

УДК 621.316

**Б. І. Мокін, акад. НАПН України, д-р. техн. наук, проф.; В. А. Барчук, асп.**

## **НЕСКАЛЯРНА КВАДРАТИЧНА ЦІЛЬОВА ФУНКЦІЯ ТА АЛГОРИТМ ЇЇ МІНІМІЗАЦІЇ В ЗАДАЧІ КЕРУВАННЯ НЕСИМЕТРІЄЮ РЕЖИМУ ЧОТИРИПРОВІДНОЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ**

*Запропоновано не скалярну квадратичну цільову функцію в задачі керування несиметрією режиму чотирипровідної електричної мережі. Побудовано алгоритм її мінімізації з використанням запропонованого критерію керування несиметрією режиму.*

### **Вступ**

Протягом останніх років на території України різко збільшилася складова спожитої потужності електроприймачами однофазного виконання. Це пов'язано зі збільшенням платоспроможності населення України, яке може дозволити собі придбати побутову техніку будь-якого типу та потужності. Номінальні потужності побутових електроприймачів знаходяться в межах від 100...200 Вт до 1,5...4 кВт, що спричиняє виникнення несиметрії електричного режиму в розподільчій електричній мережі, більшої ніж встановлено [1].

Згідно чинних Державних будівельних норм [2] встановлена потужність однієї квартири в багатоповерховому будинку стандартного планування не повинна перевищувати 1,14 кВт, однак, в дійсності у кожному другому помешканні встановлено: пральну та посудомийну машини, мікрохвильову піч, електрочайник, холодильну установку двокомпресорного виконання, електропраску, персональний комп'ютер, телевізор та освітлювальні прилади, які всі за своїм конструктивним виконанням є однофазними. Тож, складова спожитої потужності однофазними побутовими електроприймачами може сягати 65...70 % від сумарної.

Несиметрія напруг, спричинена наявністю однофазних несиметричних споживачів, негативно впливає на роботу електроприймачів, знижується їх надійність, пропускна здатність елементів системи електропередач, має місце додатковий нагрів, який зумовлений складовою втрат активної потужності в лініях електропередач та трансформаторах від несиметричного режиму [3]. Розв'язання задачі забезпечення рівня несиметрії в допустимих межах в чотирипровідній електричній мережі є одним із важливих пріоритетів в роботі енергопостачальних компаній.

В умовах жорсткої економічної конкуренції вибір оптимального розв'язку будь якої задачі, зокрема в електроенергетиці, досягається залученням мінімальних фінансових ресурсів. Одним з таких методів розв'язання оптимізаційних задач із залученням мінімальних фінансових ресурсів є метод внутрішнього симетрування. Суть його, як відомо [7], полягає в оптимальному розподіленні несиметричного навантаження (однофазного, двухфазного) між фазами електричної мережі. Простіше розв'язання цієї задачі досягається при фазуванні несиметричного навантаження в трьохфазній мережі. Набагато складніша задача рівномірного розподілу однофазних електроприймачів між фазами чотирипровідної електричної мережі.

Складність розподілу електричного навантаження між фазами у чотирипровідній мережі зумовлена низкою властивостей однофазних і двоплечових електроприймачів та особливостями їх роботи. До цих особливостей можна віднести: різні параметри електроприймачів, що підключаються до одного вузла (коефіцієнти потужності, споживана потужність електроприймача), різні за режимом роботи споживачі електроенергії (різні пускові струми електроприймача та їх тривалість), різна тривалість включення електроприймачів, для яких потужність і  $\cos\phi$  є однаковими.

Зважаючи на усі ці особливості, нині не існує ефективного узагальненого розв'язання задачі рівномірного розподілу однофазних навантажень в чотирипровідній електричній мережі, що обумовлено складністю самої задачі, а також відсутністю методики, яка дала б можливість це зробити з максимальною ефективністю, так щоб струми в електричній мережі утворювали

симетричну систему прямої послідовності.

