „рама-ротор” у процесі балансування практично не змінюється через відносно малу величину встановлених противаг, то величина A_{max} при резонансі ($\omega=p$) пропорційна статичному моменту незрівноваженої маси. Через великі амплітуди починає зростати швидкість мас, які коливаються, і змінюється опір середовища. Пропорційність між статичним моментом незрівноваженої маси і амплітудою коливань рами порушується. У досліді, проведеному на балансувальному верстаті *ТММ-1*, отримано діаграму залежності максимальної амплітуди A_{max} від статичного моменту незрівноваженої маси, яка зображена на рис. 11.2. З наведеної діаграми видно, що для верстата цього типу пропорційність зберігається при величинах mgr не вищих, ніж **1000 ... 1200 г·мм**.

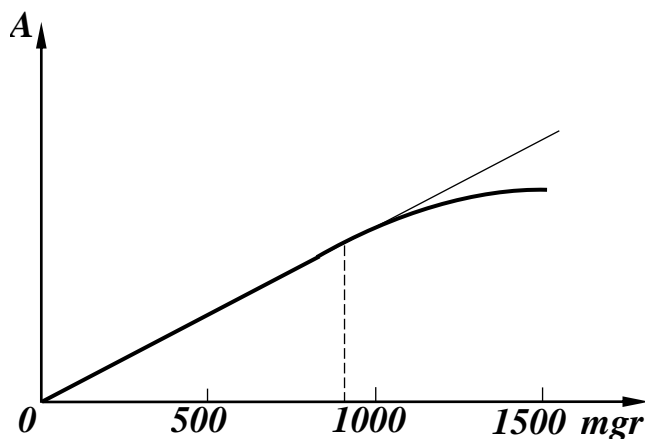


Рисунок 11.2 - Діаграма залежності максимальної амплітуди A_{max} від статичного моменту незрівноваженої маси

Пропорційність резонансної амплітуди A статичному моменту незрівноваженої маси використовується у верстаті Б.В.Шитікова для визначення величини і положення незрівноваженої маси. Для цього у площині I проводиться лінія відліку $x-x$ (рис. 11.3, а). Нехай незрівноважена маса m_1 знаходиться на радіусі r_1 , який утворює з напрямком $x-x$ кут α . Розігнавши ротор до обертів, за яких ω буде більшою від p , дамо йому вільно вибігати (сповільнювати рух). Зменшуючи оберти, ротор дійде до резонансної частоти. У цей момент рама **3** матиме найбільшу амплітуду. Зафіксуємо максимальну амплітуду коливань за допомогою індикатора **2** (див. рис. 11.1, а). Ця амплітуда A_1 , на підставі раніше сказаного, буде пропорційна статичному моменту $m_1 r_1$ незрівноваженої маси, яка знаходиться у площині I . Вона буде також пропорційна відцентровій силі інерції \bar{F}_1 цієї незрівноваженої маси, тобто

$$A_1 = \mu' F_1,$$

де μ' - коефіцієнт пропорційності.

Встановимо на лінії $x-x$ на відстані r_0 від осі обертання ротора додаткову масу m_0 (рис. 11.3, б) і знову, розігнавши ротор, вимірємо

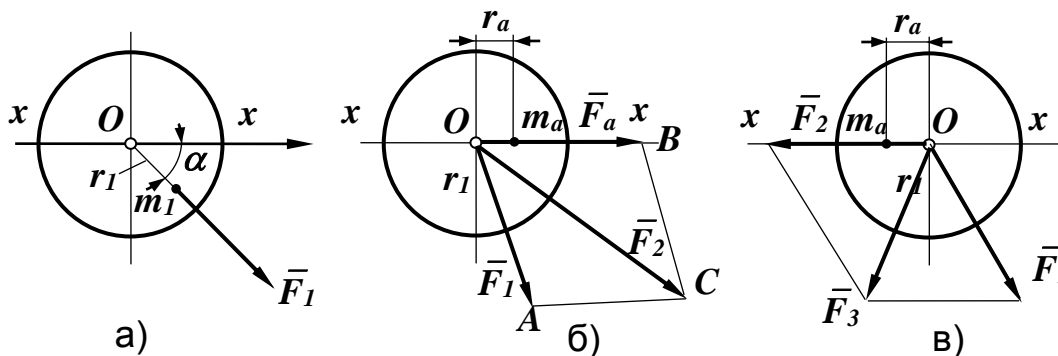


Рисунок 11.3 - До визначення величини і положення незрівноваженої маси

амплітуду A_2 коливань рами. Ця амплітуда буде пропорційна відцентровій силі інерції \bar{F}_2 , яка є рівнодіючою відцентрової сили інерції від незрівноваженої маси і відцентрової сили додаткової маси m_δ :

