Ротштейн А.П., Штовба С.Д., Козачко А.Н. Нечеткие модели надежности алгоритмов, учитывающие ошибки различных типов // Вестник Севастопольского государственного технического университета. Серия: Автоматизация процессов и управление. – 2004. – №3. – С. 175–187.

УДК 681.3

А.П. Ротштейн[*] проф., д.т.н.
С.Д. Штовба[**] доц., к.т.н.
А.Н. Козачко[**] аспирант
* Иерусалимский политехнический институт – Махон Лев, Израиль, rot@mail.jct.ac.il
** Винницкий национальный технический университет – Хмельницкое шоссе 95, Винница, Украина, 21021, shtovba@ksu.vntu.edu.ua, okozachko@yahoo.com

НЕЧЕТКИЕ МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ АЛГОРИТМОВ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ОШИБКИ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

Введение

Надежность различных систем с дискретным поведением можно рассматривать с единых позиций, если представить их процессы функционирования в виде некоторого алгоритма. Теория надежности алгоритмов разрабатывается с 70-х годов прошлого века. Значительный вклад в теорию надежности алгоритмов внесли работы Сафонова И.В. по оптимизации алгоритмов [1], Байцера Б. по надежности вычислительных систем [2], Губинского А.И. по надежности человеко-машинных систем [3], Суходольского Г.В. по надежности алгоритмов деятельности [4], Дружинина Г.В. по надежности технологических процессов [5], Ротштейна А.П. по надежности трудовых процессов [6]. В этих работах раскрываются различные вопросы оценки и обеспечения следующих надежностных характеристик алгоритмов:

- вероятности правильного выполнения алгоритма, которая может интерпретироваться как достоверность информации, бездефектность продукции, надежность функционирование системы и т.д.
- времени выполнения алгоритма, которое может использоваться для оценки продуктивности системы или своевременного достижения цели.

Исходными данными для анализа и оптимизации надежности алгоритмов являются его структура и вероятностно-временные характеристики выполнения операторов и логических условий. При этом предполагается, что значения характеристик надежности операторов и логических условий точно определены до начала моделирования. Во многих практических случаях на момент проектирования алгоритма отсутствуют такие точные исходные данные. Проектировщики могут лишь лингвистически оценить уровень того или иного параметра надежности. Для моделирования надежности на основе подобной неопределенной исходной информации предложена нечеткая теория надежности алгоритмов [7, 8]. Эта теория позволяет оперировать со значениями надежности типа «*очень высокая* вероятность правильного выполнения» или «*среднее* время выполнения логического условия» путем их формализации средствами теории нечетких множеств.

Нечеткая теория надежности алгоритмов разработана под бинарную концепцию ошибок, в которой различаются лишь два исхода выполнения алгоритма – с или без ошибок. Сами же ошибки не различимы по типам, т.е. не важно какая именно ошибка совершена при выполнении алгоритма. Для многих практических задач использование бинарной концепции учета ошибок нецелесообразно, т.к. для различных типов ошибок отличаются вероятности их внесения, обнаружения и исправления, так же как и время на выполнения этих процедур. Например, для технологического процесса производства печатных плат вероятность исправления дефектов, связанных с ошибочной ориентацией фотошаблона, практически равна нулю, а вероятность исправления дефекта, связанного с неполной очисткой платы от отработанного фоторезиста, почти равна единице. В монографии [6] предложены четкие модели надежности алгоритмов, учитывающие ошибки различных типов. Настоящая работа обобщает эти модели на случай нечетких исходных данных. Получение нечетких моделей надежности происходит с использованием принципа нечеткого обобщения по методике работы [8].

1. Язык описания алгоритмов.

Для формализованного описания алгоритмов воспользуемся языком алгоритмических алгебр В. И. Глушкова [9]. В этом языке операторы обозначают большими латинскими буквами $(A, B, C, \ldots)$, а логические условия - малыми греческими буквами $(\alpha, \beta, \gamma, \ldots)$.

Оператор A представляет отображение информационного множества $\Re$ в себя, т.е. преобразование вида $s' = A(s)$, где $s, s' \in \Re$ - состояния системы до и после выполнения оператора A; $\Re$ - множество всех возможных состояний системы. Система после выполнения алгоритма может находиться в одном из состояний $\{0,1,\ldots,n\}$, где 0 – отсутствие ошибок при выполнение алгоритма; $1, 2, \ldots, n$ - выполнение алгоритма с ошибкой 1-го, 2-го, … n-го типа.

Под логическим условием ω понимается отображение текущего состояния системы в двухэлементное множество $\{1,0\}$, где 1 – истина; 0 – ложь: $\omega(s) \to \{0,1\}$.

2. Четкие модели надежности алгоритмов.

2.1 Модели надежности операторов.

В теории надежности алгоритмов используются основные и вспомогательные операторы. К основным относятся рабочие операторы, выполнения которых приводит к достижению цели, а к вспомогательным - операторы доработки, предназначенные для корректирования обнаруженных ошибок. Будем использовать модели надежности операторов, предложенные в [6].

Надежность рабочего оператора A задаются матрицей:

$$\mathbf{P_A} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{\ldots} & \mathbf{n} \end{array} \\ \begin{pmatrix} p_A^1 & p_A^{0_1} & \ldots & p_A^{0_n} \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{\ldots} \\ \mathbf{n} \end{array}, \qquad (1)$$

где p_A^1 - вероятность правильного выполнения оператора A;

$p_A^{0_i}$ - вероятность внесения ошибки i–го типа при выполнении оператора A ($p_A^1 + \sum_{i=1}^{n} p_A^{0_i} = 1$, $i = \overline{1,n}$). При выполнении оператора A ошибки могут лишь вносится, но не обнаруживаются и не устраняются.