В роботі [4] запропоновано методику розподілу однофазних освітлювальних установок між фазами, яка базується на почерговому підключенню до кожної фази однофазного навантаження. Рівномірність розподілу досягається за рахунок однотипності освітлювальних установок одного цеху. Їх потужність,  $\cos\phi$  та кількість, яка в більшості випадків кратна трьом, дозволяють рівномірно провести розподіл навантаження не тільки на етапі проектування, але й в процесі експлуатації.

Однак, суттєвий недолік цього методу полягає в неможливості застосування його до споживачів електричної енергії, які мають різну потужність, тривалість роботи та інше. Так, наприклад, розподілити побутові споживачі між фазами за допомогою цієї методики неможливо, адже характер їх роботи різко відрізняється від освітлювальних установок. Побутові споживачі мають різну потужність, яка змінюється в широких межах від кількох Вт до декількох кВт, і навіть у межах одного вузла під'єднання провести рівномірний розподіл навантажень неможливо.

### Постановка задачі

*Метою роботи* є розробка математичного апарату автоматизованого процесу розрахунку оптимального варіанта фазування однофазних електроприймачів між фазними напругами чотирипровідної електричної мережі, для забезпечення мінімальних втрат від протікання струмів несиметрії.

Практична реалізація зазначеного способу симетрування електричного режиму потребує розробки математичного апарату за допомогою якого буде розраховуватися вектор керування (оптимальне фазування навантажень).

Технічну задачу, що розв'язується, доцільно математично поставити як оптимізаційну оскільки вона має множину допустимих розв'язків і лише одному її розв'язку буде відповідати найменший рівень несиметрії. В свою чергу ця обставина вимагає обґрунтування критерію ефективності, за яким буде здійснюватися відбір найкращого варіанта.

Критерій ефективності може бути як економічного, так і технічного змісту. Наприклад, за критерій ефективності в даній задачі можна прийняти збитки, пов'язані із несиметрією режиму. Цей критерій безпосередньо вказує на цільову спрямованість задачі внутрішнього симетрування. Але, як показують наукові дослідження [5], цей критерій описується складною функцією, і за своєю природою не є вимірюваною величиною. Для оперативного ж керування критерій ефективності має бути простим і вимірюваним [6]. Тому за критерій ефективності доцільно прийняти значення параметрів режиму, які мінімізують збитки від несиметрії (збитки або їх складові функціонально залежать від даних параметрів).

Таких критеріїв ефективності для розв'язання оптимізаційної задачі внутрішнього симетрування чотирипровідної електричної мережі може бути декілька. Це:

- 1) струм нульової послідовності;
- 2) струм зворотної послідовності;
- 3) напруга нульової послідовності;
- 4) напруга зворотної послідовності;
- 5) пофазне відхилення напруги прямої послідовності у вузлі навантаження;
- 6) втрати активної потужності, зумовлені протіканням струмів нульової послідовності;
- 7) втрати активної потужності, зумовлені протіканням струмів зворотної послідовності;
- 8) пульсуюча потужність.

Критерії ефективності 1; 3 та 2; 4 аналітично пов'язані між собою і цей факт дає можливість їх взаємозаміни. Критерії ефективності 6 і 7 варто розглядати як їх суму, тому що не завжди вони будуть змінюватися в одному напрямку при реалізації деякого технічного рішення, а навіть, навпаки при зменшенні однієї складової інша може зростати чи навіть досягати максимуму.

## Розв'язання задачі

Як впливає з попереднього аналізу, для розв'язання задачі внутрішнього симетрування можна запропонувати критерій сумарних додаткових втрат активної потужності, зумовлених несиметрією режиму у вигляді

$$\Delta P_{\Sigma} = \Delta P_2 + \Delta P_0, \quad (1)$$

де  $\Delta P_{\Sigma}$  — сумарні втрати активної потужності, зумовлені несиметрією режиму;  $\Delta P_2$  — втрати активної потужності, зумовлені протіканням струмів зворотної послідовності;  $\Delta P_0$  — втрати активної потужності, зумовлені протіканням струмів нульової послідовності.

