

УДК 621.91.048.6

Р. Р. Обертюх, А. В. Слабкий, В. В. Чернійко
Вінницький національний технічний університет,
кафедра металорізальних верстатів та обладнання автоматизованих виробництв

ДИНАМІЧНА ТА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛІ ГІДРОІМПУЛЬСНОГО ПРИБОРУ ДЛЯ ДЕФОРМАЦІЙНОГО ЗМІЦНЕННЯ ДЕТАЛЕЙ З ВБУДОВАНИМ ГЕНЕРАТОРОМ ІМПУЛЬСІВ ТИСКУ

© Обертюх Р. Р., Слабкий А. В., Чернійко В. В., 2014

Розглянуто структурно-розрахункову схему гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення деталей з вбудованим генератором імпульсів тиску. На основі структурної схеми і циклограми робочого циклу пристрою розроблені його динамічна і математична моделі, в яких гідравлічна ланка представлена в'язко-пружною моделлю робочої рідини (енергоносія), складеної з безінерційних пружного і дисипативного елементів (тіло Кельвіна-Фохта).

Ключові слова: гідроімпульсний пристрій, деформаційне зміцнення, генератор імпульсів тиску, гідравлічний привод, математична модель.

The article studies the structural design scheme of hydro-impulse device for strain hardening parts with a built-in pressure pulse generator. Based on the structural scheme and the timeline duty cycle device, dynamic and mathematical models are developed. In these models a hydraulic section is represented by a visco-elastic fluid model (energy source), composed of instantaneous elastic and dissipative elements (Kelvin-Voigt material).

Key words: hydro-impulse device, strain hardening, pressure pulse generator, hydraulic drive, mathematical model.

Вступ. Сучасні тенденції машинобудування вимагають впровадження у виробництво методів і засобів, які забезпечують підвищення надійності деталей та виробів, а також зменшення собівартості продукції. Надійність деталей машин передусім залежить від їх міцності, зносостійкості, вібростійкості, теплостійкості тощо. Одним із способів підвищення втомної міцності і зносостійкості деталей є наклеп поверхневого шару робочих поверхонь деталей, та в зонах концентрації напружень. Наклеп – поверхнева пластична деформація (ППД) матеріалу деталі створює багатократні точкові і лінійні дефекти (лінійні та гвинтові дислокації) кристалічних ґраток у поверхневих шарах деталі і тим самим підвищує опір цих шарів зношуванню та втомному руйнуванню. При цьому відбувається інтенсивне вигладжування поверхневих нерівностей заготовки (знижується шорсткість поверхні), унеможлиблюється шаржування оброблюваної поверхні абразивними або іншими частинками та створюються передумови для утворення мікрорельєфів. Переваги методів ППД пов'язані з їх можливістю поєднувати оздоблювальне та зміцнювальне оброблення, що дозволяє замінювати операції, наприклад, чистового точіння, шліфування або полірування на фінішне оброблення зміцненням. ППД – деформаційне зміцнення поверхні деталі, які можна реалізувати різними способами та пристроями з механічним, пневматичним і гідравлічним приводом. Досвід побудови пристроїв для механічного оброблення, зокрема, пристроїв для віброточіння та пристроїв для розкочування підшипникових кілець на базі гідроімпульсного приводу, свідчить про перспективність розроблення на базі даного приводу пристроїв для деформаційного зміцнення.

Оскільки використання гідроімпульсного приводу в пристроях для деформаційного зміцнення в технічній літературі не описано, то теоретичне і експериментальне дослідження динамічних та інших процесів у таких пристроях є важливим науковим та практичним завданням.

Постановка проблеми. Гідроімпульсні пристрої для деформаційного зміцнення деталей можна будувати за різними схемами, які в загальному випадку можна розділити на два класи [1]:

- пристрої з винесеним генератором імпульсів тиску (ГІТ);
- пристрої із вбудованим у виконавчу ланку ГІТ.

З погляду мінімізації габаритів пристрою перевагу мають пристрої другого класу, особливо для технологічних процесів деформаційного зміцнення деталей порівняно невеликих габаритів. Задача отримання мінімальних габаритів пристрою для деформаційного зміцнення обумовлюється насамперед енергією зміцнення, яку потрібно забезпечити за заданих швидкості ударника та частоти ударів. Величина енергії зміцнення є основним фактором для вибору та конструювання силових ланок пристрою, які з метою мінімізації його габаритів доцільно сумістити з пружними елементами як ГІТ, так і виконавчої ланки – ударника.

Аналіз останніх досліджень. Теоретичним дослідженням гідроімпульсного приводу і розроблених на його основі різноманітних вібраційних та віброударних машин присвячено достатньо велику кількість робіт І.Б. Матвєєва, Р.Д. Ісковича-Лотоцького, Р.Р. Обертюха, І.В. Севостьянова та ін., в яких обґрунтовано основні положення та методи моделювання машин вібраційної та віброударної дії [2–4]. Оскільки гідросистема розробленого авторами гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення деталей має малий об'єм напірної порожнини, то модель його гідравлічної ланки доцільно подати у вигляді тіла Кельвіна-Фохта [2 – 5].

Постановка задачі. Автори робіт [2, 3] запропонували конструкцію малогабаритного гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення деталей з вбудованим ГІТ параметричного типу, в якій силова ланка пристрою поєднана з розподільним елементом ГІТ, а пружними елементами є тарілчасті пружини, які за малих габаритів мають високу жорсткість.

З метою розроблення коректної наукової методики розрахунку та проектування запропонованого пристрою доцільно теоретично та експериментально дослідити його динаміку, розробивши динамічну та математичну моделі пристрою.

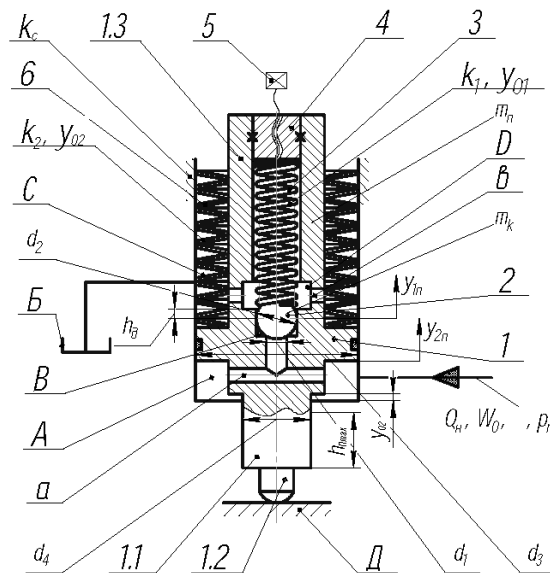
Виклад основного матеріалу. Створення динамічної моделі гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення із вбудованим ГІТ параметричного типу слід розпочати з розгляду його структурно-розрахункової схеми (рис. 1). Основною ланкою пристрою є поршень-ударник 1, на штокові 1.1 якого встановлено ударний наконечник 1.2. У поршень-ударник 1 вмонтовано однокаскадний ГІТ параметричного типу, запірний елемент-кулька 2 якого встановлений в центральній осьовій ступінчастій розточці поршня-ударника 1 та навантажено пружиною 3 регулятора тиску “відкриття” ГІТ. Кулька 2 спрягається з поверхнями центральної осьової ступінчастої розточки в поршні-ударнику 1 за двома поверхнями діаметром d_1 та d_2 так: за діаметром d_1 кулька 2 контактує з кромками переходу поверхні розточки діаметром d_1 до поверхні діаметром d_2 , за яким кулька 2 спряжена за ходовою посадкою точністю не нижче 5–6 квалітетів, причому лінія контакту кульки 2 і поверхні розточки діаметром d_2 розташована на відстані h_0 (додатне перекриття) від верхнього краю розточки d_2 . Кромки переходу розточки від діаметра d_1 до діаметра d_2 є сідлом для запірної кульки 2. Пружина 3 регулятора тиску “відкриття” ГІТ, що розташована у верхньому штокові 1.3 поршня-ударника 1, одним кінцем опирається на кульку 2, а іншим на пробку 4, нерухомо закріплену в штокові 1. Попередня деформація пружини 3 змінюється за допомогою гвинта 5, встановленого в пробці 4.

Поршень-ударник 1 навантажено пакетом тарілчастих пружин (ПТП) 6, який скеровується зовнішньою поверхнею штока 1.3. Поршень-ударник 1 розташований в корпусі (на схемі, рис. 1, умовно не показаний), який жорстко кріпиться, наприклад, в різцетримачі токарного верстата K_C .

