

УДК 621.311.161

В. В. Кулик, к. т. н., доц.; С. Я. Вишневский**КОМБИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ НОРМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ**

В статье рассматривается метод формирования комбинированных моделей нормальных режимов электрических систем (ЭС), которые объединяют модели элементов ЭС с сосредоточенными параметрами и представление длинных линий электропередачи в виде пассивных четырехполюсников. Это позволяет повысить адекватность отображения процессов взаимовлияния электрических сетей ЭС.

Ключевые слова: электрические системы, взаимовлияние электрических сетей, комбинированные модели нормальных режимов, длинные линии электропередачи, распределенные параметры, пассивные четырехполюсники.

Введение

С развитием энергетической отрасли современные электрические системы (ЭС) приобретают все более сложную техническую и функциональную структуру, что, в свою очередь, усложняет управление такими системами. Транспорт электроэнергии в ЭС характеризуется совокупностью проблем, которые обуславливают повышенный уровень технических потерь электроэнергии. Среди них нужно выделить несоответствие современной энергогенерации и потребления ЭС проектным условиям, а также несовершенство имеющихся систем оперативно-диспетчерского управления [1]. Одним из путей улучшения ситуации является оптимизация нормальных режимов ЭС с учетом взаимовлияния магистральных и распределительных электросетей [2].

Подготовка и своевременная реализация оптимальных решений относительно коррекции параметров нормальных режимов ЭС возможны лишь в случае привлечения средств автоматизации на всех этапах управления [1]. Определение оптимальных состояний ЭС в этом случае может осуществляться на основании разных математических моделей их нормальных режимов, преимущественно основывающихся на описании физических процессов передачи и распределения электроэнергии в ЭС [3].

Для описания математических моделей нормальных режимов ЭС, используемых для формирования оптимальных управляющих воздействий, учитывая жесткие временные ограничения, традиционно используют подходы, связанные с эквивалентированием элементов электрических сетей в виде схем замещения с сосредоточенными параметрами [3, 4]. С целью повышения адекватности таких схем для длинных линий электропередачи (ЛЭП) используют поправочные коэффициенты [4, 5], благодаря чему достигается точность компьютерного моделирования, вполне достаточная для планирования режимов ЭС, формирования их ремонтных схем и т. д.

Однако такой подход не позволяет в полной мере учесть особенности передачи электроэнергии по линиям напряжением 330 кВ и выше, в частности, влияние их волновых параметров на процесс перераспределения потоков мощности в контурах электрических сетей. Поэтому для выявления физических особенностей транспортировки электроэнергии, необходимых для повышения адекватности оптимального управления нормальными режимами ЭС, особенно параллельной работой электрических сетей различных классов напряжения, необходимо использовать более точные математические модели объекта управления, комбинируя их с упрощенными, где это возможно.

Технические возможности вычислительных средств автоматизированных систем диспетчерского управления ЭС и постоянно возрастающий объем контролируемых

параметров их режима формируют предпосылки для применения уточненных математических моделей [1] с целью анализа их состояний, учета технологических ограничений относительно ведения их режимов и оптимального управления ими. Поэтому в данной работе представлены результаты исследований по формированию комбинированных моделей нормальных режимов ЭС, объединяющих преимущества моделей с сосредоточенными параметрами и моделей длинных ЛЭП в виде четырехполюсников, для более адекватного воспроизведения процессов передачи электроэнергии по таким линиям.

Особенности моделирования нормальных режимов длинных ЛЭП и основные соотношения их параметров

Как известно, процесс передачи энергии по линиям переменного тока связан с распространением электромагнитных волн вдоль проводов линии. Анализ режимов работы линий протяженностью до 300 км на практике не требует учета волнового характера процессов передачи электрической энергии, поэтому для них целесообразно применять схемы замещения с сосредоточенными параметрами [5, 6].