Надежность оператора доработки U задаются следующей матрицей:

$$\mathbf{P_U} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{\ldots} & \mathbf{n} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ v_U^{1_1} & v_U^{0_1} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ v_U^{1_n} & 0 & \ldots & v_U^{0_n} \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{\ldots} \\ \mathbf{n} \end{array}, \qquad (2)$$

где $v_U^{1_i} (v_U^{0_i})$ - вероятность устранения (не устранения) ошибки i-го типа, причем $v_U^{1_i} + v_U^{0_i} = 1$. Предполагается, что при выполнении оператора доработки ошибки либо устраняются, либо остаются, причем переходы с одних типов ошибок на другие не допускаются и новые ошибки не вносятся.

Время выполнения рабочего оператора A и оператора доработки U обозначим через t_A и t_U, соответственно.

2.2 Модели надежности логических условий.

Модели надежности логических условий представляются следующими вероятностными матрицами [6]:

$$\mathbf{K}_{\omega}^{\mathbf{1}} = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{...} & \mathbf{n} \end{array} & \\ \begin{pmatrix} k_{\omega}{}^{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{\omega}{}^{01_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & k_{\omega}{}^{01_n} \end{pmatrix} & \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{...} \\ \mathbf{n} \end{array} \end{array}; \quad \mathbf{K}_{w}^{\mathbf{0}} = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{...} & \mathbf{n} \end{array} & \\ \begin{pmatrix} k_{\omega}{}^{10} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{\omega}{}^{00_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & k_{\omega}{}^{00_n} \end{pmatrix} & \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{...} \\ \mathbf{n} \end{array} \end{array}, \qquad (3)$$

где $k_{\omega}{}^{11}(k_{\omega}{}^{10})$ - вероятность того, что отсутствие ошибок идентифицировано правильно (неправильно);

$k_{\omega}{}^{01_i}(k_{\omega}{}^{00_i})$ - вероятность пропуска (обнаружения) ошибки *i*–го типа, причем $k_{\omega}{}^{01_i} + k_{\omega}{}^{00_i} = 1$.

Время выполнения логического условия обозначим через t_w.

2.3 Модели надежности алгоритмических структур.

Алгоритмическая структура – это часто встречающаяся комбинация операторов и логических условий, для которой получены математические модели, позволяющие заменить его единственным оператором с эквивалентными характеристиками надежности.. Согласно теореме о регуляризации [9] произвольный алгоритм может быть представлен в виде следующих алгоритмических структур: "последовательная", "α-дизьюнкция" и "α-итерация". В таблице 1 приведены модели надежности этих алгоритмических структур, а также структур „работа-контроль-доработка" и „многократная работа".

Таблица 1 – Модели надежности и время выполнения алгоритмических структур [6]

Название	Обозначение	Вероятносно-временные характеристики
последовательная	$B = A_1 A_2$	$\mathbf{P}_B = \mathbf{P}_{A_1} \cdot \mathbf{P}_{A_2}; \quad t_B = t_{A_1} + t_{A_2}$
α-дизьюнкция	$C = \underset{\omega}{(A_1 \vee A_2)}$	$\mathbf{P}_C = \mathbf{P}_{\omega}^1 \cdot (\mathbf{K}_{\omega}^1 \cdot \mathbf{P}_{A_1} + \mathbf{K}_{\omega}^0 \cdot \mathbf{P}_{A_2}),$ $t_C = t_{\omega} + (1-b) \cdot t_{A_1} + b \cdot t_{A_2}, \; b = p_{\omega}^1 \cdot k_{\omega}{}^{10} + \sum_{i=1}^{n} p_{\omega}^{00_i} \cdot k_{\omega}{}^{00_i}$
α -итерация	$D = \underset{\omega}{\{A\}}$	$\mathbf{P}_D = \mathbf{P}_{\omega} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\omega}^0 \cdot \mathbf{P}_A)^{-1} \cdot \mathbf{K}_{\omega}^1,$ $t_D = t_{\omega} + b \cdot \dfrac{t_{\omega} + t_A}{1-b}, \; b = p_{\omega}^1 \cdot k_{\omega}{}^{10} + \sum_{i=1}^{n} p_{\omega}^{0_i} \cdot k_{\omega}{}^{00_i}$
работа-контроль-доработка	$F = A\underset{\omega}{(E \vee U)}$, $E -$ тождественный оператор	$\mathbf{P}_F = \mathbf{P}_A \cdot \mathbf{K}_{\omega}^1 + \mathbf{P}_A \cdot \mathbf{K}_{\omega}^0 \cdot \mathbf{P}_U,$ $t_F = t_A + t_{\omega} + t_U \cdot (p_A^1 \cdot (1 - k_{\omega}^{11}) + \dfrac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} p_A^{0_i} \cdot k_{\omega}^{00_i}),$
многократная работа	$G = A^M$	$\mathbf{P}_G = (\mathbf{P}_A)^M, \quad t_G = M \cdot t_A$

Использование моделей надежности (табл. 1) позволяет свести целый алгоритм к единственному рабочему оператору с эквивалентными характеристиками времени выполнения, вероятности правильного выполнения и вероятности наличия ошибок каждого типа.