Окрім описаних позначень на структурно-розрахунковій схемі пристрою нанесено ще такі, відповідно: $Q_n, W_o, k, p,$ – подача енергоносія (робочої рідини) від гідронасоса насосної станції

(умовно не показана), об'єм напірної порожнини приводу пристрою, в який входить об'єм енергоносія в напірному рукаві насосної станції та об'єм (початковий) напірної порожнини A пристрою, модуль пружності (зведений) енергоносія та потокове значення тиску енергоносія в напірній порожнині A ; k_1, y_{01} – жорсткість і попередня деформація пружини 3; k_2, y_{02} – жорсткість і попередня деформація ПТП 6, яка утворюється під час кріплення пристрою на верстаті так, щоб між буртиком штока 1.1 та дном розточки корпусу пристрою відносно оброблюваної деталі D утворився зазор y_{02} ; m_k і m_n – відповідно, зведені маси запірнього елемента-кульки 2 ГТ (в цю масу входить $\sim 1/3$ маси пружини 3 та її сферичного упору) та поршня-ударника 1, куди включено частинну масу ПТП ($\sim 1/3$ маси всього пакета), маси пробки 4 і гвинта 5; d_3, d_4 – відповідно, діаметри поршня-ударника 1 та його штока 1.1; $h_{П\max}$ – максимальний хід поршня-ударника 1; B, C – відповідно, проміжна порожнина ГТ та зливна порожнина пристрою, яку з'єднано рукавом (умовно не показано) з баком B насосної станції приводу пристрою; a, b – відповідно отвори в поршні-ударнику 1, що з'єднують напірну порожнину A з центральною осью розточкою розташування ГТ та зливні порожнини C пристрою і D ГТ; $y_{1П}, y_{2П}$ – початок (напрями) відліку прямого ходу, відповідно, кульки 2 та поршня-ударника 1.

Рис. 1. Структурно-розрахункова схема гід्रोімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення з вбудованим ГТ



Робочий цикл гідроімпульсного віброударного пристрою для деформаційного зміцнення деталей здійснюється за такими етапами:

1) зростання тиску робочої рідини (енергоносія) в напірній порожнині A пристрою до рівня, достатнього для переборення стаціонарного опору, обумовленого попередньою деформацією пружних елементів – витой пружини 3 регулятора тиску відкриття ГТ та ПТП 6;

2) початок руху поршня-ударника 1 в момент перевищення в напірній порожнині A тиску стаціонарного опору p_c ($p_A \geq p_c$);

3) зростання в напірній порожнині A тиску енергоносія до рівня $p_A \geq p_1$ – тиску відкриття запірнього елемента ГТ (кульки 2) за час переміщення поршня-ударника 1 на хід $h_{П'}$ і порушення герметизації запірнього елемента ГТ, яке спричиняє практично миттєве зростання тиску в проміжній порожнині B до рівня p_1 ;

4) оскільки жорсткість k_1 крученої пружини 3 регулятора тиску ГТ значно менша від жорсткості ПТП 6, k_2 , то дія тиску енергоносія на всю площу A_2 запірнього елемента ГТ спричиняє його прискорений рух на шляху h_0 – його додатного перекриття;

5) переміщення запірного елемента (кульки 2) на шляху від'ємного перекриття h_e ($h_r = h_o + h_e$) і сполучення напірної порожнини A зі зливною C пристрою;

6) зменшення тиску енергоносія в гідросистемі пристрою, до рівня тиску закриття p_2 пристрою і початок зворотного руху поршня-ударника 1 та зв'язаного з ним ударного інструмента та запірного елемента (кулька 2) ГПТ;

7) переміщення запірного елемента 2 ГПТ на хід h_r і поршня-ударника 1 з ударним інструментом на величину h_{ps} зворотного ходу та ударна взаємодія інструменту із заготовкою, що обробляється;

8) початок нового циклу роботи пристрою.

На кожному з описаних етапів робочого циклу пристрою наявні певні співвідношення сил, що діють на ланки пристрою, з яких можна визначити характерні силові та геометричні параметри робочого циклу.

Тиск відкриття ГПТ:

$$p_1 = \frac{k_1 \cdot y_{01}}{A_1}, \quad (1)$$

де $A_1 = \frac{p d_1^2}{4} \approx 0,785 \times d_1^2$; y_{01} – попередня деформація (10–20 мм) пружини k_1 .

Тиск закриття ГПТ:

$$p_2 = \frac{k_1 \cdot (y_{01} + h_r)}{A_2}, \quad (2)$$

де $A_2 = \frac{p d_2^2}{4} \approx 0,785 \cdot d_2^2$; $h_r = h_o + h_e$ – хід кульки ГПТ; h_o і h_e – відповідно додатне та від'ємне перекриття запірного елемента (кульки) ГПТ.

Порівнюючи (1) та (2), знаходимо $p_2 = p_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} + \frac{k_1 \cdot h_r}{A_2}$, оскільки $\frac{k_1 \cdot h_r}{A_2} \ll p_1 \cdot \frac{A_1}{A_2}$, то можна вважати, що $p_2 \approx p_1 \cdot \frac{A_1}{A_2}$.

Умовну циклограму робочого циклу пристрою для випадку з максимальною частотою імпульсів тиску за заданих подачі Q_n гідронасоса, об'єму W_0 напірної порожнини та модуля пружності енергоносія k , можна зобразити у вигляді трьох графіків зміни тиску в напірній порожнині $p_r = f(t)$, переміщення запірного елемента ГПТ (кульки) $h_r = f(t)$ та ходу поршня $h_n = f(t)$. Циклограма зображена для двох перших імпульсів за припущення відсутності перехідного процесу під час запуску пристрою, який у реальній системі обов'язково має місце. Процеси зміни тиску від p_1 до p_2 та від p_2 до p_1 подані як постійні величини. Також зображені процеси під час переміщення запірного елемента ГПТ та поршня пристрою. Можна припустити, що ГПТ почне відкриватись одразу за досягнення в гідросистемі тиску рівня $p_r = p_1$ (у результаті $p_r > p_1$ на незначну величину), на циклограмі цьому процесу відкриття ГПТ відповідають точка b і точка b_1 . Припускаючи, що після відкриття ГПТ тиск у напірній порожнині гідросистеми пристрою утримується на рівні p_1 (ділянка bc кривої $p_r = f(t)$), можна вважати, що розгін запірного елемента ГПТ триває на додатному перекритті h_o запірного елемента ГПТ і частково ($0,2 \cdot h_e$) на від'ємному перекритті h_e прямого ходу запірного елемента h_r (ділянка $b_1 c_1$), на ділянці $c_1 d_1$ починається зменшення тиску в напірній порожнині ГПТ, хоча прямий хід запірного елемента генератора ще продовжується під дією тиску $p_r > p_2$ і за інерцією (ділянка $d_1 e_1$), що спричиняє зменшення тиску

до рівня p_2 (в реальному пристрої тиск може зменшуватись до рівня $p_n < p_2$) та утримання його на цьому рівні (ділянка $e a_0$).

Умовно можна вважати, що за час $t_{нв}$ утримання тиску в напірній порожнині на рівні p_2 відбувається зворотний хід запірного елемента ГПТ, який можна зобразити лінійним процесом, що складається з двох частин (ділянки $b_1 e_1'$ та $e_1' a_{01}$) зворотного ходу запірного елемента на шляху від'ємного h_b та додатного h_d перекриттів. Далі цикл зміни тиску в напірній порожнині гідросистеми пристрою та ходу запірного елемента ГПТ повторюється.

Циклом зміни p_r та h_r відповідає цикл переміщення поршня пристрою. Переміщення поршня починається з моменту коли $p_r > p_c$ (прямий хід) з точки a_2 , яка відповідає точці a на кривій $p_r = f(t)$. За час переміщення запірного елемента ГПТ на відстань $\sim h_d + 0,2h_b$ поршень пройде шлях $h_{пн}$ (ділянки $a_2 c_2$), а після переміщення запірного елемента ГПТ приблизно на половину від'ємного перекриття на прямому його ході, хід поршня досягне максимуму $h_{пн \max}$, обумовленого його інерцією та дією тиску на рівні p_1 (ділянка $c_2 c_2'$). Зменшення тиску в гідросистемі з рівня p_1 до рівня p_c спричинить зворотний хід поршня (ділянка $c_2' d_2$), який за відкритого ГПТ продовжуватиметься на ділянці $d_2 e_2'$. За час повторного набору тиску в гідросистемі від рівня p_2 до рівня p_c поршень пристрою знаходиться в нижньому (початковому) положенні (ділянка $e_2' a_2$) і далі цикл переміщення поршня повторюється.