В случае ЛЭП, длина которых сопоставима с длиной волны рабочего напряжения, необходимо учитывать волновой характер процесса передачи электроэнергии. Линии такой длины должны представляться как цепи с распределенными параметрами [6], для которых характерна пространственная неодновременность изменений состояния. Такое свойство длинных ЛЭП, очевидно, приводит к определенным особенностям их взаимодействия с ЛЭП малой длины (до 300 км), если они объединены на параллельную работу.

Длинные электропередачи обычно подают как линии с распределенными параметрами [5, 6], режимы которых описывают следующими соотношениями (в гиперболической форме):

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = ch(\gamma_0 l) \dot{U}_2 + \sqrt{3} \dot{Z}_c sh(\gamma_0 l) \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{\sqrt{3} \dot{Z}_c} sh(\gamma_0 l) \dot{U}_2 + ch(\gamma_0 l) \dot{I}_2, \end{cases} \quad (1)$$

где \dot{U}_1 , \dot{U}_2 – линейные напряжения, а \dot{I}_1 , \dot{I}_2 – фазные токи в начале и конце ЛЭП;

$\dot{Z}_c = \sqrt{\frac{r_0 + jx_0}{g_0 + jb_0}}$ – волновое сопротивление, а $\gamma_0 = \sqrt{(r_0 + jx_0)(g_0 + jb_0)}$ – коэффициент

распространения волн ЛЭП; r_0 , x_0 – удельные продольные сопротивления, а g_0 , b_0 – удельные поперечные проводимости ЛЭП; l – длина ЛЭП.

Используя постоянные четырехполюсника $A = ch(\gamma_0 l)$, $B = \dot{Z}_c sh(\gamma_0 l)$, $C = \dot{Z}_c^{-1} sh(\gamma_0 l)$, $D = ch(\gamma_0 l)$, соотношение (1) примет вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A \dot{U}_2 + \sqrt{3} B \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2. \end{cases} \quad (2)$$

Для линии длиной, менее 300 км, учитывая, что $ch(\gamma_0 l) \approx 1$, а $sh(\gamma_0 l) \approx \gamma_0 l$ (т. е. $A \approx 1$, $D \approx 1$, $B \approx \dot{Z}_c \gamma_0 l = (r_0 + jx_0)l = \dot{Z}_e$, $C \approx \dot{Z}_c^{-1} \gamma_0 l = (g_0 + jb_0)l = \dot{Y}_e$), уравнение (2) примет вид

$$\begin{cases} \dot{U}_1 \approx \dot{U}_2 + \sqrt{3} \dot{Z}_e \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{Y}_e \dot{U}_2 + \dot{I}_2. \end{cases} \quad (3)$$

Сопоставляя выражения (2) и (3), видим сходство соотношений параметров моделей длинных ЛЭП и схем замещения с сосредоточенными параметрами, что будет использовано далее для формирования моделей нормальных режимов ЭС в виде систем уравнений

методом узловых напряжений и контурных токов [4] в матричной форме и выявления сущности матриц, входящих в их состав.

Формирование математической модели нормальных режимов электрической системы с длинными ЛЭП по методу узловых напряжений

Программные средства, используемые для определения параметров текущих и перспективных режимов ЭС в автоматизированных системах диспетчерского управления, чаще всего используют алгоритмы, построенные на решении систем нелинейных уравнений нормальных режимов ЭС, составленных по методу узловых напряжений и контурных токов. Эти уравнения в матричном виде применяют также для разработки методов и алгоритмов анализа взаимовлияния электрических сетей ЭС [2], оценки неоптимальности нормальных режимов ЭС и формирования управляющих воздействий, или законов оптимального управления [7]. Таким образом, получив описания указанных выше математических моделей с учетом волновых свойств длинных ЛЭП (за счет идентификации матричных параметров, входящих в их состав), становится возможной разработка качественно новых, комбинированных моделей нормальных режимов ЭС и условий их оптимальности. Последние, незначительно отличаясь по форме от известных, будут более адекватными, поскольку учитывают качественно новые параметры и характеристики исследуемого объекта.