Втрати активної потужності в розподільчій мережі зумовлені несиметрією режиму мають в собі декілька складових. Перша складова — це втрати активної потужності, викликані протіканням по лініях електропередач струмів зворотної послідовності. Ці втрати знаходяться з виразу

$$\Delta P_2 = 3I_2^2 r, \quad (2)$$

де  $r$  — активна складова опору фази живлячої лінії;  $I_2$  — струм зворотної послідовності.

Друга складова — це втрати активної потужності, зумовлені наявністю в чотирипровідній електричній мережі струмів нульової послідовності. Ці втрати знаходяться з виразу

$$\Delta P_0 = 12I_0^2 r, \quad (3)$$

де  $I_0$  — струм нульової послідовності.

Значення струмів  $I_2$ , та  $I_0$  характеризують несиметричний режим як своїм амплітудним значенням, так і кутовим зсувом. Аналітичні співвідношення, що визначають струми прямої, зворотної та нульової послідовностей, при усіх можливих варіантах підключення однофазних електроприймачів до трифазної чотирипровідної електричної мережі, мають такий вигляд:

$$\dot{I}_{2im} = \begin{cases} \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{-j\phi}, & m = 1; \\ \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{j(120-\phi)}, & m = 2; \\ \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{j(-120-\phi)}, & m = 3; \end{cases} \quad (4)$$

$$\dot{I}_{0im} = \begin{cases} \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{-j\phi}, & m = 1; \\ \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{j(-120-\phi)}, & m = 2; \\ \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{j(120-\phi)}, & m = 3; \end{cases} \quad (5)$$

$$\dot{I}_{1im} = \begin{cases} \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{-j\phi}, & m = 1; \\ \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{-j\phi}, & m = 2; \\ \frac{P_i}{3U \cdot \cos \phi_i} \cdot e^{-j\phi}, & m = 3, \end{cases} \quad (6)$$

де  $m$  — індекс коду напруги, до якої під'єднано електроприймачі.

Прийmemo  $m = 1$  — код напруги  $U_A$ ,  $m = 2$  — код напруги  $U_B$ ,  $m = 3$  — код напруги  $U_C$ .

Отже, можна зробити висновок: при фазуванні однофазних споживачів електроенергії, які

під'єднуються до фазних напруг, аргументи струмів прямої послідовності будуть незмінними, а сам струм прямої послідовності не залежить від того, на яку напругу підключається електроприймач. Саме тому в співвідношенні (1) відсутня складова втрат активної потужності зумовлена протіканням струмів прямої послідовності.

Для заходження вектора керування при розв'язанні задачі внутрішнього симетрування доцільно використати математичну модель, що має вигляд

$$F(\dot{I}_{0im}, \dot{I}_{2im}, x_{im}) = 3 \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^3 \dot{I}_{2im} x_{im} \right\}^2 r_2 + 12 \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^3 \dot{I}_{0im} x_{im} \right\}^2 r_0 \rightarrow \min; \quad (7)$$

$$\sum_{m=1}^3 x_{im} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad x_{im} = 1 \vee 0, \quad (8)$$

де  $\vee$  — символ логічної операції «АБО»;  $x_{im}$  — керована змінна, що може приймати значення 1 або 0.

Очевидно, що математичній моделі (7) можна надати статус цільової функції задачі. Цільова функція задачі дозволяє знайти такий розподіл, між фазами чотирипровідної електричної мережі, однофазного навантаження, яке б забезпечило мінімальне значення втрат активної потужності викликане протіканням струмі зворотної та нульової послідовностей. Обмеження вказане в математичній моделі (7) визначає необхідність підключення кожного електроприймача до однієї з трьох фазних напруг.