3 Нечеткие модели надежности алгоритмов.

3.1 Представления исходных данных нечеткими числами.

Неопределенные вероятносно-временные характеристики надежности операторов и логических условий алгоритма будем задавать тройкой:

$$\tilde{q} = < \underline{q}, \overline{q}, l >, \tag{4}$$

где $\tilde{q}$ - представленный нечетким числом параметр, соответствующий временным или вероятностным характеристикам выполнения оператора или логического условия;

$\underline{q}(\overline{q})$ - наименшее (наибольшее) значение параметра q;

l – лингвистическая оценка уровня параметра q в диапазоне $[\underline{q}, \overline{q}]$, выбираемая из терм-множества $\{l_1, l_2, ..., l_m\}$.

При известных функциях принадлежности термов $l_1, l_2, ..., l_m$ нечеткое число $\tilde{q}$ можно представить в виде разложений по α-уровневым множествам [10, 11]:

$$\tilde{q} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} (\underline{q}_{\alpha}, \overline{q}_{\alpha}), \tag{5}$$

где $\underline{q}_{\alpha}(\overline{q}_{\alpha})$ - наименшее (наибольшее) значение параметра q на α-уровне функции принадлежности.

Будем предполагать, что вероятносно-временные характеристики выполнения операторов и логических условий заданы нечеткими числами в форме (5). Тогда нечеткую модель надежности рабочего оператора A зададим такой матрицей:

$$\tilde{\mathbf{P}}_A = \begin{pmatrix} \tilde{p}_A^1 & \tilde{p}_A^{0_1} & \ldots & \tilde{p}_A^{0_n} \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где $\tilde{p}_A^1$ - нечеткая вероятность правильного выполнения оператора A;

$\tilde{p}_A^{0_i}$ - нечеткая вероятность внесения ошибки i –го типа при выполнении оператора A, $i = \overline{1,n}$, причем $\tilde{p}_A^1 + \sum_{i=1}^{n} \tilde{p}_A^{0_i} = \tilde{1}$, где $\tilde{1}$ - “нечеткая единица” [8]: $\tilde{1} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} (\underline{e}_{\alpha}, \overline{e}_{\alpha})$, $\underline{e}_{\alpha} \le 1$; $\overline{e}_{\alpha} \ge 1$.

Нечеткую модель надежности оператора доработки U зададим следующей матрицей:

$$\tilde{\mathbf{P}}_U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ \tilde{v}_U^{1_1} & \tilde{v}_U^{0_1} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \tilde{v}_U^{1_n} & 0 & \ldots & \tilde{v}_U^{0_n} \end{pmatrix}, \tag{7}$$

где $\tilde{v}_U^{1_i}(\tilde{v}_U^{0_i})$ - нечеткая вероятность устранения (не устранения) ошибки i-го типа, причем $\tilde{v}_U^{1_i} + \tilde{v}_U^{0_i} = \tilde{1}$.

Нечеткие модели надежности логических условий зададим следующими матрицами:

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\omega}^1 = \begin{pmatrix} \tilde{k}_{\omega}^{11} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \tilde{k}_{\omega}^{01_1} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \tilde{k}_{\omega}^{01_n} \end{pmatrix}; \quad \tilde{\mathbf{K}}_{\omega}^0 = \begin{pmatrix} \tilde{k}_{\omega}^{10} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \tilde{k}_{\omega}^{00_1} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \tilde{k}_{\omega}^{00_n} \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где $\tilde{k}_{\omega}^{11}(\tilde{k}_{\omega}^{10})$ - нечеткая вероятность того, что отсутствие ошибок идентифицировано правильно (неправильно);

$\tilde{k}_{\omega}^{01_i}(\tilde{k}_{\omega}^{00_i})$ - нечеткая вероятность пропуска (обнаружения) ошибки i–го типа, причем $\tilde{k}_{\omega}^{01_i} + \tilde{k}_{\omega}^{00_i} = \tilde{1}$.

Нечеткое время выполнения рабочего оператора A, оператора доработки U, логического условия ω обозначим соответственно через $\tilde{t}_A$, $\tilde{t}_U$, $\tilde{t}_w$.

3.2 Принцип нечеткого обобщения

Для обобщения моделей надежности алгоритмических структур (табл. 1) на нечеткий случай будем использовать α-уровневый принцип обобщения. Он формулируется следующим образом [11]: Пусть $y = f(q_1, q_2, ..., q_m)$ - функция m независимых аргументов. Значения аргументов заданы нечеткими числами в α-форме: $\tilde{q}_i = \bigcup_{\alpha\in[0,\,1]} (\underline{q}_{i\alpha}, \overline{q}_{i\alpha})$, $i = \overline{1, m}$. Тогда значением функции от нечетких аргументов $\tilde{y} = f(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, ..., \tilde{q}_m)$ будет нечеткое число:

$$\tilde{y} = \bigcup_{\alpha\in[0,\,1]} (\underline{y}_{\alpha}, \overline{y}_{\alpha}),$$

где $\underline{y}_{\alpha} = \inf\limits_{\substack{q_i^* \in [\underline{q}_{i\alpha}, \overline{q}_{i\alpha}] \\ i=\overline{1,m}}} f(q_1^*, q_2^*, ..., q_m^*)$;

$$\overline{y}_{\alpha} = \sup\limits_{\substack{q_i^* \in [\underline{q}_{i\alpha}, \overline{q}_{i\alpha}] \\ i=\overline{1,m}}} f(q_1^*, q_2^*, ..., q_m^*).$$

Нахождение α-сечения $[\underline{y}_{\alpha}, \overline{y}_{\alpha}]$ для каждого α-уровня определяется решением соответствующей задачи оптимизации.