Систему уравнений установившегося режима электрических сетей в матричной форме можно представить так [4]:

$$[\mathbf{M}\mathbf{Z}_g^{-1}\dot{\mathbf{M}}^T + \mathbf{Y}_g]\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{J}, \quad (4)$$

где \mathbf{M} , \mathbf{M}^T – матрица соединений ветвей схемы замещения электрической сети в ее узлах, соответственно, прямая и транспонированная [4]; \mathbf{Z}_g , \mathbf{Y}_g – диагональные матрицы, соответственно, комплексных продольных сопротивлений ветвей схем замещения электрических сетей и поперечных проводимостей этих ветвей, приведенных к узлам; $\dot{\mathbf{U}}$, \mathbf{J} – соответственно, напряжения в узлах и задающие токи схем замещения электрических сетей.

Для формирования математической модели установившегося режима электрических сетей с учетом длинных ЛЭП как пассивных четырехполюсников используем аналогию между выражениями (2) и (3). Падение напряжения в отдельной ЛЭП, соответственно, с сосредоточенными и распределенными параметрами

$$\Delta\dot{U} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = \sqrt{3}\dot{Z}_g \dot{I}_2; \quad \Delta\dot{U} = \dot{U}_1 - A\dot{U}_2 = \sqrt{3}B\dot{I}_2. \quad (5)$$

Для записи вектора падений напряжения в совокупности линий электропередачи схемы замещения электрической сети используют транспонированную матрицу соединений \mathbf{M}^T [8]: $\mathbf{M}^T\dot{\mathbf{U}} = \Delta\dot{\mathbf{U}}$. Для схемы замещения, которая описывает электрическую сеть с длинными ЛЭП необходимо учесть отставание падающих волн напряжения, что достигается введением постоянной A . Исходя из этого, матрица связей ЛЭП в узлах электрической сети запишем:

$$\dot{\mathbf{M}}_A^T = \mathbf{M}^{T+} + \mathbf{A}_o\mathbf{M}^{T-}, \quad (6)$$

где \mathbf{M}^{T+} , \mathbf{M}^{T-} – матрицы, которые формируются заменой, соответственно, отрицательных и положительных элементов транспонированной матрицы соединений \mathbf{M}^T нулями; \mathbf{A}_o – диагональная матрица постоянных четырехполюсника A для ветвей схемы замещения электрической сети, а выражение для вектора падения напряжения:

$$\dot{\mathbf{M}}_A^T\dot{\mathbf{U}} = \Delta\dot{\mathbf{U}}. \quad (7)$$

В отличие от \mathbf{M}^T , матрица $\dot{\mathbf{M}}_A^T$ является комплексной.

Для схемы замещения с сосредоточенными параметрами вектор падений напряжения в ветвях может быть выражен через фазные токи $\dot{\mathbf{I}}_g$ в них так [8]: $\Delta\dot{\mathbf{U}} = \sqrt{3}\dot{\mathbf{Z}}_g\dot{\mathbf{I}}_g$. С учетом (5), можно провести аналогию между диагональными матрицами сопротивлений ветвей схемы $\dot{\mathbf{Z}}_g$ и постоянных четырехполюсника \mathbf{B}_o . Тогда (5) в матричной форме для совокупности ветвей схемы замещения электрической сети:

$$\Delta\dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{M}}_A^T \dot{\mathbf{U}} = \sqrt{3} \mathbf{B}_o \dot{\mathbf{I}}_g^k, \quad (8)$$

где $\dot{\mathbf{I}}_g^k$ – вектор токов по концам ветвей схем замещения (согласно заданному матрицей \mathbf{M} их направлению). Выражение (8) имеет физический смысл закона Ома в матричной форме для схемы замещения электрической сети с распределенными параметрами. В дальнейших матричных выражениях для однозначности будут фигурировать векторы токов $\dot{\mathbf{I}}_g^k$ (при необходимости значения токов в начале каждой ветки могут быть рассчитаны по второму уравнению из системы (2)).