$$A_2 = \mu' F_2.$$

Зніmemo додаткову масу m_δ з попереднього місця і встановимо її на лінії $x-x$ на тій самій відстані від осі обертання r_δ , але з протилежного боку (рис. 11.3, в). Розгонимо ротор і знову виміряємо амплітуду A_3 коливань при резонансі. Ця амплітуда буде пропорційна відцентровій силі інерції \bar{F}_3 , яка є рівнодіючою сил \bar{F}_1 і \bar{F}_δ :

$$A_3 = \mu' F_3.$$

На рис. 11.3, б і 11.3, в побудовані паралелограми сил вказаних двох положень додаткової маси. Зазначимо, що ці паралелограми рівні, оскільки вони мають рівні сторони і рівні кути. На рис. 11.4 побудовано паралелограм $OBCA$, в якому сили замінено пропорційними їм величинами амплітуд. У цьому паралелограмі відомі дві сторони A_1 і діагоналі A_2 і A_3 . Сторона $A_\delta = OB$ також відома і дорівнює тій максимальній амплітуді, яка була б отримана при резонансі від однієї додаткової маси m_δ .

Як відомо, у паралелограмі сума квадратів сторін дорівнює сумі квадратів діагоналей:

$$2A_\delta^2 + 2A_1^2 = 2A_2^2 + 2A_3^2,$$

звідки

$$A_\delta = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_3^2 - 2A_1^2}{2}}. \quad (11.4)$$

Для визначення амплітуди A_δ можна записати ще й наступний вираз:

$$A_\delta = \mu' F_\delta.$$

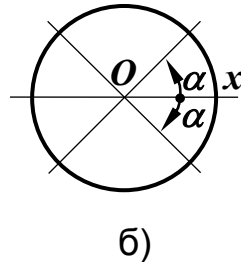
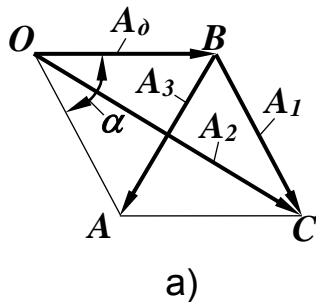


Рисунок 11.4 - До визначення коефіцієнта пропорційності між амплітудами і статичними моментами (а) та кута α (б)

Оскільки відцентрові сили інерції пропорційні статичним моментам від мас (при однаковій кутовій швидкості ротора), то тепер можна визначити коефіцієнт пропорційності між амплітудами і статичними моментами від мас:

$$\mu = \frac{A_\delta}{m_\delta r_\delta}, \quad (11.5)$$

де $m_\delta r_\delta$ - статичний момент (дисбаланс) від додаткової маси.

Тепер легко визначити для незрівноваженої маси m_1 її статичний дисбаланс:

$$m_1 r_1 = \frac{A_1}{\mu}.$$

Статичний момент маси противаги $m_{II} \bar{r}_{II}$ має дорівнювати статичному моменту від незрівноваженої маси $m_1 \bar{r}_1$ і має бути напрямлений у протилежний бік:

$$m_{II} \bar{r}_{II} = m_1 \bar{r}_1.$$

Задавшись масою противаги m_{II} , визначимо відстань r_{II} :

$$r_{II} = \frac{m_1 r_1}{m_{II}}. \quad (11.6)$$

Для визначення напрямку радіуса-вектора r_{II} (кута α) звернемося до рис. 11.4. З трикутника OAB маємо:

$$A_3^2 = A_1^2 + A_\delta^2 - 2 A_1 A_\delta \cos \alpha,$$

звідки

$$\alpha = \arccos \frac{A_1^2 + A_\delta^2 - A_3^2}{2 A_1 A_\delta}. \quad (11.7)$$

Одному значенню косинуса відповідає два значення кута α : ($-\alpha$) і ($+\alpha$). Отже, противага має бути розташована на одному з діаметрів, який визначається кутом $\pm\alpha$ (рис. 11.4, б).

Після того, як знайдено масу противаги і її радіус-вектор для площини *I*, переходять до визначення противаги площини *II*. Ротор *I* виймають з рами *3*, повертають у площині, яка проходить через його вісь на 180° , і знову встановлюють на раму. При цьому площини *I* і *II* міняються місцями. Противагу для площини *II* визначають так само, як це описано раніше.

Балансувальний верстат ТММ-1М. Маятникова рама *10* (рис. 11.5) має можливість обертатись у вертикальній площині на шарикопідшипниках *23*, розміщених у стояках *20*, які закріплені на масивній чавунній основі *12*.

