

ЗАСТОСУВАННЯ ПОКРОКОВОГО МЕТОДУ ІТЕРАЦІЙНИХ ПРОЦЕДУР ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ОДНОШАРОВОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО СТЕРЖНЕВОГО ПОКРИТТЯ

О.І. Сіянов, канд. техн. наук, доц.

Вінницький національний технічний університет, м.Вінниця, Україна

Не простий характер роботи одношарових циліндричних стержневих покриттів (рис.1) супроводжується не однозначними ефектами, а тому потребує ґрунтовного підходу до вирішення питань, пов'язаних із залученням аналітичних методів, здатних точно описати поведінку просторової конструкції під навантаженням.

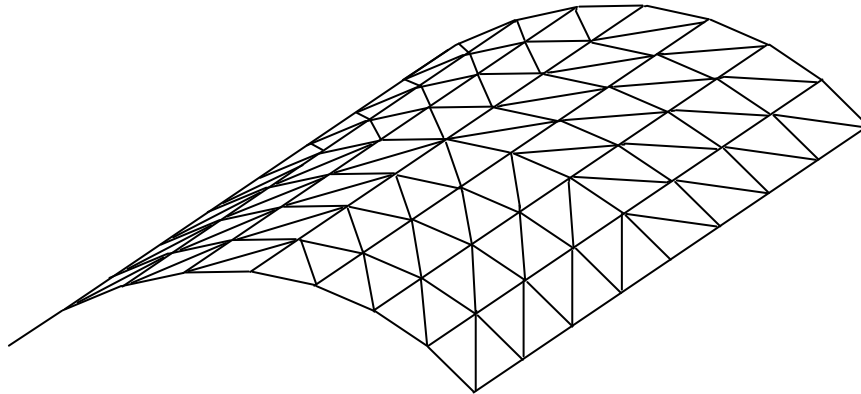


Рис.1. Система одношарового циліндричного стержневого покриття

Продовжуючи тематику попередньої роботи [1], пропонується розглянути одношарове циліндричне стержневе покриття у відповідності з діаграмою “узагальнене навантаження – узагальнене переміщення”, включаючи стадію лінійної роботи конструкції і стадію геометричної нелінійності [2–9, 12]. Аналітичне представлення будемо шукати шляхом застосування покрокового методу ітераційних процедур [10–12].

У випадку положення початкової геометрії конструкції рівняння рівноваги вузлів циліндричної стержневої системи запишемо як [12–14]

$$|K| \{\delta\} = \{F\}, \quad (1)$$

де $\{F\}$ – матриця-стовпець $(3n \times 1)$ вектора вузлових навантажень конструкції;

$\{\delta\}$ – матриця-стовпець $(3n \times 1)$ вектора переміщень вузлів системи;

$|K|$ – матриця жорсткості системи $(3n \times 3n)$.

В нелінійній теорії, якщо переміщення вузлів достатньо великі, рівняння (1) не виконується, оскільки співвідношення деформації – переміщення нелінійні і рівняння рівноваги повинно бути записано для положення остаточної геометрії конструкції (деформована схема).

Для одношарового циліндричного стержневого покриття перший із указаних факторів нелінійності можна не враховувати через малі деформації (в цьому випадку переміщення вузлів великі, а деформації стержнів малі).

Звернемося до характерного графіка “узагальнене навантаження – узагальнене переміщення” (рис.2) з якого можна виділити зону лінійно-пружної роботи (пряма лінія) з подальшим переходом в зону нелінійно-пружної роботи (крива лінія), яка продовжується до вичерпування несучої здатності конструкції або до стадії втрати стійкості. При цьому слід відзначити, що в процесі деформування значно знижується жорсткість покриття.

Характерний вигляд графіка деформування конструкції дозволяє при вирішенні нелінійної задачі прийняти деякі спрощення.

Аналітичний вираз для функції $f(\delta)$ не так легко знайти в силу його складності, при цьому необхідно відшукати на кожному етапі ітерації для неї прийнятний наближений вираз з урахуванням одержаних прирощень переміщень. Вираз для похідної функції $f'(\delta)$ може бути наближенням або навіть дорівнювати своєму первинному значенню, що вкаже лише на збільшення кількості етапів ітерації.

Оскільки зона лінійної роботи покриття виявляється значною, то необхідно в якості першого етапу ітераційної процедури виконувати розрахунок на повне розрахункове навантаження, тобто на кожному етапі розрахунку доводиться мати справу з лінійно деформованою конструкцією. При цьому зберігається симетрія матриці рівнянь рівноваги вузлів і прийнятність загальних теорем лінійної теорії пружності.