Принимая во внимание, что согласно (2) $\dot{I}_1 - A\dot{I}_2 = C\dot{U}_2/\sqrt{3}$ (поскольку $A = D$) и введя понятие матрицы соединений $\dot{\mathbf{M}}_A$, которая определяется как:

$$\dot{\mathbf{M}}_A = \mathbf{M}^+ \mathbf{A}_o + \mathbf{M}^-, \quad (9)$$

где \mathbf{M}^+ , \mathbf{M}^- – матрицы, которые формируются заменой, соответственно, отрицательных или положительных элементов первой матрицы соединений \mathbf{M} нулями, первый закон Кирхгофа для схемы замещения с распределенными параметрами при отсутствии поперечных параметров ($C_{ij} = 0$) или учета их в векторе задающих токов запишем так:

$$\dot{\mathbf{M}}_A \dot{\mathbf{I}}_g^k = \dot{\mathbf{J}}. \quad (10)$$

Если ($C_{ij} \neq 0$), т. е. при условии, что схема замещения содержит ветви с поперечными параметрами, первый закон Кирхгофа можно записать так:

$$\dot{\mathbf{M}}_A \dot{\mathbf{I}}_g^k - \mathbf{C}_k \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{J}}, \quad (11)$$

где $\mathbf{C}_k = \mathbf{M}^+ \mathbf{C}_o \mathbf{M}^{T-}$ – матрица постоянных четырехполюсника C в ветвях схемы замещения.

Таким образом, при отсутствии поперечных проводимостей, систему уравнений электрической сети по методу узловых напряжений [4, 8] можно записать

$$\dot{\mathbf{M}}_A \mathbf{B}_o^{-1} \dot{\mathbf{M}}_A^T \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{J}}, \quad (12)$$

где $\dot{\mathbf{M}}_A \mathbf{B}_o^{-1} \dot{\mathbf{M}}_A^T = \dot{\mathbf{Y}}$ – матрица узловых проводимостей. Если в схеме замещения представлены ветви с поперечными проводимостями, то в узловые уравнения вводят составляющую $\mathbf{C}_k \dot{\mathbf{U}}$:

$$[\dot{\mathbf{M}}_A \mathbf{B}_o^{-1} \dot{\mathbf{M}}_A^T - \mathbf{C}_k] \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{J}}, \quad (13)$$

где $\dot{\mathbf{M}}_A \mathbf{B}_o^{-1} \dot{\mathbf{M}}_A^T - \mathbf{C}_k = \dot{\mathbf{Y}}_n$ – матрица узловых проводимостей, учитывающая поперечные проводимости линий с сосредоточенными и распределенными параметрами. Полученное матричное уравнение по структуре полностью соответствует уравнению (4), что обуславливает возможность объединения в одной системе описаний элементов с сосредоточенными (трансформаторы, ЛЭП протяженностью до 300 км и т. д.) и распределенными параметрами.

Математическая модель нормальных режимов электрической системы с длинными ЛЭП по методу контурных токов

Из первого уравнения системы (2) запишем выражения для напряжений в начале и в

конце длинной ЛЭП:

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + \sqrt{3}B\dot{I}_2; \dot{U}_2 = \frac{1}{A}\dot{U}_1 - \sqrt{3}\frac{B}{A}\dot{I}_2. \quad (14)$$

С учетом (14), для контура, образованного ветвями с распределенными параметрами (рис. 1), выражение, связывающее напряжение базисного узла с токовыми нагрузками ветвей запишем так:

$$\dot{U}_B = \left(\left(\frac{1}{A_{B1}}\dot{U}_B - \sqrt{3}\frac{B_{B1}}{A_{B1}}\dot{I}_{B1}^\kappa \right) \frac{1}{A_{12}} - \sqrt{3}\frac{B_{12}}{A_{12}}\dot{I}_{12}^\kappa \right) A_{B2} + \sqrt{3}B_{B2}\dot{I}_{B2}^\kappa. \quad (15)$$