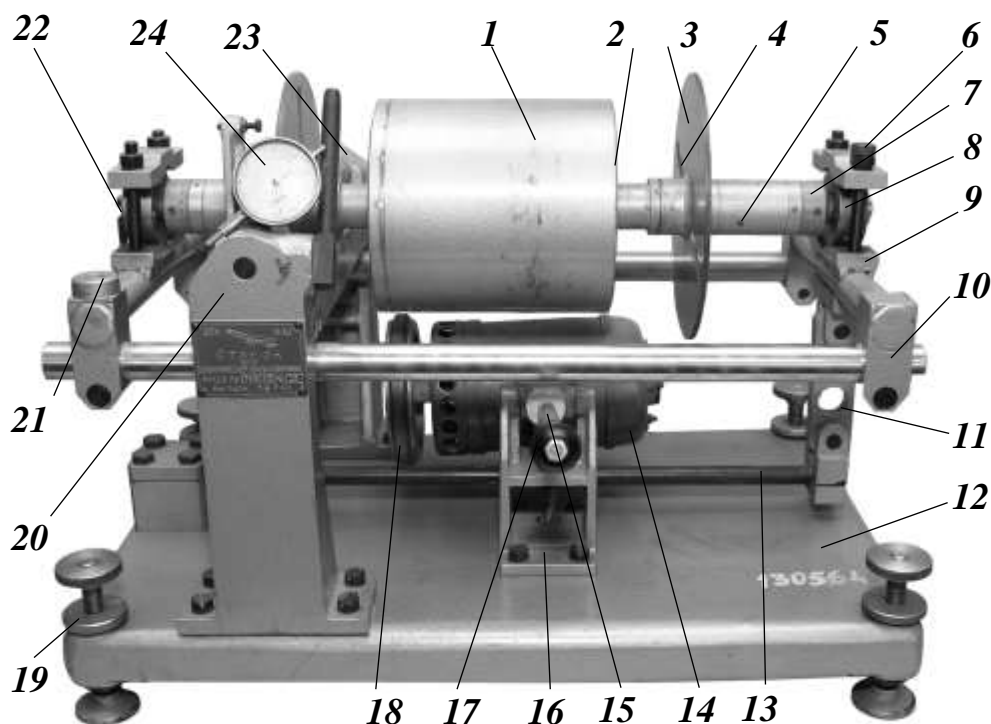


Рис 11.5 – Балансувальний верстат ТММ – 1М

З правого боку рама підтримується в горизонтальному положенні пружиною *13*, зв'язаною з нею сергою *11*, яка зверху шарнірно з'єднана з рамою *10*. Ротор *1* встановлюється на шарикопідшипниках у маятниковій рамі *10*. Шарикопідшипники ротора розташовані в обоймах *8*, які накладками і шпильками з гайками закріплюються в кутових пазах планок *9*, приварених до рами *10*. Це дає змогу встановлювати ротор з різними діаметрами підшипників. Кріплення обойм *8* разом з поперечними стержнями рами *10* можуть на спеціальних хомутах переміщатись по поздовжніх стержнях рами, завдяки чому на верстаті можуть встановлюватись ротори з різними відстанями між підшипниками вала ротора. На валу ротора встановлені диски *3*, на яких розміщують противаги. Диск *3* може повертатися відносно вала ротора і стопоритися гвинтом *5*. У дисках є радіальні пази, які служать для кріплення додаткових мас і противаг *4*. Відстань цих мас від осей

обертання визначається шкалою, яка встановлена напроти пазів диска. Кут повороту дисків **3** відносно ротора визначається за шкалою **7**, яка має градусні поділки. Розгін ротора здійснюється двигуном **14**, який закріплений на важелі **15**. Важіль **15** разом з кнопковим вмикачем (на рисунку не показаний) встановлений на кронштейні **16**. Запуск двигуна **14** здійснюється натиском на рукоятку **17**, завдяки чому вмикається двигун, і його шків притискається до зовнішньої поверхні ротора. Установка рами ротора у горизонтальне положення здійснюється гвинтами **19** за рівнем **21**. На торці лівого кінця вала ротора встановлено гальмівний пристрій **22**, за допомогою якого досягається скорочення часу вибігу ротора. Вимірювання амплітуди коливань рами здійснюється індикатором **24**. Індикатор закріплений на - нерухомому стояку **20**, шток індикатора впирається у кронштейн, який жорстко з'єднаний з рамою **10** і разом з нею коливається. Індикатор **24** пристосований для відліку максимальних амплітуд. Для цього з його заднього боку приставлена пружина з гвинтом, яка гальмує рух вимірювального штока індикатора.

До комплекту верстата входять додаткові вантажі масами **10, 20, 30, 40 г**.