3.3 Нечеткие модели надежности алгоритмических структур

Применяя принцип нечеткого обобщения к моделям надежности алгоритмических структур получим их нечеткие аналоги (табл. 2, 3, 4).

Таблица 2 – Нечеткое время выполнения алгоритмических структур

Структура	Нечеткое время выполнения (для каждого α-уровня) $i=\overline{1,n}$
$B = A_1 A_2$	$\underline{t}_B = \underline{t}_{A_1} + \underline{t}_{A_2}$, $\quad \bar{t}_B = \bar{t}_{A_1} + \bar{t}_{A_2}$
$C = (A_1 \vee A_2)_{\omega}$	$\underline{t}_C = \underline{t}_{\omega} + [1-b_1]\cdot \underline{t}_{A_1} + b_2 \cdot \underline{t}_{A_2}$; $\quad \bar{t}_C = \bar{t}_{\omega} + [1-b_1]\cdot \bar{t}_{A_1} + b_2 \cdot \bar{t}_{A_2}$ $b_1 = p_1 \cdot (1-k_1) + \sum_{i=1}^{n} p_{\omega}^{0_1} \cdot k_{\omega}^{0_1}$; $\quad b_2 = p_2 \cdot (1-k_2) + \sum_{i=1}^{n} p_{\omega}^{0_2} \cdot k_{\omega}^{0_2}$ $p_1 = \begin{cases} \underline{p}_{\omega}^{1}, & \underline{t}_{A_1} - \underline{t}_{A_2} \geq 0 \\ \bar{p}_{\omega}^{1}, & \underline{t}_{A_1} - \underline{t}_{A_2} < 0 \end{cases}$; $\quad p_2 = \begin{cases} \underline{p}_{\omega}^{1}, & \bar{t}_{A_1} - \bar{t}_{A_2} < 0 \\ \bar{p}_{\omega}^{1}, & \bar{t}_{A_1} - \bar{t}_{A_2} \geq 0 \end{cases}$ $k_1 = \begin{cases} \underline{k}_{\omega}^{11}, & \underline{t}_{A_1} - \underline{t}_{A_2} \geq 0 \\ \bar{k}_{\omega}^{11}, & \underline{t}_{A_1} - \underline{t}_{A_2} < 0 \end{cases}$; $\quad k_2 = \begin{cases} \underline{k}_{\omega}^{11}, & \bar{t}_{A_1} - \underline{t}_{A_2} < 0 \\ \bar{k}_{\omega}^{11}, & \bar{t}_{A_1} - \bar{t}_{A_2} \geq 0 \end{cases}$ $p_{\omega}^{0_1} = \begin{cases} \underline{p}_{\omega}^{0_i}, & \underline{t}_{A_2} - \underline{t}_{A_1} \geq 0 \\ \bar{p}_{\omega}^{0_i}, & \underline{t}_{A_2} - \underline{t}_{A_1} < 0 \end{cases}$; $\quad p_{\omega}^{0_2} = \begin{cases} \underline{p}_{\omega}^{0_i}, & \bar{t}_{A_2} - \bar{t}_{A_1} < 0 \\ \bar{p}_{\omega}^{0_i}, & \bar{t}_{A_2} - \bar{t}_{A_1} \geq 0 \end{cases}$ $k_{\omega}^{0_1} = \begin{cases} \underline{k}_{\omega}^{00_i}, & \underline{t}_{A_2} - \underline{t}_{A_1} \geq 0 \\ \bar{k}_{\omega}^{00_i}, & \underline{t}_{A_2} - \underline{t}_{A_1} < 0 \end{cases}$; $\quad k_{\omega}^{0_2} = \begin{cases} \underline{k}_{\omega}^{00_i}, & \bar{t}_{A_2} - \bar{t}_{A_1} \geq 0 \\ \bar{k}_{\omega}^{00_i}, & \bar{t}_{A_2} - \bar{t}_{A_1} < 0 \end{cases}$
$D = \{A\}_{w}$	$\underline{t}_D = \dfrac{\underline{t}_A + \underline{t}_{\omega}}{1-[\underline{p}_A^{1} \cdot (1-\bar{k}_{\omega}^{11}) + \sum_{i=1}^{n} \underline{p}_A^{0_i} \cdot \underline{k}_{\omega}^{00_i}]}$; $\quad \bar{t}_D = \dfrac{\bar{t}_A + \bar{t}_{\omega}}{1-[\bar{p}_A^{1} \cdot (1-\underline{k}_{\omega}^{11}) + \sum_{i=1}^{n} \bar{p}_A^{0_i} \cdot \bar{k}_{\omega}^{00_i}]}$
$F = A(E \vee U)_{\omega}$	$\underline{t}_F = \underline{t}_{A\alpha} + \underline{t}_{\omega} + \underline{t}_u \cdot \underline{p}_A^{1} \cdot [(1-\bar{k}_{\omega}^{11}) + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \underline{p}_A^{0_i} \cdot \underline{k}_{\omega}^{00_i}]$ $\bar{t}_F = \bar{t}_A + \bar{t}_{\omega} + \bar{t}_u \cdot [\bar{p}_A^{1} \cdot (1-\underline{k}_{\omega}^{11}) + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \bar{p}_A^{0_i} \cdot \bar{k}_{\omega}^{00_i}]$
$G = A^M$	$\underline{t}_G = M \cdot \underline{t}_A$; $\quad \bar{t}_G = M \cdot \bar{t}_A$.