За першим наближенням середні рушійні сили можна знайти як середнє арифметичне рушійних сил, що діють на початку та в кінці відповідного ходу поршня та запірного елемента ГПТ:

$$\begin{aligned} F_{пн} &= 0,5 \cdot (F_{пн}^{оп} + F_{пн}^{пн}) = 0,5 \cdot [p_c \cdot (A_3 - A_4) - k_2 \cdot y_{02} + \overline{p_r} \cdot (A_3 - A_4) - k_2 \cdot (y_{02} + h_{пн \max})] = \\ &= 0,25 \cdot (A_3 - A_4) (3p_c + p_1) - k_2 \cdot y_{02} - k_2 \cdot (y_{02} + h_{пн \max}); \\ F_{пз} &= 0,5 \cdot (F_{пз}^{об} + F_{пз}^{кз}) = 0,5 \cdot [k_2 \cdot (y_{02} + h_{пн \max}) - \overline{p_{r1}} \cdot (A_3 - A_4) + k_2 \cdot y_{02} - p_2 \cdot (A_3 - A_4) - h_{пн \max}]; \\ F_{пн} &= 0,5 \cdot (F_{пн}^{оп} + F_{пн}^{пн}) = 0,5 \cdot (p_1 \cdot A_2 - k_1 \cdot y_{01} + p_2 \cdot A_2 - k_1 \cdot y_{01} - k_1 \cdot h_r) = \\ &= 0,5 \cdot p_1 (1 - A_1 / A_2) \cdot A_2 - k_1 (y_{01} + 0,5 \cdot h_r); \\ F_{пз} &= 0,5 \cdot (F_{пз}^{об} + F_{пз}^{кз}) = 0,5 \cdot (p_2 \cdot A_2 - k_1 \cdot (y_{01} + h_r) + k_1 \cdot y_{01} - p_2 \cdot A_1) = 0,5 \cdot (p_2 \cdot (A_2 - A_1) - k_1 \cdot 0,5 \cdot h_r), \end{aligned} \quad (3)$$

тут $\overline{p_r} = 0,5 \cdot (p_c + p_1)$ – середній тиск на ділянці abc (див. рис. 2); $\overline{p_{r1}} = \overline{p_r}$ – середній тиск на ділянці cd; $F_{пн}^{оп}$, $F_{пз}^{об}$, $F_{пн}^{пн}$, $F_{пз}^{кз}$, $F_{пн}^{пн}$, $F_{пз}^{кз}$, $F_{пн}^{пн}$, $F_{пз}^{кз}$ – відповідно максимальне та мінімальне значення середніх рушійних сил.

Середню кінетичну енергію $\overline{E_k}$ поршня пристрою, яка перетворюється в енергію деформації заготовки (деталі) під час наклепу, можна визначити за один удар через середню швидкість поршня-ударника 1 пристрою \overline{V} в кінці зворотного ходу:

$$\overline{E_k} = \frac{m_{пз} \cdot \overline{V}^2}{2} = \frac{m_{пз} \cdot h_{пн \max}^2}{2 \cdot t_{пз}^2}. \quad (4)$$

Кожний етап циклу роботи гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення можна описати диференціальними рівняннями руху ланок пристрою та рівняннями відповідної витрати енергоносія. З метою спрощення динамічного та математичного описання робочого циклу 8 етапів робочого циклу доцільно об'єднати в два періоди: прямого ходу мас m_k і m_n – етапи 1–5;

зворотного ходу мас m_n і m_k – етапи 6–8. Відлік прямого ходу мас m_k і m_n починається з рівнів y_{1n} і y_{2n} (тут індекс “п” означає “прямий хід”), а зворотного ходу y_{13} і y_{23} (тут індекс “з” означає “зворотний хід”) – з верхнього крайнього положення мас m_k і m_n .

Оскільки, зазвичай, в гідроімпульсних пристроях, з метою отримання високих частот проходження імпульсів тиску, обмежують об’єм напірної порожнини W_0 [3], то для побудови динамічної та математичної моделей пристрою доцільно використовувати “пружно-зосереджену модель” енергоносія [3 – 5], нехтуючи масою рідини в напірній порожнині A . У такій моделі енергоносія гідравлічна ланка приводу пристрою представляється тілом Кельвіна-Фохта [3–5], у вигляді в’язко-пружної моделі, складеної з паралельно з’єднаних між собою безінерційних пружного k_{or} та дисипативного c_{or} елементів. Ця гідравлічна ланка впродовж робочого циклу деформується з певною швидкістю та взаємодіє з рухомими ланками (масами m_k і m_n) пристрою через передаточні відношення $i_{oj} = A_j^2 \cdot A_o^{-2}$, де A_j – площа поперечного перерізу рухомої ланки пристрою; A_o – площа поперечного перерізу усередненої напірної гідролінії приводу пристрою,

$$A_o = \sum_{k=1}^n (l_k \cdot A_k) / \sum_{k=1}^n l_k \quad (\text{тут } l_k, A_k \text{ – відповідно довжина та площа перерізу } k\text{-го гідроканалу}).$$

Жорсткість безінерційного пружного елемента відносно площі A_o визначається за відомою залежністю $k_{or} = A_o^2 k W_0^{-1}$ [2]. Цю жорсткість, як показано в роботах [2–4], можна приводити до будь-якої площі поперечного перерізу гідроімпульсного приводу за формулою $k_{oj} = i_{oj} k_{or}$, де $j = 1, 2, \dots, n$ – порядковий номер ланки елементів приводу.

Згідно з запропонованою в роботах [2–4] моделлю енергоносія, силу F_{fo} в’язкого опору безінерційного дисипативного елемента c_{or} можна розраховувати за формулою $F_{fo} = c_o \cdot \dot{x}_{or}$, де $\dot{x}_{or} = dx_{or} / dt$ – швидкість деформації x_{or} гідравлічної ланки (тіла Кельвіна-Фохта); $c_o = p m d_o / 4 \approx 0,785 m d_o$ – коефіцієнт в’язкого опору деформування гідравлічної ланки (тут m – динамічна в’язкість енергоносія; $d_o = 2\sqrt{(A_o/p)}$). У випадку зведення дисипативного елемента гідравлічної ланки до відповідних площ рухомих елементів гідроімпульсного приводу, дисипативну силу опору можна також приводити до цих площ за формулою $F_{fj} = i_{oj}^{-0.5} \cdot c_o (\dot{x}_{Aj} \pm \dot{x}_j)$ [3], де $x_{Aj} = x_{or} \cdot i_{oj}^{-0.5}$ – деформація гідравлічної ланки, зведена до площі поперечного перерізу $A_{ji} \cdot \dot{x}_j$ – швидкість руху i -ї ланки приводу. Тиск p_r енергоносія в напірній усередненій гідролінії A_o зв’язаний з деформацією гідравлічної ланки x_{or} простою залежністю $p_r = x_{or} \cdot k_{or} \cdot A_o^{-1}$ [2].

У роботах [2–5] показано, що тиском енергоносія та жорсткістю гідравлічної ланки зливної порожнини гідроімпульсних приводів можна знехтувати.

