УДК 62-50:519.857.3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ МІЖГАЛУЗЕВИХ ЕКОНОМІЧНИХ ЗВ'ЯЗКІВ

Андреєв М.В., Харкянен Л.В.
Академія праці та соціальних відносин ФПУ, Україна

При плануванні виробництва (як і при плануванні накопичень, капіталовкладень, цін та ін.) в економічній літературі йдеться про системи лінійних рівнянь, а також про матриці коефіцієнтів цих рівнянь. Може трапитись, що багато елементів такої матриці дорівнюють нулю. Такого роду випадки можуть бути, наприклад, у таблицях міжгалузевих балансів Леонтьєва, з яких випливає, що багато міжгалузевих потоків q_{ij} а отже, багато технологічних коефіцієнтів a_{ij}, які є елементами технологічної матриці, дорівнюють нулю. При видобутку залізної руди немає нагальної потреби у ресурсі, наприклад, у сільськогосподарській продукції; в автомобільній промисловості не знаходить застосування продукція хлібопекарської промисловості тощо.

Розглянемо деякі окремі випадки матриць, у яких багато її елементів дорівнюють нулю або настільки малі, що практично їх можна прийняти як такі, що дорівнюють нулю. Якщо такого роду квазідіагональна матриця з'явиться в системі балансових рівнянь, то це означає, що план виробництва можна розділити на незалежні частини, пов'язані з планами деяких галузей промислового виробництва.

Практично план можна розділити на окремі частини також тоді, коли між цими частинами існує зв'язок, але він надто слабкий, тобто коли відповідні технологічні коефіцієнти виробництва близькі до нуля. Прикладом слабкого зв'язку двох секторів національного господарства є виробництво сталі та шкіри. У виробництві сталі потрібна, але в дуже малій кількості шкіра (наприклад, на привідні ремені), шкіряна промисловість у свою чергу споживає незначну кількість сталі.

При плануванні багатогалузевої економіки, якою є економіка України, виникають труднощі організаційного та обчислювального характеру. Якщо перші вдається подолати, застосовуючи системний підхід у кадровій і технічній політиці, ерудиції та досвіді керівництва, то другі вимагають більш формального підходу у виборі математичних моделей функціонування галузей, вибору критеріїв оптимальності планів та їх реалізації. Остання обставина характеризується великою розмірністю моделей, при цьому немаловажну роль відіграє системний аналіз і пов'язані з ним різні спрощення задач планування. Такі спрощення можна реалізувати методами агрегування в слабкокерованих та некерованих процесах марковського відновлення. В зв'язку з цим актуальним є застосування нових методів агрегування галузей економіки та міжгалузевих економічних зв'язків, оскільки методи агрегування, які розвивались у минулому, не завжди виявляються ефективними при плануванні багатогалузевої економіки в тому сенсі, що старі зв'язки між галузями дещо ослабли або виявились повністу розірваними, а нові зв'язки ще не зміцніли або існують у стані початкового становлення.

Важливо розглядати марковські моделі, в яких класи станів відповідають різним слабко пов'язаним галузям економіки. Такі моделі належать до так званих розкладних марковських моделей, при аналізі яких використовуються методи декомпозиції. При цьому природно виникає необхідність розгляду таких керованих марковських моделей, у яких керування входить з малим параметром, і які в зв'язку з цим названі слабкокерованими або P_ε^f–моделями.

Мета доповіді полягає в застосуванні методів статистичного аналізу, агрегування та оптимізації слабкокерованих процесів марковського відновлення з декількома класами стійких станів у задачі планування міжгалузевих економічних зв'язків на агрегованому рівні.

Розглянуто слабко керовану модель марковського відновлення з декількома класами стійких станів, яка зводиться до P_ε^f–моделі, що характеризується нескінченною тривалістю часу функціонування та неадитивним критерієм оптимальності. Розроблено керовану агреговану марковську модель з критерієм очікуваної вигоди (доходу) від стратегії за один період часу, наведено рівняння оптимальності та алгоритм побудови оптимальної стаціонарної детермінованої стратегії.

Формально слабкокерована марковська модель (СКММ) у матричному вигляді задається набором $(E, A, P_\varepsilon^f, r^f)$, де E — фазовий простір станів (ФПС), A — простір рішень (ПР), матриця ймовірностей переходу (МЙП) $P_\varepsilon^f = P_0 - \varepsilon P_1^f$, $0 < \varepsilon < 1$, ε — малий параметр. Незбурений вкладений ланцюг Маркова (ВЛМ) $\{X_n^0, n \geq 0\}$ з МЙП $P_0 = \{p_{kr}^0, k, r \in E\}$ — деяка матриця стохастичних збурень (МСЗ), елементи якої залежать від стратегії f. Якщо у стані k прийнято рішення $a \in A$ і час, проведений у стані k дорівнює t, тоді поточна вигода (дохід) за час t дорівнює $r_k(t, a)$. Функція $r_k(t, a)$ припускається вимірною по t і обмеженою по k, a. Позначимо $r^{f(k)} = \int_0^\infty r_k(t, f(k)) G_k(dt), G_k(t)$ — функція розподілу часу перебування у стані k; $r^f = \{r^{f(k)}; k \in E\}$ — вектор поточного одноперіодного доходу, пов'язаного з СКММ. Кожна стратегія $f \in D_s$, де D_s — множина стаціонарних детермінованих стратегій, характеризується критерієм якості — асиммптотичним середнім доходом g_ε^f за один період часу, який набуває вигляду $g_\varepsilon^f = \lim_{n\to\infty} M_\varepsilon^f \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} r^f\left(X_m^{\varepsilon,f}\right)$, де M_ε^f – математичне сподівання, що відповідає МПЙ P_ε^f.

Економічна інтерпретація P_ε^f–моделі така: матриця P_0 будується на базі статистичних даних і характеризує декілька галузей економіки, матриця P_1^f підлягає оптимальному вибору по f і з малим множником ε характеризує слабкокерований міжгалузевий зв'язок. Задача полягає у знаходженні оптимальної стратегії $\hat{f}^*$ тобто матриці $\hat{P}_1^{\hat{f}^*}$ за якої досягається максимальне значення критерію оптимальності для агрегованої марковської $\hat{P}^{\hat{f}}$–моделі, ФПС якої характеризує один клас укрупнених станів економіки.