Таблица 3 – Нечеткая вероятность безошибочного выполнения алгоритмических структур

Структура	Нечеткая вероятность безошибочного выполнения (для каждого α-уровня) $i=\overline{1,n}$
$B = A_1 A_2$	$\underline{p}_B^{1} = \underline{p}_{A_1}^{1} \cdot \underline{p}_{A_2}^{1}$; $\quad \bar{p}_B^{1} = \bar{p}_{A_1}^{1} \cdot \bar{p}_{A_2}^{1}$
$C = (A_1 \vee A_2)_{w}$	$\underline{p}_C^{1} = \underline{p}_{\omega}^{1} \cdot \underline{k}_{\omega}^{11} \cdot \underline{p}_{A_1}^{1} + \sum_{i=1}^{n} \underline{p}_{\omega}^{0_i} \cdot \underline{k}_{\omega}^{00_i} \cdot \underline{p}_{A_2}^{1}$; $\quad \bar{p}_C^{1} = \min(1, \bar{p}_{\omega}^{1} \cdot \bar{k}_{\omega}^{11} \cdot \bar{p}_{A_1}^{1} + \sum_{i=1}^{n} \bar{p}_{\omega}^{0_i} \cdot \bar{k}_{\omega}^{00_i} \cdot \bar{p}_{A_2}^{1})$
$D = \{A\}_{w}$	$\underline{p}_D^{1} = \dfrac{\underline{p}_A^{1} \cdot \underline{k}_{\omega}^{11}}{1-[\underline{p}_A^{1} \cdot (1-\underline{k}_{\omega}^{11}) + \sum_{i=1}^{n} \underline{p}_A^{0_i} \cdot \underline{k}_{\omega}^{00_i}]}$; $\quad \bar{p}_D^{1} = \min(1, \dfrac{\bar{p}_A^{1} \cdot \bar{k}_{\omega}^{11}}{1-[\bar{p}_A^{1} \cdot (1-\bar{k}_{\omega}^{11}) + \sum_{i=1}^{n} \bar{p}_A^{0_i} \cdot \bar{k}_{\omega}^{00_i}]})$
$F = A(E \vee U)_{\omega}$	$\underline{p}_F^{1} = \underline{p}_A^{1} + \sum_{i=1}^{n} \underline{p}_A^{0_i} \cdot \underline{k}_{\omega}^{00_i} \cdot \underline{v}_u^{1_i}$; $\quad \bar{p}_F^{1} = \min(1, \bar{p}_A^{1} + \sum_{i=1}^{n} \bar{p}_A^{0_i} \cdot \bar{k}_{\omega}^{00_i} \cdot \bar{v}_u^{1_i})$
$G = A^M$	$\underline{p}_G^{1} = (\underline{p}_A^{1})^M$; $\quad \bar{p}_G^{1} = (\bar{p}_A^{1})^M$

Таблица 4 – Нечеткая вероятность внесения ошибок при выполнении алгоритмических структур

Структура	Нечеткая вероятность внесения ошибок (для каждого α-уровня) $i=\overline{1,n}$
$B = A_1 A_2$	$\underline{p}_{B}^{0_i} = \underline{p}_{A_1}^{1} \cdot \underline{p}_{A_2}^{0_i} + \underline{p}_{A_1}^{0_i}$; $\quad \overline{p}_{B}^{0_i} = \overline{p}_{A_1}^{1} \cdot \overline{p}_{A_2}^{0_i} + \overline{p}_{A_1}^{0_i}$
$C = (A_1 \underset{\omega}{\vee} A_2)$	$\underline{p}_{C}^{0_i} = \underline{p}_{\omega}^{1} \cdot [k^{I} \cdot (\underline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n}) + \frac{1}{n}] + \underline{p}_{\omega}^{0_i} \cdot [1 - \overline{k}_{\omega}^{00_i} \cdot (1 - \underline{p}_{A_2}^{0_i})]$ $\overline{p}_{C}^{0_i} = \overline{p}_{\omega}^{1} \cdot [k^{II} \cdot (\overline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n}) + \frac{1}{n}] + \overline{p}_{\omega}^{0_i} \cdot [1 - \underline{k}_{\omega}^{00_i} \cdot (1 - \overline{p}_{A_2}^{0_i})]$ $k^{I} = \begin{cases} \underline{k}_{\omega}^{11}, & \underline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n} \geq 0 \\ \overline{k}_{\omega}^{11}, & \underline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n} < 0 \end{cases}$; $\quad k^{II} = \begin{cases} \underline{k}_{\omega}^{11}, & \overline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n} < 0 \\ \overline{k}_{\omega}^{11}, & \overline{p}_{A_1}^{0_i} - \frac{1}{n} \geq 0 \end{cases}$
$D = \{A\}_{\omega}$	$\underline{p}_{D}^{0_i} = \dfrac{\underline{p}_{A}^{0_i} \cdot (1 - \overline{k}_{\omega}^{00_i})}{1 - [\underline{p}_{A}^{1} \cdot (1 - \overline{k}_{\omega}^{11}) + \sum_{i=1}^{n} \underline{p}_{A}^{0_i} \cdot \overline{k}_{\omega}^{00_i}]}$; $\quad \overline{p}_{D}^{0_i} = \dfrac{\overline{p}_{A}^{0_i} \cdot (1 - \underline{k}_{\omega}^{00_i})}{1 - [\overline{p}_{A}^{1} \cdot (1 - \underline{k}_{\omega}^{11}) + \sum_{i=1}^{n} \overline{p}_{A}^{0_i} \cdot \underline{k}_{\omega}^{00_i}]}$
$F = A\,(E \underset{\omega}{\vee} U)$	$\underline{p}_{F}^{0_i} = \underline{p}_{A}^{0_i} \cdot (1 - \overline{k}_{\omega}^{00_i} \cdot \overline{v}_{u}^{1_i})$ $\quad \overline{p}_{F}^{0_i} = \overline{p}_{A}^{0_i} \cdot (1 - \underline{k}_{\omega}^{00_i} \cdot \underline{v}_{u}^{1_i})$
$G = A^{M}$	$\underline{p}_{G}^{0_i} = \dfrac{\underline{p}_{A}^{0_i} \cdot [1 - (\underline{p}_{A}^{1})^{M}]}{1 - \underline{p}_{A}^{1}}$; $\quad \overline{p}_{G}^{0_i} = \dfrac{\overline{p}_{A}^{0_i} \cdot [1 - (\overline{p}_{A}^{1})^{M}]}{1 - \overline{p}_{A}^{1}}$