Враховуючи викладене та залежності (1) і (2), можемо установити зв’язок між рівнями тиску “відкриття” та “закриття” ГІТ і деформаціями гідравлічної ланки:

$$x_{0\max} = p_1 A_o \cdot k_{or}^{-1}; \quad (5)$$

$$x_{0k} = p_2 A_o \cdot k_{or}^{-1} = x_{0\max} \cdot A_1 \cdot A_2^{-1} = x_{0\max} i_{21}^{0.5} \quad (6)$$

де $i_{21} = A_1^2 \cdot A_2^{-2}$ – внутрішнє передаточне відношення в ГІТ між площами робочих перерізів запірного елемента-кульки 2 (див. рис. 1)

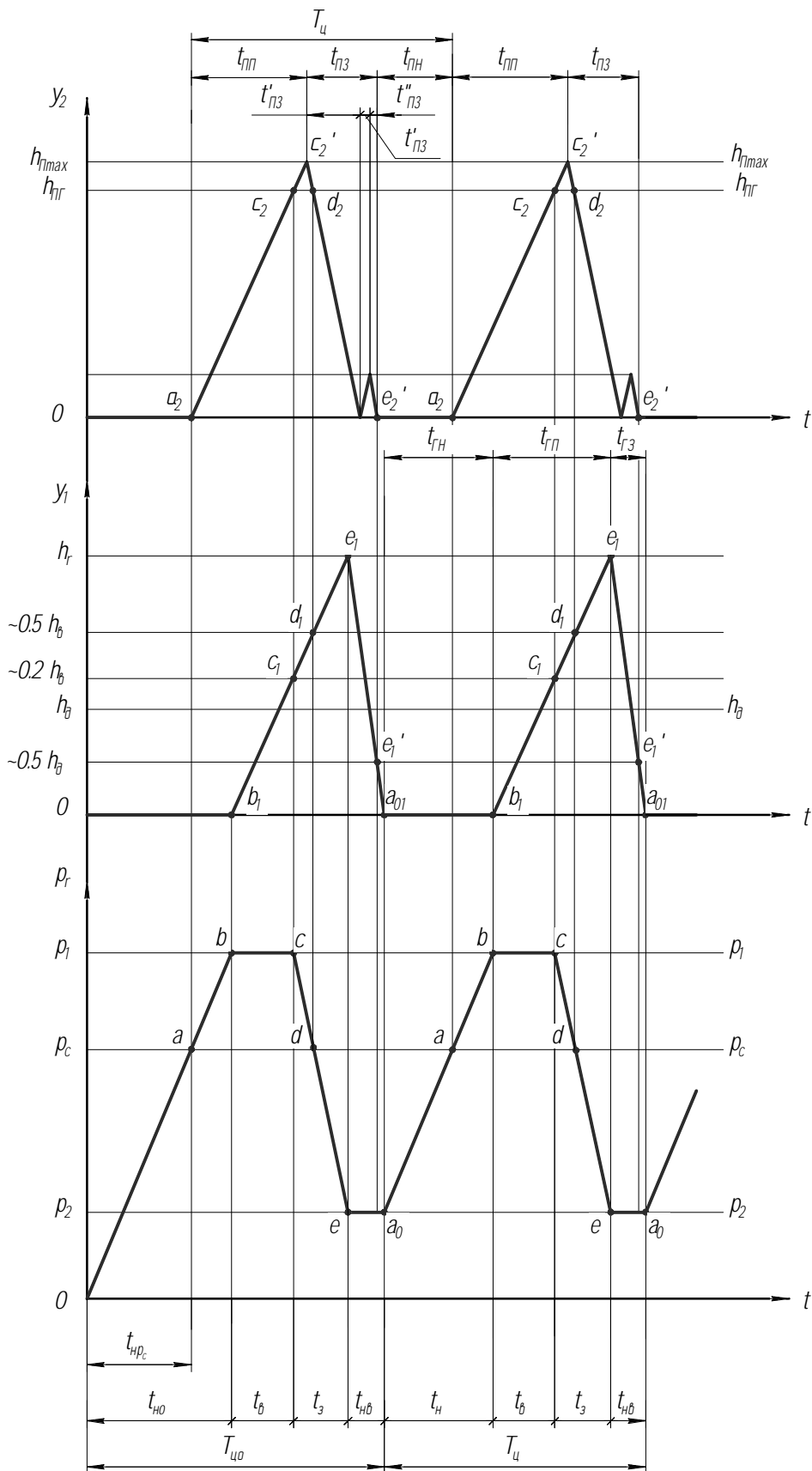


Рис. 2. Умовна циклограма робочого циклу пристрою

Динамічну модель гідроімпульсного приводу пристрою для деформаційного зміцнення на основі його структурно-розрахункової схеми (рис. 1), умовної циклограми робочого циклу (рис. 2) та гідравлічної ланки у вигляді тіла Кельвіна-Фохта можна зобразити у вигляді двомасових систем як для прямого (рис. 3, а) так і зворотного (рис. 3, б) ходів мас ланок пристрою.

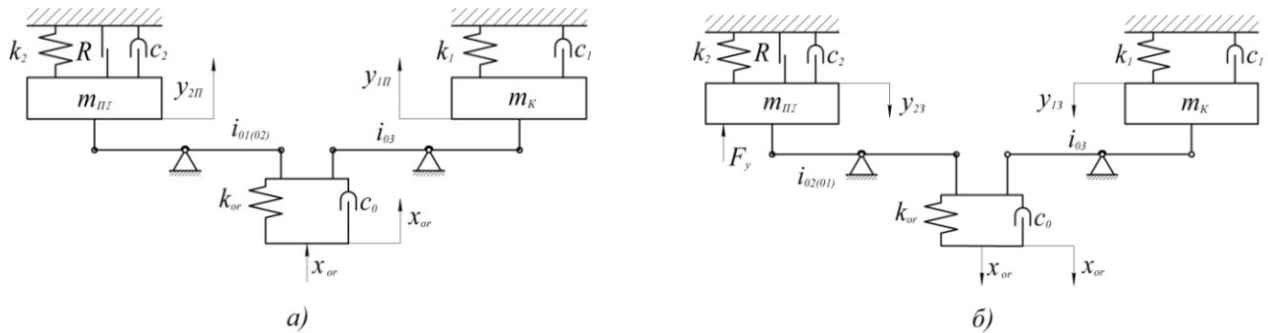


Рис. 3. Динамічна модель гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення деталей для прямого (а) та зворотного (б) ходів його ланок

На динамічній моделі, крім раніше описаних, нанесено ще такі величини: $i_{01(02)}$ – передаточне відношення від гідравлічної ланки до запірного елемента – кульки 2 ПТ, яке залежно від поточних значень для $y_{1п}$ розраховується так: для $i_{01(02)} = y_{1п} = 0$ – $i_{01} = A_1^2 \cdot A_0^{-2}$ та $0 \leq y_{1п} \leq h_r$ – $i_{01(02)} = i_{02} = A_1^2 \cdot A_0^{-2}$ для $0 \leq y_{13} < h_r$ (тут $h_r = h_0 + h_g$ – хід кульки 2) $i_{02(01)} = i_{02} = A_2^2 \cdot A_0^{-2}$ та $i_{02(01)} = i_{01} = A_1^2 \cdot A_0^{-2}$ для $y_{13} = h_r$; $i_{03} = (A_3 - A_4)^2 \cdot A_0^{-2}$ – передаточне відношення від гідравлічної ланки до поршня-ударника 1 (див. рис. 1); R – сила напівсухого (чи напіввідинного) тертя в спряженнях поршня-ударника 1 та його штоків 1.1 і 1.3 з напрямними поверхнями корпусу пристрою, яка $m_{пц} = m_{п} + m_{к}$ – сумарна маса поршня-ударника 1 здійснює переміщення під час прямого та зворотного ходів у напрямку координати y_2 ; c_1 та c_2 – відповідно коефіцієнти в'язкого тертя в спряженнях запірного елемента-кульки 2 з поверхнею центральної осьової розточки в поршні-ударнику 1 та його штоків 1.1 і 1.3 з напрямними поверхнями корпусу пристрою; F_y – сила ударної взаємодії ударного наконечника 1.2 з поверхнею деталі D (рис. 1). Величина сили F_y залежить від характеру ударної взаємодії наконечника 1.2 з поверхнею деталі D та пружних і міцнісних властивостей матеріалів наконечника 1.2 та деталі D . Щоб установити науково-коректну залежність для визначення сили F_y , необхідно провести окремі трудомісткі теоретичні та експериментальні дослідження, зокрема на основі теорії удару Г. Герца. У цій роботі обмежимося тільки наближеною оцінкою сили F_y , зробивши такі припущення:

- 1) кінетична енергія

$$E_k = 0,5m_{пц} \cdot V_{п\max}^2, \tag{7}$$

яку набуває поршень-ударник 1 в кінці його зворотного ходу, переходить в пружну $d_{пд}$ та пластичну $d_{пдд}$ деформації деталі D (тут $V_{п\max}$ – максимальна швидкість поршня-ударника 1 в кінці його зворотного ходу);

- 2) пластична деформація деталі D набагато менша від її пружної деформації, тобто $d_{пдд} \ll d_{пд}$, тому можна припустити, що кінетична енергія E_k більшою частиною переходить у потенціальну енергію пружної деформації деталі D , а меншою частиною, внаслідок відскоку, затрачується на переміщення поршня-ударника 1 та деформацію ПТП в напрямку прямого ходу $y_{1п}$:

$$E_k = E_{кд} + E_{кв} = 0,5k_{д} \cdot d_{пд}^2 + E_{к} \cdot k_{г}^2 \tag{8}$$