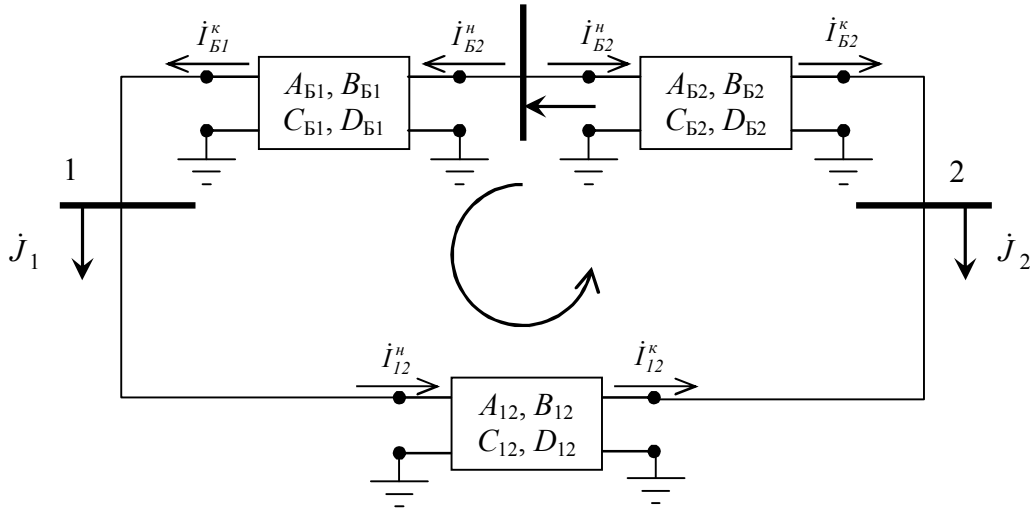


Рис. 1. Пример схемы замещения контура, образованного длинными ЛЭП

Выразив из (15) \dot{U}_B , получим:

$$\dot{U}_B \left(1 - \frac{1}{A_{B1}} \frac{1}{A_{12}} A_{B2} \right) = -\sqrt{3}\dot{I}_{B1}^\kappa B_{B1} \left(\frac{1}{A_{B1}} \frac{1}{A_{12}} A_{B2} \right) - \sqrt{3}\dot{I}_{12}^\kappa B_{12} \left(\frac{1}{A_{12}} A_{B2} \right) + \sqrt{3}\dot{I}_{B2}^\kappa B_{B2}.$$

После упрощения и обобщения на произвольное количество ветвей с распределенными параметрами в контуре, учитывая, что $B_{ij}\dot{I}_{ij}^\kappa$ представляет собой падения напряжения в ветке $i-j$:

$$\dot{U}_B \left(1 - \prod_{i \in S} A_i^\mu \right) = -\sqrt{3} \sum_{j \in S^+} \left[\dot{I}_{jB}^\kappa B_j \prod_{\substack{i \in S \\ i \geq j}} A_i^\mu \right] + \sqrt{3} \sum_{j \in S^-} \left[\dot{I}_{jB}^\kappa B_j \prod_{\substack{i \in S \\ i > j}} A_i^\mu \right], \quad (16)$$

где S , S^+ , S^- – соответственно, множества ветвей, входящих в контур, входящих и совпадающих по направлению с направлением обхода контура, входящих и не совпадающих по направлению с направлением обхода контура; μ – знаковая функция: $\mu = -1$ для ветвей, которые принадлежат множеству S^+ , $\mu = 1$ для ветвей, которые принадлежат множеству S^- . По физическому смыслу (16) описывает контурную э. д. с., которая образуется за счет неоднородности коэффициентов распространения волны γ_0 для разных ЛЭП ($A_{ij} \neq \text{const}$) в контуре.