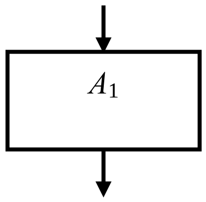
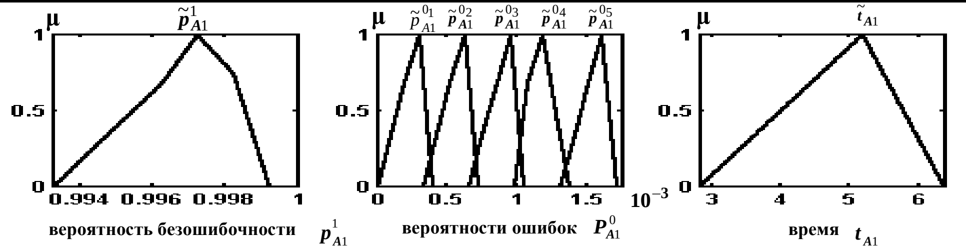
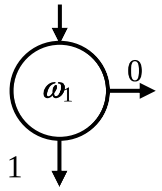
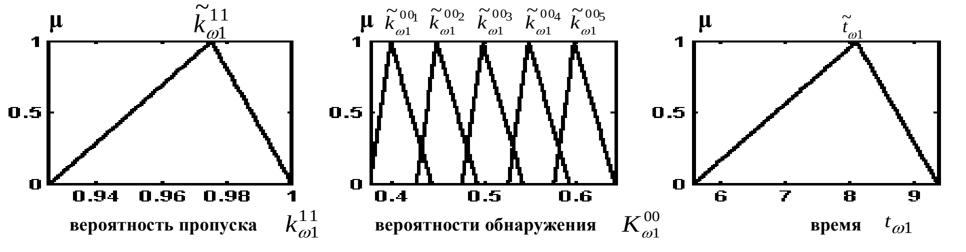
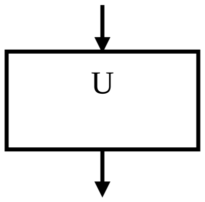
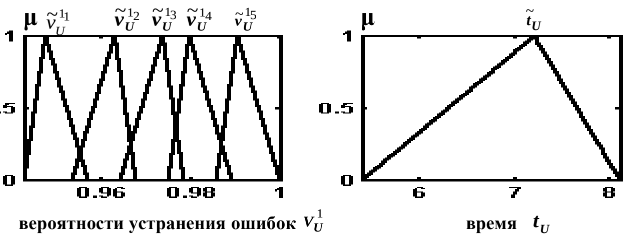
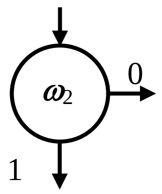
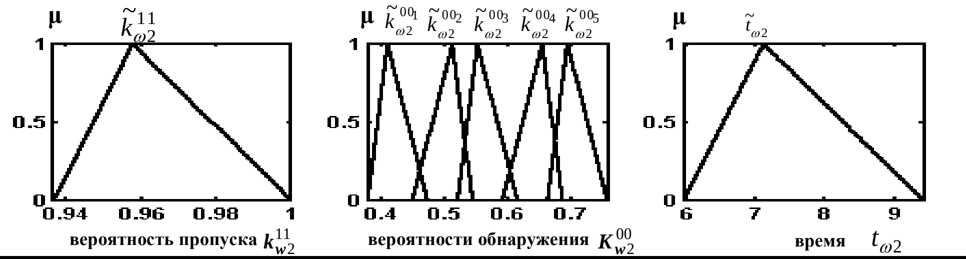
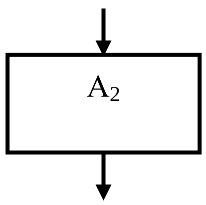
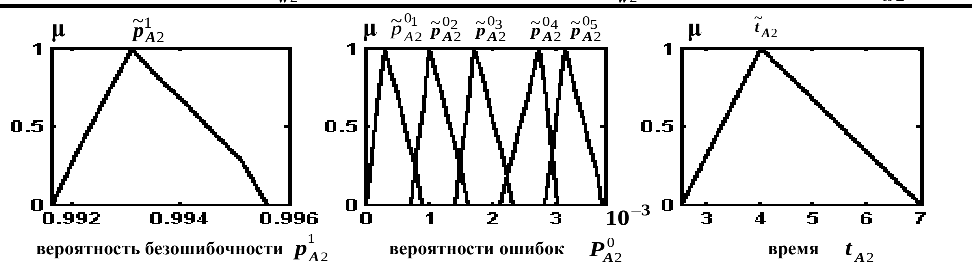
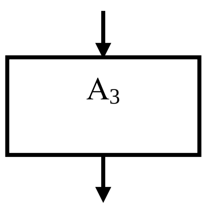
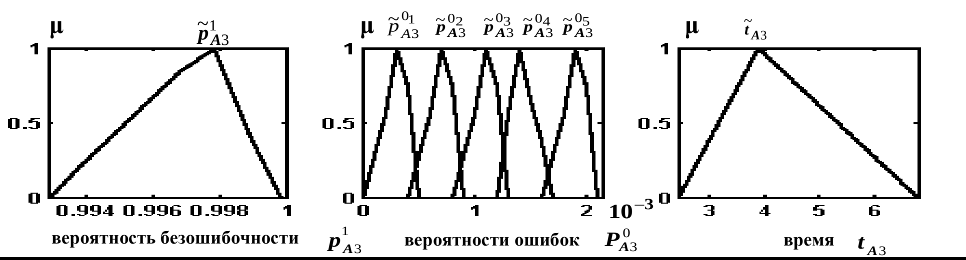
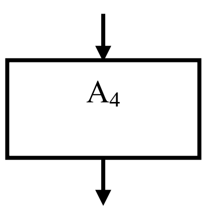
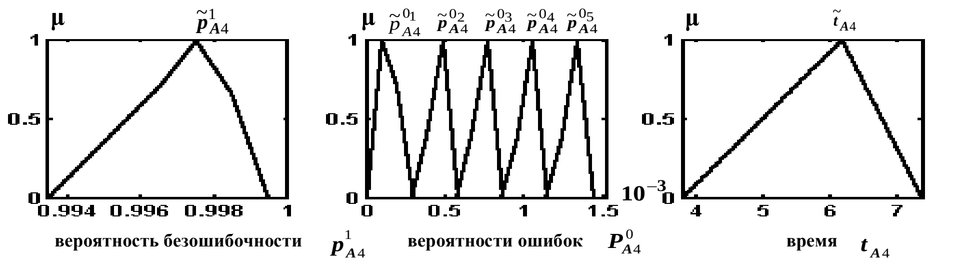
4 Пример оценки нечеткой надежности алгоритмов.