або

$$0,5k_D \cdot d_{\text{ИД}}^2 = E_k(1-k_g^2) = 0,5m_{\text{ИГ}} V_{\text{ИГmax}}^2(1-k_g^2), \quad (9)$$

де k_D – місцева (контактна) жорсткість деталі D , що обробляється; k_g – коефіцієнт відновлення для частково пружного удару наконечника 1.2 по деталі D . Для удару сталь по сталі коефіцієнт $k_g = 5/9 \approx 0,56$ ($V_{\text{ИГmax}} \leq 3 \text{ м/с}$) [7];

3) потенціальна енергія за (9) є робота сили удару наконечника 1.2 на шляху $d_{\text{ИД}}$, яку можна оцінити за відомою з курсу фізики формулою [7] (тут взято до уваги, що вектори F_y та $V_{\text{ИГmax}}$ лежать на одній прямій):

$$F_y \cdot d_{\text{ИД}} = 0,5m_{\text{ИГ}} V_{\text{ИГmax}}^2(1-k_g^2), \quad (10)$$

звідки

$$F_y = 0,5m_{\text{ИГ}} V_{\text{ИГmax}}^2(1-k_g^2) \cdot d_{\text{ИД}}^{-1}. \quad (11)$$

Максимальну швидкість поршня-ударника 1 в кінці його зворотного ходу можна оцінити на основі зробленого нами припущення 2):

$$E_k \cdot k_g^2 = 0,5 \cdot V_{\text{ИГmax}}^2 \cdot m_{\text{ИГ}} \cdot k_g^2 = 0,5 \cdot k_2 \cdot h_{\text{не}}^2, \quad (12)$$

звідки

$$V_{\text{ИГmax}} = \frac{h_{\text{не}}}{k_g} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{m_{\text{ИГ}}}} = h_{\text{не}} \cdot \omega_{02} \cdot k_g^{-1}, \quad (13)$$

де $h_{\text{не}}$ – хід відскоку поршня-ударника 1 після його взаємодії з деталлю D ; ω_{02} – власна частота коливань маси $m_{\text{ИГ}}$.

Підставивши (21) в (19), знайдемо:

$$F_y = 0,5 \cdot \omega_{02}^2 (k_g^{-2} - 1) h_{\text{не}}^2 \cdot d_{\text{ИД}}^{-1}, \quad (14)$$

або із врахуванням $k_g = 0,56$

$$F_y = 1,094 \cdot m_{\text{ИГ}} \cdot \omega_{02}^2 \cdot h_{\text{не}}^2 \cdot d_{\text{ИД}}^{-1}. \quad (15)$$

З іншого боку, сила F_y врівноважується пружною силою, що виникає внаслідок деформації деталі D :

$$F_y = k_D \cdot d_{\text{ИД}} \quad (16)$$

Цю відому залежність [7] можна знайти після нескладних алгебраїчних перетворень залежностей (9) і (10). Якщо вважати контакти наконечника 1.2 та деталі D близькими до контакту двох сфер, наприклад, оброблення наконечником 1.2 сферичної форми циліндричної деталі D , установленій в патроні токарного верстата, тоді, згідно з теорією контактних деформацій, в місці удару наконечника 1.2 утворюється зона деформації, наприклад, у вигляді кульового сегмента, радіус основи якого можна розрахувати за формулою:

$$r = 0,883 \sqrt{F_y \frac{E_y^{-1} + E_D^{-1}}{R_y^{-1} + R_D^{-1}}}, \quad (17)$$

де E_y, E_D – модулі пружності матеріалів наконечника 1.2 та деталі D ; R_y, R_D – радіуси ударної частини наконечника 1.2 та деталі.

Можна припустити, що пружна деформація розповсюджується на якийсь об'єм деталі D та наконечника 1.2. Оскільки, зазвичай, наконечник виконується з матеріалу, наприклад, сталі ШХ-15

або твердого сплаву, твердість якого істотно перевищує твердість матеріалу деталі D , то пружною деформацією наконечника можна знехтувати і вважати, що деформується тільки деталь D .

Припустимо, що пружний zdeформований об'єм має форму кульового сегмента з радіусом основи r і висотою $d_{\text{ПД}}$. Кульовий сегмент за відомими з елементарної математики залежностями має площу основи $A_{\text{ДС}} = p \cdot (d_{\text{ПД}}^2 + 2r^2)$, площу бокової поверхні $A_{\text{ДС}} = p \cdot (r^2 + d_{\text{ПД}}^2)$ та об'єм $W_{\text{Д}} = p d_{\text{ПД}}^2 (3r^2 + d_{\text{ПД}}^2) / 6$. Контактну жорсткість $k_{\text{Д}}$ знайдемо, взявши за характерну площу $A_{\text{Дд}}$, за формулою, аналогічною $k_{\text{ор}}$:

$$k_{\text{Д}} = A_{\text{Дд}}^2 \cdot E_{\text{Д}} / W_{\text{Д}} = \frac{6p(r^2 + d_{\text{ПД}}^2)^2 E_{\text{Д}}}{[(3r^2 + d_{\text{ПД}}^2)d_{\text{ПД}}^2]} \quad (18)$$

Якщо матеріали наконечника 1.2 та деталі D (див. рис. 1) однакові (наприклад, сталі), тоді $E_{\text{Д}} = E_{\text{Д}}$ і

$$r = 0.88 \sqrt[3]{2F_{\text{Д}} \cdot R_{\text{Д}} \cdot R_{\text{Д}} / [E_{\text{Д}}(R_{\text{Д}} + R_{\text{Д}})]} = B \cdot F_{\text{Д}}^{1/3} \quad (19)$$

де $B = 0.88 \sqrt[3]{2R_{\text{Д}} \cdot R_{\text{Д}} / [E_{\text{Д}}(R_{\text{Д}} + R_{\text{Д}})]} = \text{const}$ для конкретної деталі та пристрою для деформаційного зміцнення.

Підставивши (19) в (18) та (16), знайдемо рівняння, яке визначає закон зміни сили $F_{\text{Д}}$ з погляду теорії контактних пружних деформацій деталі D під час її оброблення за допомогою розглядуваного пристрою:

$$3B^2 \cdot F_{\text{Д}}^{2/3} - 6pE_{\text{Д}} \cdot B^2 \cdot F_{\text{Д}}^{2/3} + d_{\text{ПД}}^2 F_{\text{Д}} - 6p d_{\text{ПД}}^2 E_{\text{Д}} = 0 \quad (20)$$

Ірраціональне (показникове) рівняння (20) установлює зв'язок між силою $F_{\text{Д}}$, пружною деформацією деталі D , геометричними параметрами деталі D і наконечника 1.2 та пружинними властивостями їх матеріалів. Рівняння типу (20) дуже складне для математичного розв'язання і, зазвичай, такі рівняння розв'язуються числовими методами.

Мабуть, як перше наближення, для знаходження закону зміни $F_{\text{Д}}$ доцільно скористатись залежностями (14) або (15), побудувавши, на основі орієнтовних досліджень графік залежності $F_{\text{Д}}$ від співвідношення $h_{\text{ПВ}}^2 / d_{\text{ПД}}$ для різних режимів роботи пристрою. Очевидно, що за значної жорсткості ПТП k_2 різниця між $h_{\text{ПВ}}$ та $h_{\text{ПД}}$ не буде великою, тобто можна припустити, що хоча й $d_{\text{ПД}} < h_{\text{ПВ}}$, але ці величини співвимірні. Якщо ж жорсткість ПТП буде порівняно малою, то тоді, мабуть $d_{\text{ПД}} \ll h_{\text{ПВ}}$.

У реальній системі пристрою всі фактори, що впливають на його динаміку, є змінними і значною мірою змінюються випадково.