Послідовність виконання роботи

- 1 Скласти схему установки (див. рис 11.1)
- 2 Підготувати установку до роботи:
 - раму **10** за рівнем **21** встановити гвинтами **19** у горизонтальне положення;
 - диск **3** за шкалою **7** встановити на нуль;
 - покажчик точного відліку індикатора **24** поворотом за накатку, корпусу встановити на нуль;
 - записати покази грубої шкали індикатора.
- 3 Виміряти амплітуду A_1 , при резонансі від власної незрівноваженості ротора. Амплітуду виміряти тричі і потім визначити середнє значення. При вимірюванні амплітуди важливо стежити за індикатором: під час пуску сильним натиском на рукоятку **14** рама **10** може дуже сильно відхилитися, що може відхилити стрілку індикатора більше ніж є величина максимальної амплітуди. Тому, кожного разу після пуску двигуна необхідно обережним натиском штока індикатора довести його до контакту з кронштейном рами.
- 4 Задати масу додаткового вантажу m_0 і радіус його встановлення r_0 . Обчислити добуток $m_0 r_0$. Додатковий вантаж закріпити в одному з пазів диска **3** на вибраній відстані r_0 . Тричі виміряти амплітуду коливань рами A_2 при резонансі і обчислити її середнє значення.
- 5 Звільнити гвинти **5**, диск **3** повернути на валу ротора до положення, яке відповідає відліку 180° . Після цього гвинтами **5** знову закріпити диск **3**. Виміряти тричі амплітуду коливань рами A_3 при резонансі і обчислити її середнє значення.

6 Обчислити масу противаги m_n , радіус її положення r_n і кут α_n між нульовим діаметром і напрямком радіус-вектора r_n .

7 Встановити у площині I обчислену противагу (додатковий вантаж знімається) і виконати контрольне балансування: тричі виміряти залишкову амплітуду збалансованого ротора A_k . Перевірка збалансованості виконується при чотирьох кутах: α , $(-\alpha)$, $(180-\alpha)$, $(180+\alpha)$, оскільки, по-перше, як раніше було зазначено, одному значенню косинуса відповідає два значення кута α , по-друге, при початковому установленні додаткового вантажу і наявності двох пазів не фіксується його положення відносно нуля. Обчисливши її середнє значення, визначити відносну величину залишкової незрівноваженості, яка дорівнює відношенню залишкової амплітуди A_k до початкової A_I :

$$\delta_A = \frac{A_k}{A_I}.$$

Зрівноваження у площині II під час лабораторної роботи не виконувати.

8 Оформити звіт про виконану роботу.

Зміст звіту

1. Назва та мета роботи.
2. Схема установки (див. рис 11.1).
3. Визначення максимальної амплітуди A_I коливань при резонансі від власної незрівноваженості ротора та амплітуд A_2 і A_3 коливань при резонансі ротора з додатковою масою.
4. Обчислення величина амплітуди A_d від додаткової маси.
5. Визначення коефіцієнта пропорційності μ .
6. Обчислення величини статичного дисбалансу противаги та величин m_n і r_n .
7. Обчислення кута α_n .
8. Результати контрольного балансування

Контрольні запитання для самопідготовки

1. Задача динамічного балансування обертових мас.
2. Принципова схема верстата системи Б.В. Шитікова.
3. Чому для визначення мас противаг вимірюють амплітуду коливань ротора?
4. Чи можна здійснити динамічне балансування ротора за допомогою однієї противаги?
5. Чим відрізняється статичне балансування від динамічного?
6. В яких випадках можна обмежитися лише статичним балансуванням динамічних мас?

Література

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин.-М.: Наука, 1988.- 640с.
2. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. Підручник.-К.: Наукова думка, 2002.- 660с.
3. Мохнатюк А.І. Синтез кулачкових механізмів на ЕОМ: Навч. посібник.-К.:НМКВО, 1992.- 188с.
4. Горюв Э.А и др. Типовой лабораторный практикум по теории механизмов и машин: Учеб. пособие для студентов ВТУЗов.- М.:Машиностроение,1990.-160с.
5. Лабораторный практикум и курсовое проектирование по теории механизмов и машин с использованием ЭВМ /Под общ. ред. А.М. Ашавского.-М.:Машиностроение,1983.-160с.
6. Руководство по проведению лабораторных работ по технической механике /А.Г.Рубашкин, Д.В.Чернилевский. -М.:Высш.шк., 1984.- 104с.

Навчальне видання

**Микола Миколайович Вірник
Юрій Володимирович Булига**

Теорія механізмів і машин

Лабораторний практикум

Оригінал-макет підготовлено авторами

Редактор В.О. Дружиніна
Коректор З.В. Поліщук

Видавництво ВНТУ „УНІВЕРСУМ-Вінниця”
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,ВНТУ

Підписано до друку
Формат 29,7 x 42 $\frac{1}{4}$
Друк різнографічний
Тираж прим.

Гарнітура Times New Roman
Папір офсетний
Ум. друк. арк.

Зам. №

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,ВНТУ