Рассмотрим следующий алгоритмический процесс:

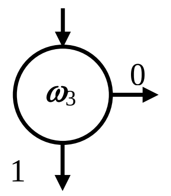
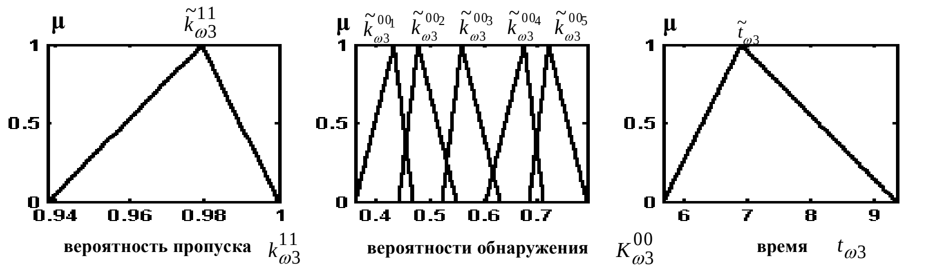
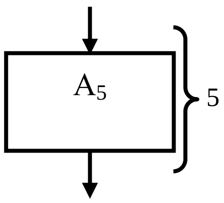
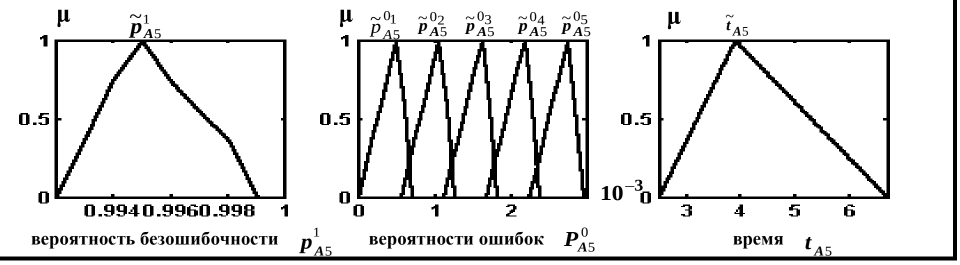
$$Y = A_1 \underset{w_1}{(E \vee U)} \underset{w_2}{(A_2 \vee A_3)} \underset{w_3}{\{A_4\}} A^5 \tag{9}$$

Нечеткие вероятносно-временные характеристики оператров и логических условий алгоритма приведены в таблице 5. При выполнении алгоритма (9) возможны 6 исходов: „0” – отсутствие ошибок; „1” – ошибка 1-го типа; „2” – ошибка 2-го типа; „3” – ошибка 3-го типа; „4” – ошибка 4-го типа; „5” –ошибка 5-го типа.