Намагання врахувати велику кількість таких факторів створило б практично нездоланні математичні труднощі під час побудови математичної моделі пристрою, тому доцільно, окрім викладених, прийняти ще такі припущення:

- фізичні параметри гідравлічної ланки (зведений модуль пружності k енергоносія, його густина ρ та динамічна в'язкість m) постійні на всіх фазах робочого циклу приводу пристрою;
- зважаючи на малі довжину та об'єм напірних гідроканалів пристрою і приводу, хвильовими процесами в приводі можна знехтувати;
- коефіцієнти витрати через відповідні перерізи запірного елемента ГП-кульки 2 пристрою є сталими величинами;
- термодинамічний процес у гідросистемі приводу пристрою – ізотермічний;
- зміна тиску енергоносія в порожнинах A і B (рис. 1) пристрою внаслідок їх малого об'єму відбувається миттєво;

– гідродинамічні сили та сили в'язкого опору переміщенню в гідроканалах пристрою енергоносія малі порівняно з рушійними, пружними, інерційними силами та силами тертя і у вихідних диференціальних рівняннях руху ланок пристрою не враховуються;

– під час руху запірного елемента ГПТ-кульки 2 наявний тільки рідинний режим тертя, а складова сили тертя еластичних ущільнень поршня-ударника 1 та його штоків 1.2 і 1.3 входить у силу сухого тертя R (рис. 1);

– у рівняннях витрати через відкриті щілини запірного елемента ГПТ пружини приймаємо квадратичну залежність витрати від тиску;

– витоки енергоносія через додатне перекриття h_0 малі порівняно з потоками під час відкриття та закриття запірного елемента ГПТ і у рівняннях витрат не враховуються;

– сили ваги мас m_k та $m_{\Pi\Sigma}$ малі порівняно з рушійними, інерційними, пружними та дисипативними силами і в рівняннях руху ланок пристрою не враховуються.

На підставі викладених міркувань і прийнятої системи припущень, динамічні моделі (див. рис. 3 а, б) прямого та зворотного ходів ланок гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення деталей шляхом зведення гідравлічної ланки приводу пристрою до його рухомих ланок можна подати у вигляді простих моделей прямого та зворотного ходів мас $m_{\Pi\Sigma}$ (поршня-ударника 1, разом з масою m_k запірного елемента ГПТ, див. рис. 1) і m_k (рис. 4, а, б, в, г).

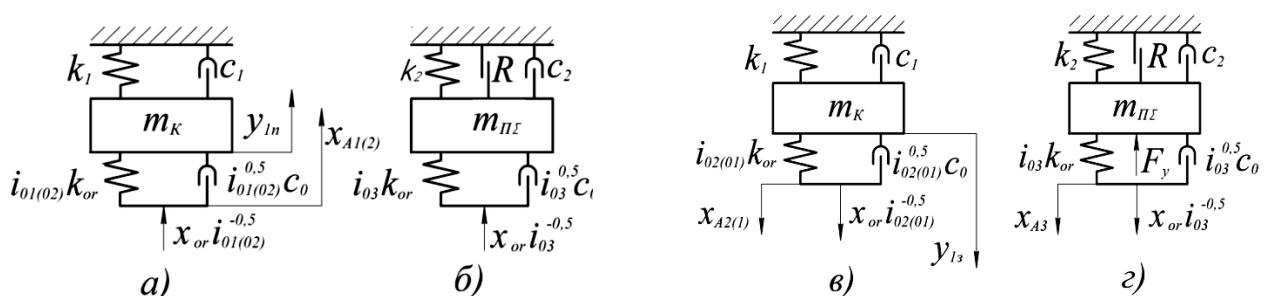


Рис. 4. Спрощені динамічні моделі прямого (а) і (б) та зворотного (в) і (г) ходів мас m_k і $m_{\Pi\Sigma}$ пристрою для деформаційного зміцнення деталей

Наведені динамічні моделі та структурно-розрахункова схема пристрою (рис. 1) містять базову інформацію, достатню для побудови математичних моделей прямого та зворотного ходів мас m_k і $m_{\Pi\Sigma}$ пристрою.

Важливою складовою частиною математичних моделей прямого і зворотного ходів ланок пристрою є рівняння зв'язку – рівняння витрати енергоносія, які замикають рівняння руху мас m_k і $m_{\Pi\Sigma}$. Оскільки час тривалості динамічних процесів в усіх відомих числових методах розв'язування диференціальних рівнянь є незалежною змінною (аргументом), що може відповідно розділятися на дуже маленькі проміжки (кроки), то для побудови рівнянь витрат енергоносія через прохідні перерізи ГПТ та пристрою можна скористатись методикою, розробленою в роботах [3 – 5]. Згідно з цими розробками деформація гідравлічної ланки гідросистеми приводу пристрою буде змінюватись за законом для ходів ланок пристрою:

прямого –

$$x_{or} = x_{0max} - Q_{\Sigma ln} \cdot t \cdot A_0^{-1}; \tag{21}$$

зворотного –

$$x_{or} = x_{0k} + Q_{\Sigma l'3} \cdot t' \cdot A_0^{-1} = x_{0max} \cdot i_{21}^{0.5} + Q_{\Sigma l'3} \cdot t' \cdot A_0^{-1}, \tag{22}$$

де $Q_{\Sigma ln}, Q_{\Sigma l'3}$ – відповідно сумарні витрати енергоносія через гідроканали пристрою та відкрити щілину запірного елемента ГПТ, яка відповідає певним переміщенням поршня-ударника 1 та

запірного елемента ГТ на шляху прямого (індекс $l=1..3$) та зворотного (індекс $l'=1..4$) ходів. t, t' – відповідно поточний час зміни x_{0r} для певного “ l ” зміни $Q_{\Sigma l'n}, Q_{\Sigma l'z}$, який можна розділити на умовні інтервали $[0, t_n], [t_{n1}, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{l-1}, t_{l+1}], [0, t'_1], \dots, [t'_{l-1}, t'_{l+1}], [t'_{l+1}, t'_n]$ (тут $t_n = t_{n0} = x_{0\max} \cdot f_0 \cdot Q_n^{-1}$, а $t'_n = t_{n1} = x_{0\max} (1 - i_{21}^{0.5}) A_0 \cdot Q_n^{-1}$ – відповідно час зростання деформації гідравлічної від $0 x_{0r} = 0$ до $x_{0r} = x_{0\max}$ для наступного робочого циклу приводу пристрою (див. орієнтовну циклограму робочого циклу, рис. 2).

Кількість потрібних інтервалів часу та відповідні їм зміни деформацій гідравлічної ланки x_{0r} і сумарні витрати енергоносія $Q_{\Sigma ln}$ та $Q_{\Sigma l'z}$ можна установити на основі наведеного в розділі 3 пофазного аналізу робочого циклу пристрою та залежностей (21) і (22). У результаті матимемо для ходів рухомих мас m_k і $m_{\Pi\Sigma}$ пристрою:

прямого –

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) x_{0r} = A_0^{-1} \int_0^{t_n} Q_n dt \text{ для: } y_{1n} = 0; 0 \leq y_{2n} < h_{\Pi\max}; 0 \leq t \leq t_n \\ 2) x_{or} = x_{0\max} - Q_{\Sigma 1n} \cdot t \cdot A_0^{-1} \text{ для: } 0 \leq y_{1n} < h_0; 0 \leq y_{2n} \leq h_{\Pi\max}; t_n < t < t_1; t = t_1 \text{ для: } y_{1n} < h_r; \\ 3) x_{or} = x_{0\max} - Q_{\Sigma 2n} \cdot t \cdot A_0^{-1} \text{ для: } h_0 < y_{1n} < h_r; y_{2n} = h_{\Pi\max}; t_1 < t \leq t_2; t = t_2 \text{ для: } y_{1n} = h_r. \end{array} \right. \quad (23)$$

зворотного –

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) x_{0r} = x_{0\max} - Q_{\Sigma 1z} \cdot t' \cdot A_0^{-1} \text{ для: } 0 \leq y_{1z} \leq h_0; 0 \leq y_{2z} < h_{\Pi\max}; 0 \leq t' \leq t'_1; t' = t'_1 \text{ для: } y_{1z} = h_0; \\ 2) x_{or} = x_{0\max} \cdot i_{21}^{0.5} + Q_{\Sigma 2z} \cdot t' \cdot A_0^{-1} \text{ для: } h_0 \leq y_{1z} < h_r; h_{\Pi\max} < y_{2z} \leq h_{\Pi\max} + d_{n0}; t'_1 < t' \leq t'_2; t' = t'_2 \text{ для: } y_{1z} = h_r. \\ 3) x_{or} = x_{0\max} \cdot i_{21}^{0.5} + Q_{\Sigma 2z} \cdot t' \cdot A_0^{-1} \text{ для: } y_{1z} = h_r; h_{\Pi\max} + d_{n0} \geq y_{2z} - h_{\Pi 0}; t_2 < t' \leq t_3; t' = t_3 \text{ для: } y_{2z} = -h_{\Pi 0}; \\ 4) x_{or} = A_0^{-1} \int_0^{t'_n} Q_n dt \text{ для: } y_{1z} = h_r; -h_{\Pi 0} < y_{2z} \leq h_{\Pi\max} + d_{n0}; t' = t'_n, \end{array} \right. \quad (24)$$