Для обобщенного описания второго закона Кирхгофа введем понятие второй матрицы связей схемы замещения с длинными ЛЭП – \dot{N}_A . Расположение нулевых элементов данной матрицы соответствует второй матрице соединений N [8]. Каждый ненулевой элемент матрицы \dot{N}_A определяем по выражению:

$$\dot{N}_{Aij} = \begin{cases} N_{ij} \prod_{\substack{k \in S_i \\ k \geq n_j}} A_k^\mu, & \text{если } N_{ij} > 0; \\ N_{ij} \prod_{\substack{k \in S_i \\ k > n_j}} A_k^\mu, & \text{если } N_{ij} < 0, \end{cases} \quad (17)$$

где n_j – номер j -ой ветки в направлении обхода i -го контура, начиная с условного узла начала контура (для системы базисных контуров – базисного узла); S_i – множество ветвей i -го контура.

В отличие от N , матрица \dot{N}_A является комплексной для общего случая представления ЛЭП с распределенными параметрами. Для ЛЭП без потерь ($r_0 = 0, g_0 = 0$) γ_0 можно заменить на α_0 , вследствие чего матрица \dot{N}_A переходит в действительную плоскость. Для коротких ЛЭП за счет того, что $A_{ij} \approx 1$, матрица связей \dot{N}_A преобразуется во вторую матрицу соединений N .

Используя введенные обозначения, второй закон Кирхгофа для схемы замещения ЭС с распределенными параметрами, учитывая (16):

$$\dot{E}_\kappa = \dot{U}_B \dot{E}_{\kappa^*} = -\sqrt{3} \dot{N}_A \mathbf{B}_\delta \dot{I}_\kappa, \quad (18)$$

где \dot{E}_{κ^*} – матрица-вектор контурных э.д.с., представленных в относительных единицах, каждый элемент которой определяется выражением $\dot{E}_{\kappa^*ij} = 1 - \prod_{i \in S} A_i^\mu$.

Влияние распределенных параметров длинных ЛЭП на адекватность компьютерного моделирования нормальных режимов ЭС

Разработанные математические модели были положены в основу алгоритмической реализации расчета установившихся режимов электрических систем программного комплекса «ВТРАТИ». В результате такого усовершенствования комплекса стало возможным выполнение сравнительного анализа результатов компьютерного моделирования установившегося режима ЭС при следующих условиях:

- 1) все элементы ЭС подаются в схемах замещения ветвями с сосредоточенными параметрами;
- 2) длинные ЛЭП подаются в схемах замещения ЭС ветвями, сосредоточенные параметры которых уточнены с использованием поправочных коэффициентов [5] (используется программный комплекс «ГРАФСНАНЕР»);
- 3) длинные ЛЭП подаются в схемах замещения ЭС пассивными четырехполюсниками.

В качестве объекта моделирования была использована схема электросетей 110-750 кВ Юго-западной электроэнергетической системы, которая содержит 32 узла, 38 веток (из которых 5 – ЛЭП 750 кВ, а 14 – ЛЭП 330 кВ), 10 трансформаторов связи. Результаты моделирования потерь мощности для характерного режима ЭС в описанных выше условиях представлены в табл. 1.

Таблица 1

Потери мощности в электрических сетях 750 – 110 кВ Юго-Западной электроэнергетической системы

Условия расчета	Поступле ния P, МВт	Отпуск P, МВт	Суммарные потери P, МВт	Потери в ЛЭП 750 – 330 кВ, ΔP , МВт	Потери в ЛЭП 220-35 кВ, ΔP , МВт	Потери в трансформа- торах, МВт
Сосредоточенные параметры всех ЛЭП (1)	7063,1	6962,5	100,6	62,1	17,1	21,4
Уточнения параметров длинных ЛЭП (2)	7064,3	6962,5	101,8 (+1%)	63,1 (+2%)	17,3 (+1%)	21,4
Распределенные параметры длинных ЛЭП (3)	7065,8	6962,4	103,4 (+3%)	63,3 (+2%)	18,7 (+9%)	21,4