Таблица 5 – Вероятносно-временные характеристики операторов и логических условий

Обозначение	Характеристики
	
	
	
	
	
	
	

Продолжение таблицы 5

Обозначение	Характеристики
	
	

Используя нечеткие модели надежности получаем α-формы времени выполнения ($\tilde{t}_Y$), вероятность правильного выполнения ($\tilde{p}^1_Y$) и вероятности наличия различных типов ошибок ($\tilde{p}^{0_i}_Y$, $i=\overline{1,5}$) алгоритма (9):

$$\tilde{t}_Y = (48.5399, 93.0225)_0 \cup (57.6807, 79.8923)_{0.5} \cup (66.888, 66.888)_1$$

$$\tilde{p}^1_Y = (0.8862,\ 0.9994)_0 \cup\ (0.9134,\ 0.9729)_{0.5} \cup\ (0.9413,\ 0.9413)_1$$

$$\tilde{p}^{0_1}_Y = (0, 0.0124)_0 \cup (0.0038, 0.0101)_{0.5} \cup (0.0077, 0.0077)_1$$

$$\tilde{p}^{0_2}_Y = (0.0014, 0.0137)_0 \cup (0.0052, 0.0114)_{0.5} \cup (0.0091,\ 0.0091)_1$$

$$\tilde{p}^{0_3}_Y = (0.0026, 0.0147)_0 \cup (0.0064, 0.0125)_{0.5} \cup (0.0103, 0.0103)_1$$

$$\tilde{p}^{0_4}_Y = (0.0036, 0.0156)_0 \cup (0.0075, 0.0135)_{0.5} \cup (0.0114, 0.0114)_1$$

$$\tilde{p}^{0_5}_Y = (0.0045, 0.0164)_0 \cup (0.0082, 0.0142)_{0.5} \cup (0.0121,\ 0.0121)_1$$

Полученные оценки показаны на рисунке 1. Для термов {Н, НС, С, ВС, В} эти оценки могут быть интерпретированы следующим образом:

$\tilde{t}_Y$ =<48.5399, 93.0225, среднее>,

$\tilde{p}^1_Y$ =<0.8862, 0.9994, среднее> $\tilde{p}^{0_1}_Y$ =<0, 0.0124, низкая>,

$\tilde{p}^{0_2}_Y$ =<0.0014, 0.0137, среднее> $\tilde{p}^{0_3}_Y$ =<0.0026, 0.0147, среднее>,

$\tilde{p}^{0_4}_Y$ =<0.0036, 0.0156, выше среднего> $\tilde{p}^{0_5}_Y$ =<0.0045, 0.0164, выше среднего>.

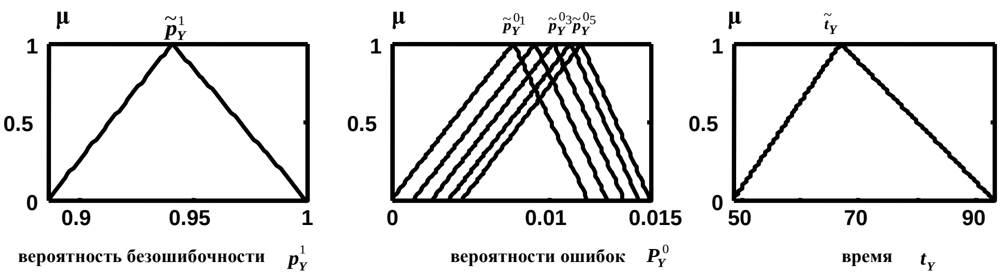


Рисунок 1 – Нечеткие характеристики надежности выполнения алгоритма (9)

Выводы

В работе предложены нечеткие модели надежности алгоритмических структур для n-арной концепции учета ошибок. Новизной предложенных моделей является то, что в вопервых, в отличие от нечеткой теории надежности [7, 8], они позволяют учитывать различные типы ошибок выполнения алгоритма; во вторых, в отличие от матричных моделей надежности алгоритмических структур [6], они обеспечивают учет нечеткой исходной информации о надежности операторов и логических условий. По нашему мнению, перспективным направлением дальнейших исследований является разработка методов оптимизации нечеткой надежности алгоритмов при n-арной концепции учета ошибок.

Библиографический список

1. Сафонов И.В. Надежностное проектирование структурно-алгоритмических систем. – К.: КДНТП, 1975, - 37с.
2. Байцер Б. Микроанализ производительности вычислительных систем: пер. с англ.-М.: Радио и связь, 1983.-360с.
3. Губинский А.И. Надежность и качество функционирования эргатических систем.- Л.:Наука, 1982. - 270 с.
4. Суходольский Г.В. Структурно-алгоритмический анализ и синтез деятельности. – Л.: ЛГУ, 1976. – 150с.
5. Дружинин Г.В. Анализ эрготехнических систем. – М.: Энергоатомиздат, 1984. -160с.
6. Ротштейн А.П., Кузнецов П.Д. Проектирование бездефектных человеко-машинных технологий К.: Техника, 1992. – 180 с.
7. Rotshtein A. Fuzzy Reliability Analysis of Man-Machine systems. In “Reliability and Safety Analysis under Fyzziness”. Studies in Fuzzines, Vol 4, Phisica-Verlag, A Springer-Verlag company, 1995, pp. 245-270.
8. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Нечеткая надежность алгоритмических процессов.- Винница: Континент-ПРИМ, 1997г.-142с.
9. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра. Языки. Программирование.- К.: Наук. думка, 1978.- 320с.
10. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений.- М.: Мир, 1976. - 165с.
11. Zimmermann H. Fuzzy Set Theory – and its Applications. Third Edition.-Kluwer Academic Publishers, 1996.-435p.