де $Q_{\Sigma 1n} = (A_3 - A_4) \cdot \mathfrak{E}_{2n} + A_2 \cdot \mathfrak{E}_{1n}$ – на інтервалі $[t_n, t_1]$; $Q_{\Sigma 2n} = 0,5 \cdot x_k p d_2 [(y_{1n} - h_0) + |(y_{1n} - h_0)|] \times \sqrt{2k_0 \cdot A_0^{-1} r^{-1} x_{0r}} = Q_n - \mathfrak{E}_{1n} \cdot A_2$ – на інтервалі $[t_1, t_2]$; $Q_{\Sigma 1z} = 0,5 \cdot x_k p d_2 [(h_0 - y_{1z}) + |(h_0 - y_{1z})|] \times \sqrt{2k_0 \cdot A_0^{-1} r^{-1} x_{0r}} = Q_n + A_2 \cdot \mathfrak{E}_{1z}$ – на інтервалі $[0, t'_1]$; $Q_{\Sigma 2z} = Q_n + A_2 \cdot \mathfrak{E}_{1z} + (A_3 - A_4) \cdot \mathfrak{E}_{2z}$ на інтервалах $[t_1, t'_2]$ і $[t_2, t'_3]$; r – густина енергоносія. Для визначення $Q_{\Sigma 2n}$ і $Q_{\Sigma 2z}$ можна використовувати як ліві; так і праві частини наведених виразів.

Рівняння, які характеризують зміну деформації гідравлічної ланки x_{0r} під час прямого та зворотного ходів рухомих ланок пристрою, та нерівності, що входять до систем (23) і (24), є рівняннями витрати енергоносія та умовами однозначності математичних моделей прямого та зворотного ходів ланок пристрою. У ці моделі, крім умов і рівнянь систем (23) і (24), входять рівняння руху мас m_k і $m_{\Pi\Sigma}$, складені на основі динамічних моделей прямого і зворотного руху мас m_k і $m_{\Pi\Sigma}$ та принципу Д'Аламбера для ходів:

прямого –

$$\left\{ \begin{array}{l} m_k \mathfrak{E}_{1n} = i_{01(02)} \cdot k_{0r} (x_{A1(2)} - y_{1n}) - k_1 (y_{1n} + y_{01}) - c_1 \mathfrak{E}_{1n} - i_{01(02)}^{0.5} \cdot c_0 (\mathfrak{E}_{A1(2)} - \mathfrak{E}_{1n}); \\ m_{n\Sigma} \mathfrak{E}_{2n} = i_{03} \cdot k_{0r} (x_{A3} - y_{2n}) - k_2 (y_{2n} + y_{02}) - c_2 \mathfrak{E}_{2n} - R - i_{03}^{0.5} \cdot c_0 (\mathfrak{E}_{A3} - \mathfrak{E}_{2n}); \end{array} \right. \quad (25)$$

зворотного –

$$\left\{ \begin{array}{l} m_k \mathfrak{E}_{1z} = i_{01(02)} \cdot k_{0r} (x_{A1(2)} - y_{1n}) - k_1 (y_{1n} + y_{01}) - c_1 \mathfrak{E}_{1z} - i_{02(01)}^{0.5} \cdot c_0 (\mathfrak{E}_{A2(1)} - \mathfrak{E}_{1z}); \\ m_{n\Sigma} \mathfrak{E}_{2z} = i_{03} \cdot k_{0r} (x_{A3} - y_{2n}) - k_2 (y_{2n} + y_{02}) - c_2 \mathfrak{E}_{2z} - R - i_{03}^{0.5} \cdot c_0 (\mathfrak{E}_{A3} - \mathfrak{E}_{2z}); \end{array} \right. \quad (26)$$

де $i_{01(02)} = i_{01}$ та $x_{A1(2)} = x_{A1} = x_{0r} \cdot i_{01}^{-0.5}$ для $y_{1n} = 0$; $i_{01(02)} = i_{02}$ та $x_{A1(2)} = x_{A2} = x_{0r} \cdot i_{02}^{-0.5}$ для $y_{1n} > 0$; $i_{01(02)} \cdot i_{21}$; $x_{A3} = x_{0r} \cdot i_{03}^{-0.5}$; $i_{02(01)} = i_{02}$ та $x_{A2(1)} = x_{A2}$ для $0 \leq y_{13} < h_{Pi}$; $i_{02(01)} = i_{01}$ та $x_{A2(1)} = x_{A2}$ для $y_{13} = h_{Pi}$; $x_{A1(2)}, x_{A2(1)}, x_{A3}$ – деформації гідравлічної ланки (ГЛ), зведені, відповідно, до площ $A_1(A_2)$, $A_2(A_1)$ і $A_3(A_4)$; $\mathfrak{g}_{1n}, \mathfrak{g}_{2n}, \mathfrak{g}_{13}, \mathfrak{g}_{23}, \mathfrak{g}_{1n}, \mathfrak{g}_{2n}, \mathfrak{g}_{13}, \mathfrak{g}_{23}$ – відповідно поточні швидкості та прискорення мас m_k і $m_{II\Sigma}$ для прямого та зворотного їх ходів; $\mathfrak{g}_{A1} = \mathfrak{g}_{0r} i_{01}^{-0.5}$, $\mathfrak{g}_{A2} = x_{0r} i_{02}^{-0.5}$ – поточні швидкості деформації ГЛ, зведені до площ A_1 і A_2 , які набувають значень, що відповідають зміні координат y_{1n} і y_{13} ; \mathfrak{g}_{A3} – поточна швидкість деформації ГЛ, зведена до площ $(A_3 - A_4)$; $x_{0\max} \leq x_{0r} \leq (x_{0\max} - Q_{\Sigma 2n} \cdot t_2 \cdot A_0^{-1})$, $(x_{0\max} - Q_{\Sigma 2n} \cdot t' \cdot A_0^{-1}) \leq x_{0r} \leq x_{0k}$, відповідно, зміна деформації ГЛ впродовж прямого та зворотного ходів мас m_k і $m_{II\Sigma}$. Сила F_y ударної взаємодії наконечника 1.2 з деталлю D (рис. 1) враховується в системі (26) на інтервалі часу $t_2 < t' < t_3$.

За методикою, наведеною в роботі [3], диференціальні рівняння руху мас m_k і $m_{II\Sigma}$ систем (25) і (26) можна звести до вигляду, що наочно підкреслюють коливальний рух цих мас під час їх ходів:

прямого –

$$\begin{cases} \mathfrak{g}_{1n} + 2b_1 \mathfrak{g}_{1n} + w_{\Sigma 1}^2 \cdot y_{1n} + w_{01}^2 \cdot y_{01} = g \cdot w_{0r}^2 \cdot i_{01(02)}^{0.5} \cdot x_{0r}; \\ \mathfrak{g}_{2n} + 2b_2 \mathfrak{g}_{2n} + w_{\Sigma 2}^2 \cdot y_{2n} + w_{02}^2 \cdot y_{02} + R \cdot m_{II\Sigma}^{-1} = w_{0r}^2 \cdot i_{03}^{0.5} \cdot x_{0r}; \end{cases} \quad (27)$$

зворотного –

$$\begin{cases} \mathfrak{g}_{13} + 2b'_1 \mathfrak{g}_{13} + (w'_{\Sigma 1})^2 (y_{13} - h_r) - w_{01}^2 \cdot y_{01} = -g \cdot w_{0r}^2 \cdot i_{02(01)}^{0.5} \cdot x_{0r}; \\ \mathfrak{g}_{23} + 2b'_2 \mathfrak{g}_{23} + w_{\Sigma 2}^2 \cdot (y_{23} - h_{II\max}) - w_{02}^2 \cdot y_{02} - F_y \cdot m_{II\Sigma}^{-1} + R \cdot m_{II\Sigma}^{-1} = -w_{0r}^2 \cdot i_{03}^{0.5} \cdot x_{0r}; \end{cases} \quad (28)$$