Как видно из табл. 1, если не учитывать особенности транспортировки электроэнергии по длинным ЛЭП, то это приводит к погрешностям определения потерь мощности в электрических сетях. Поскольку за счет волновых процессов в длинных ЛЭП происходит перераспределение потоков мощности в ЭС, что не учитывается в схемах замещения с сосредоточенными параметрами, то погрешность определения потерь является большей для электрических сетей низших классов напряжения. И если погрешностью определения совокупных потерь (1 – 3%) в практических задачах можно пренебречь, то отклонения расчетных значений для электрических сетей низших классов напряжения (до 9%) необходимо учитывать, особенно в задачах оптимизации взаимовлияния электросетей. Из результатов расчетов также видно, что использование поправочных коэффициентов для коррекции параметров схем замещения длинных ЛЭП позволяет уточнить расчетные значения потерь в электросетях 750 – 330 кВ. Однако, такой подход не дает возможности учесть явление перераспределения потоков мощности в ЭС за счет разницы коэффициентов распространения волны ЛЭП. Вследствие этого значение потерь в электросетях низших классов напряжений таким образом практически не уточняют.

Выводы

1. Задача повышения эффективности транспорта электроэнергии по электросетям связана с необходимостью постоянного мониторинга режимов электрических систем, что на сегодняшний день, из-за недостаточной наблюдаемости ЭС, невозможно без применения средств компьютерного моделирования. При этом адекватность математических моделей, положенных в основу программных средств систем диспетчерского управления, является определяющим фактором для качества функционирования последних.

2. Проведенные исследования позволили получить комплексные математические модели установившихся режимов электрических систем, позволяющие объединить элементы ЭС, представленные схемами замещения с распределенными и сосредоточенными параметрами без дополнительных допущений. Таким образом, полученные модели являются более эффективными по сравнению с типовыми, поскольку, помимо прочего, позволяют учитывать особенности транспорта электроэнергии по длинным ЛЭП без существенного увеличения сложности.

3. В результате моделирования взаимосвязи между э. д. с. в замкнутых контурах, с длинными ЛЭП и падением напряжения в них, установлено, что за счет неоднородности коэффициентов распространения волны этих ЛЭП в контурах могут возникать уравнительные э.д.с. Последние приводят к перераспределению потоков мощности, что необходимо учитывать в процессе формирования и адаптации управляющих воздействий для оптимизации нормальных режимов ЭС.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кириленко О. В. Енергетика сталого розвитку: виклики та шляхи побудови / О. В. Кириленко, А. В. Праховник // Праці Інституту електродинаміки НАН України. Спеціальний випуск. – Київ. – 2010. – С. 10 – 16.
2. Лежнюк П. Д. Оцінка взаємовпливу електричних мереж енергосистем з трансформаторними зв'язками / П. Д. Лежнюк, В. В. Кулик, О. Б. Бурикін // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск: проблеми сучасної електротехніки. ч. 7. – 2006. – С. 27 – 30.
3. Веников В. А. Оптимизация режимов электростанций и энергосистем / В. А. Веников, В. Г. Журавлев, Т. А. Филиппова. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 352 с.
4. Жуков Л. А. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем: Методы расчета / Л. А. Жуков, И. П. Стратан. – М.: Энергия, 1979. – 416 с.
5. Сулейманов В. М. Електричні мережі та системи / В. М. Сулейманов, Т. Л. Кацадзе. – К.: НТУУ «КПІ», 2008. – 456 с.
6. Веников В. А. Дальние электропередачи переменного и постоянного тока / В. А. Веников, Ю. П. Рыжов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 272 с.
7. Лежнюк П. Д. Взаємовплив електричних мереж і систем в процесі оптимального керування їх режимами / П. Д. Лежнюк, В. В. Кулик, О. Б. Бурикін: Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 123 с.
8. Мельников Н. А. Матричный метод анализа электрических цепей / Н. А. Мельников. – М.: Энергия, 1972. – 232 с.

Кулик Владимир Владимирович – к. т. н., доцент, доцент кафедри електричних станцій і систем, e-mail: kulik_vv@mail.ru.

Вишневский Святослав Янович – асистент кафедри електричних станцій і систем, e-mail: slava_vish@mail.ru.

Винницький національний технічний університет.