Цільова функція має дві нескаларні складові вигляду  $\{|f(x) + j\phi(x)|\}^2$ . На відміну від відомих математичних моделей нескаларної оптимізації, де нескаларна функція першого порядку [7], в даній задачі кожна нескаларна складова знаходиться в квадратичній залежності. Математичну модель (7) можна класифікувати як квадратичну, нескаларну, цілочислову придатну для дискретного програмування.

Оскільки для виразів, що знаходяться під знаком модуля, можна виконати перехід до модулів складових величин, то в результаті отримаємо квадратичну дискретну задачу нескаларної оптимізації, для розв'язання якої класичні методи дискретної оптимізації, які розроблені, тільки, для лінійних задач використаними бути не можуть.

Розв'язати задачу оптимального розподілу однофазного навантаження між фазами чотирипровідної електричної мережі за допомогою цільової функції (7) пропонуємо за таким алгоритмом:

Крок 1. Оцінюємо варіанти почергового переключення кожного із навантажень на іншу напругу, визначаємо сумарні додаткові втрати потужності  $\Delta P_{\Sigma}$ .

Крок 2. Із всіх розглянутих варіантів вибираємо той, де забезпечується найменші додаткові втрати потужності —  $\Delta P_{\Sigma k}$ .

Крок 3. Порівнюємо значення  $\Delta P_{\Sigma k}$  із  $\Delta P_{\Sigma(k-1)}$ , отриманим на попередньому етапі.

Крок 4. Якщо  $\Delta P_{\Sigma k} < \Delta P_{\Sigma(k-1)}$ , то отримане рішення реалізується (відповідна компонента вектора керування  $X_{(k-1)}$  прирівнюється до одиниці, а компонента, що відповідала попередньому під'єднанню цього електроприймача, прирівнюється до нуля) та виконується перехід до кроку 1. В іншому випадку рішення, отримане за результатами попереднього  $(k-1)$  етапу оптимальне і розрахунки припиняються.

## Висновки

1. Показано, що задача внутрішнього симетрування однофазних навантажень є оптимізаційною і багатовимірною. Розв'язувати цю задачу доцільно шляхом дискретного аналізу критерію мінімуму сумарних додаткових втрат активної потужності.

2. Для розв'язання задачі оптимального розподілу однофазних навантажень запропонована модель цільової функції, яка відноситься до класу квадратичних, нескаларних, цілочислових та алгоритм її дискретної мінімізації.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. ГОСТ 13109-97. Межгосударственный стандарт. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. — Введ. в Украине с 01. 01. 99.
2. ДБН В 2.5-23-2003. Проектування електрообладнання об'єктів цивільного призначення. Введ. В Україні з 01.06. 2004.
3. Кузнецов В. Г. Снижение несимметрии и несинусоидальности напряжений в электрических сетях / В. Г. Кузнецов, А. С. Григорьев, В. Б. Данилюк. — К. : Наукова думка, 1992. — 240 с.
4. Кнорринг Г. М. Осветительные установки / Г. М. Кнорринг. — Л. : Энергоиздат, 1981. — 136 с.
5. Жежеленко И. В. Качество электроэнергии на промышленных предприятиях / И. В. Жежеленко, М. Л. Рабинович, В. М. Божко. — К. : Техніка, 1981. — 160 с.
6. Ермольев Ю. М. Математические методы исследования операций: : учеб. пос. для вузов / Ю. М. Ермольев, И. И. Ляшко, В. С. Михалевич. — К. : Вища школа, 1979. — 312 с.
7. Аввакумов В. Г. Постановка и решение электроэнергетических задач исследования операций / В. Г. Аввакумов. — К. : Вища школа. Головное изд-во, 1983. — 230 с.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики, та транспортних електричних систем та комплексів

Стаття надійшла до редакції 6.10.11  
Рекомендована до друку 23.02.12

**Мокін Борис Іванович** — професор; **Барчук Віталій Анатолійович** — аспірант.

Кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем та комплексів, Вінницький національний технічний університет