де $b_1 = 0,5m_k^{-1} [c_1 + c_0 \cdot i_{01(02)}^{0.5} (\mathfrak{g}_{A1(2)} \cdot \mathfrak{g}_{1n} - 1)]$; $b_2 = 0,5m_{II\Sigma}^{-1} [c_2 + c_0 \cdot i_{03}^{0.5} (\mathfrak{g}_{A3} \cdot \mathfrak{g}_{2n} - 1)]$; $b'_1 = 0,5m_k^{-1} \times [c_1 + c_0 \cdot i_{02(01)}^{0.5} (\mathfrak{g}_{A2(1)} \cdot \mathfrak{g}_{13})]$, $b'_2 = 0,5m_{II\Sigma}^{-1} [c_2 + c_0 \cdot i_{03}^{0.5} (\mathfrak{g}_{A3} \cdot \mathfrak{g}_{23} - 1)]$ – відповідно зведені коефіцієнти демпфування (загасання) під час прямого та зворотного ходів мас m_k і $m_{II\Sigma}$;

$w_{\Sigma 1} = \sqrt{m_k^{-1} (i_{01(02)} \cdot k_{or} + k_1)} = \sqrt{g w_{0r}^2 i_{01(02)} + w_{01}^2}$, $w'_{\Sigma 1} = \sqrt{m_k^{-1} (i_{02(01)} \cdot k_{or} + k_1)} = \sqrt{g w_{0r}^2 i_{02(01)} + w_{01}^2}$ – відповідно власні частоти коливань системи ГЛ – запірний елемент ПІТ під час прямого та зворотного ходів маси m_k ; $w_{0r} = \sqrt{k_{or} / m_{II\Sigma}}$ – власна частота коливань ГЛ відносно маси $m_{II\Sigma}$; $w_{\Sigma 2} = \sqrt{m_{II\Sigma}^{-1} (i_{03} k_{or} + k_2)} = \sqrt{w_{0r}^2 i_{03} + w_{02}^2}$ – власна частота коливань системи ГЛ – поршень-ударник 1; $w_{01} = \sqrt{k_1 / m_k}$ – власна частота коливань запірного елемента ПІТ; $g = m_{II\Sigma} / m_k$.

У роботі [3] доведено, що змінна складова коефіцієнтів демпфування b_k та b'_k (тут $k=1;2$) істотно менша від їх постійної частини. Це дозволяє прийняти ці коефіцієнти постійними та розрахувати їх за простими залежностями [3]: $b_1 = b'_1 = 0,5m_k^{-1} \cdot c_1$ і $b_2 = b'_2 = 0,5m_{II\Sigma}^{-1} \cdot c_2$.

З метою спрощення аналізу математичних моделей доцільно силу напіввіддільного чи напівсухого тертя R визначати як середню і постійну, яка разом із постійними позиційними пружними силами (вільні члени в рівняннях (25) і (26) спричиняють появу постійних складових прискорення мас m_k і $m_{II\Sigma}$ під час їх прямого та зворотного ходів).

Введенням в рівняння систем (25) і (26) нових змінних:

$$\begin{cases} z_{1n} = y_{1n} + w_{01}^2 \cdot y_{01} / w_{\Sigma 1}^2; \\ z_{2n} = y_{2n} + w_{02}^2 \cdot y_{02} / w_{\Sigma 2}^2 + R \cdot m_{II\Sigma}^{-1} / w_{\Sigma 1}^2; \\ z_{13} = y_{13} - h_r - w_{01}^2 \cdot y_{01} / (w'_{\Sigma 1})^2; \\ z_{23} = y_{23} - h_{II\max} - w_{02}^2 \cdot y_{02} / w_{\Sigma 1}^2 + R \cdot m_{II\Sigma}^{-1} / w_{\Sigma 2}^2; \end{cases} \quad (29)$$

які не змінюють характер руху мас m_k і $m_{II\Sigma}$, оскільки $\mathfrak{X}_{1n} = \mathfrak{X}_{1n}$, $\mathfrak{X}_{2n} = \mathfrak{X}_{2n}$, $\mathfrak{X}_{13} = \mathfrak{X}_{13}$, $\mathfrak{X}_{23} = \mathfrak{X}_{23}$, $\mathfrak{Y}_{2n} = \mathfrak{Y}_{2n}$, $\mathfrak{Y}_{23} = \mathfrak{Y}_{23}$, $\mathfrak{Y}_{23} = \mathfrak{Y}_{23}$, за методикою, наведеною в роботі [13], рівняння цих систем приводяться до нелінійних диференціальних рівнянь, що описують вимушені коливання за наявності в'язкого тертя та нелінійної збуджувальної сили, близької за характером до імпульсного збурення. За нових змінних системи (25) та (26) матимуть вигляд для ходів мас m_k і $m_{II\Sigma}$:

прямого –

$$\begin{cases} \mathfrak{X}_{1n} + 2b_1 \mathfrak{X}_{1n} + w_{\Sigma 1}^2 \cdot z_{1n} = g \cdot w_{0r}^2 \cdot i_{01(02)}^{0.5} \cdot x_{0r}; \\ \mathfrak{X}_{2n} + 2b_2 \mathfrak{X}_{2n} + w_{\Sigma 2}^2 \cdot z_{2n} = w_{0r}^2 \cdot i_{03}^{0.5} \cdot x_{0r}; \end{cases} \quad (30)$$

зворотного –

$$\begin{cases} \mathfrak{X}_{13} + 2b'_1 \mathfrak{X}_{13} + (w'_{\Sigma 1})^2 = -g \cdot w_{0r}^2 \cdot i_{02(01)}^{0.5} \cdot x_{0r}; \\ \mathfrak{X}_{23} + 2b'_2 \mathfrak{X}_{23} + w_{\Sigma}^2 \cdot z_{2n} - F_y \cdot m_{II\Sigma}^{-1} = -w_{0r}^2 \cdot i_{03}^{0.5} \cdot x_{0r}. \end{cases} \quad (31)$$

Висновки. Система (28) та (29) разом із рівняннями витрати енергоносія та умови однозначності, наведені (21), (22), (23) і (24) є математичними моделями прямого та зворотного ходів рухомих ланок гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення з вбудованим ГІТ параметричного типу. Дослідження цих моделей доцільно проводити [3 – 6] методами числового інтегрування диференціальних рівнянь або за допомогою комп'ютерних програм, наприклад, створених на основі пакета MATLAB чи аналогічних інших.

Аналіз та дослідження запропонованих моделей гідроімпульсного пристрою для деформаційного зміцнення з вбудованим ГІТ з подальшою експериментальною перевіркою ступеня адекватності цих моделей реальній системі пристрою, дозволять створити науково-обґрунтовану методику проектного розрахунку подібних конструкцій пристроїв з гідроімпульсним приводом.

1. Обертюх Р. Р. Динамічна та математична моделі гідроімпульсного пристрою для віброточіння з вбудованим генератором імпульсів тиску / Р. Р. Обертюх, А. В. Слабкий // Вісник СевНТУ. – 2011. – №117. – С. 118–127. 2. Пат. №74369 Україна, МПК (2006.01) B24B39/04. Гідроімпульсний віброударний пристрій для деформаційного зміцнення деталей / Обертюх Р. Р., Слабкий А. В., Архипчук М. Р., Чернійко В. В.; заявник і власник Вінницький національний технічний університет. – № и 2012 04409; заявл. 09.04.2012; опуб. 25.10.2012, Бюл. №20. 3. Обертюх Р. Р. Особливості розрахунку та проектування силових ланок гідроімпульсних пристроїв для вібраційного різання та поверхневого зміцнення, виконаних у вигляді комбінації поршня з прорізною пружиною та золотника з прорізною пружиною / Р. Р. Обертюх, А. В. Слабкий, О. В. Поліщук // Наукові нотатки. – Вип. 42. – 2013. С. 193 – 201. 4. Іскович-Лотоцький Р. Д. Генератори імпульсів тиску для керування гідроімпульсними приводами вібраційних та віброударних технологічних машин / Р. Д. Іскович-Лотоцький, Р. Р. Обертюх, М. Р. Архипчук. – УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2008. – 171 с. (Монографія). – ISBN 978-966-641-252-5. 5. Обертюх Р. Динамическая и математическая модели гидроимпульсного виброударного устройства для радиального виброточения с встроенным шаровым генератором импульсов давления параметрического типа / Р. Обертюх, А. Слабкий // MOTROL commission of motorization and energetics in agriculture, an international journal on operation of farm and agri-food industry mashinery Vol. 15, No 6. – С. 29 – 42. 6. Слабкий А. В. Дослідження гідроімпульсного привода пристрою для радіального віброточіння / А. В. Слабкий, Р. Р. Обертюх, О. В. Дерібо // Промислова гідравліка і пневматика. – 2013. – №2(40). – С. 84 – 90. 7. Пановко Я. Г. Введение в теорию механического удара / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1977. – 224 с.