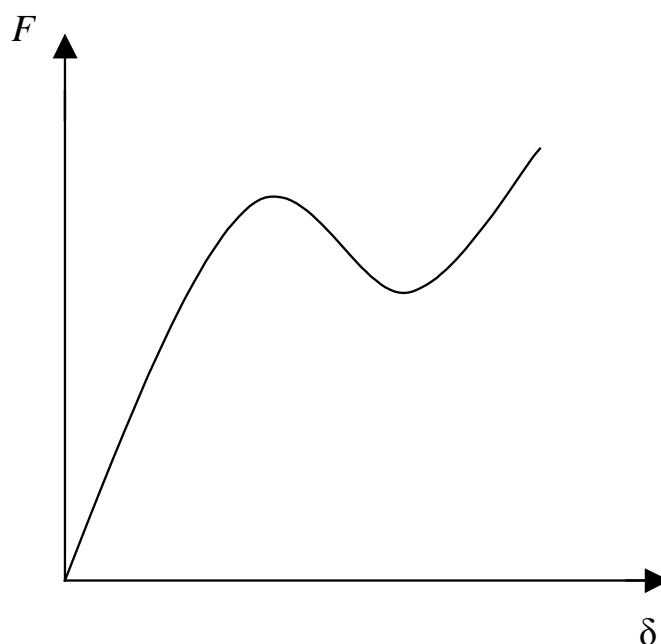


Рис.2. Залежність навантаження від переміщення для одношарового циліндричного стержневого покриття

Оскільки зона лінійної роботи покриття виявляється значною, то необхідно в якості першого етапу ітераційної процедури виконувати розрахунок на повне розрахункове навантаження, тобто на кожному етапі розрахунку доводиться мати справу з лінійно деформованою конструкцією. При цьому зберігається симетрія матриці рівнянь рівноваги вузлів і прийнятність загальних теорем лінійної теорії пружності.

Застосовуючи ітераційну процедуру перерахунку, в нелінійній постановці (по змінній геометрії) на кожному кроці ітераційного процесу приймаємо доцільним лінійне співвідношення “деформація – переміщення” і закон Гука. Ітераційний процес починаємо з рішення задачі в лінійній постановці по рівнянню (1) і ведемо по такій схемі:

$$\left| K_E^{(i-1)} \right| \left\{ \Delta \delta^{(i)} \right\} = \{ F \} - \{ F_E^{(i-1)} \}; \quad (2)$$

$$\{ F_E^{(i)} \} = \{ F_E^{(i-1)} \} + \left| K_E^{(i)} \right| \left\{ \Delta \delta^{(i)} \right\}; \quad (3)$$

$$\left\{ \delta^{(i)} \right\} = \left\{ \delta^{(i-1)} \right\} + \left\{ \Delta \delta^{(i)} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

де $\left| K_E^{(i)} \right|$ – жорсткісна матриця, яка перерахована по змінній геометрії.

Процес завершуємо, якщо

$$\left\{ F_R^{(i)} \right\} = \{ F \} - \left\{ F_E^{(i)} \right\}$$

досягає малого, наперед заданого значення.

Застосовуючи методику наближення до конкретного вузла і підставивши (4) – (13) [1] в рівняння (2) – (4), одержимо:

$$\begin{aligned} \left\{ N_{ki-k(i+1)}^{ki} \right\} = & \left[- \left\{ \frac{EA}{a} \right\} \left| c_{ki-k(i+1)} \right|^T \left| c_{ki-k(i+1)} \right| \left\{ \delta^{ki} \right\} + \left\{ \frac{EA}{a} \right\} \left| c_{ki-k(i+1)} \right|^T \left| c_{ki-k(i+1)} \right| \left\{ \delta^{k(i+1)} \right\} \right] + \\ & + \left[- \left\{ \frac{EA}{a} \right\} \left| c_{ki-k(i+1)} \right|^T \left| c_{ki-k(i+1)} \right| \left\{ \Delta \delta^{ki} \right\} + \left\{ \frac{EA}{a} \right\} \left| c_{ki-k(i+1)} \right|^T \left| c_{ki-k(i+1)} \right| \left\{ \Delta \delta^{k(i+1)} \right\} \right], \quad (5) \\ \left\{ N_{ki-(k+1)(i+1)}^{ki} \right\} = & \left[- \left\{ \frac{EA}{1,4a} \right\} \left| c_{ki-(k+1)(i+1)} \right|^T \left| c_{ki-(k+1)(i+1)} \right| \left\{ \delta^{ki} \right\} + \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{EA}{1,4a} \right\} \left| c_{ki-(k+1)(i+1)} \right|^T \left| c_{ki-(k+1)(i+1)} \right| \left\{ \delta^{(k+1)(i+1)} \right\} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[- \left\{ \frac{EA}{1,4a} \right\} |c_{ki-(k+1)(i+1)}|^T |c_{ki-(k+1)(i+1)}| \left\{ \Delta\delta^{ki} \right\} + \right. \\
& \left. + \left\{ \frac{EA}{1,4a} \right\} |c_{ki-(k+1)(i+1)}|^T |c_{ki-(k+1)(i+1)}| \left\{ \Delta\delta^{(k+1)(i+1)} \right\} \right], \tag{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left\{ N_{ki-(k+1)i}^{ki} \right\} = & \left[- \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-(k+1)i}|^T |c_{ki-(k+1)i}| \left\{ \delta^{ki} \right\} + \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-(k+1)i}|^T |c_{ki-(k+1)i}| \left\{ \delta^{(k+1)i} \right\} \right] + \\
& + \left[- \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-(k+1)i}|^T |c_{ki-(k+1)i}| \left\{ \Delta\delta^{ki} \right\} + \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-(k+1)i}|^T |c_{ki-(k+1)i}| \left\{ \Delta\delta^{(k+1)i} \right\} \right]; \tag{7}
\end{aligned}$$

$$\left\{ F_{E_{ki-k(i+1)}}^{ki} \right\} = \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-k(i+1)}|^T |c_{ki-k(i+1)}| \left[\left\{ \delta^{ki} \right\} - \left\{ \delta^{k(i+1)} \right\} \right], \tag{8}$$

$$\left\{ F_{E_{ki-(k+1)(i+1)}}^{ki} \right\} = \left\{ \frac{EA}{1,4a} \right\} |c_{ki-(k+1)(i+1)}|^T |c_{ki-(k+1)(i+1)}| \left[\left\{ \delta^{ki} \right\} - \left\{ \delta^{(k+1)(i+1)} \right\} \right], \tag{9}$$

$$\left\{ F_{E_{ki-(k+1)i}}^{ki} \right\} = \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-(k+1)i}|^T |c_{ki-(k+1)i}| \left[\left\{ \delta^{ki} \right\} - \left\{ \delta^{(k+1)i} \right\} \right]; \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{k(i+1)} \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-k(i+1)}|^T |c_{ki-k(i+1)}| \right] \left\{ \Delta\delta^{ki} \right\} - \\
& - \left[\sum_{k(i+1)} \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-k(i+1)}|^T |c_{ki-k(i+1)}| \right] \left\{ \Delta\delta^{k(i+1)} \right\} = \\
& = \left\{ F_{ki-k(i+1)}^{ki} \right\} - \sum_{k(i+1)} \left\{ F_{E_{ki-k(i+1)}}^{ki} \right\}, \tag{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{(k+1)(i+1)} \left\{ \frac{EA}{1,4a} \right\} |c_{ki-(k+1)(i+1)}|^T |c_{ki-(k+1)(i+1)}| \right] \left\{ \Delta\delta^{ki} \right\} - \\
& - \left[\sum_{(k+1)(i+1)} \left\{ \frac{EA}{1,4a} \right\} |c_{ki-(k+1)(i+1)}|^T |c_{ki-(k+1)(i+1)}| \right] \left\{ \Delta\delta^{(k+1)(i+1)} \right\} = \\
& = \left\{ F_{ki-(k+1)(i+1)}^{ki} \right\} - \sum_{(k+1)(i+1)} \left\{ F_{E_{ki-(k+1)(i+1)}}^{ki} \right\}, \tag{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{(k+1)i} \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-(k+1)i}|^T |c_{ki-(k+1)i}| \right] \left\{ \Delta\delta^{ki} \right\} - \\
& - \left[\sum_{(k+1)i} \left\{ \frac{EA}{a} \right\} |c_{ki-(k+1)i}|^T |c_{ki-(k+1)i}| \right] \left\{ \Delta\delta^{(k+1)i} \right\} = \\
& = \left\{ F_{ki-(k+1)i}^{ki} \right\} - \sum_{(k+1)i} \left\{ F_{E_{ki-(k+1)i}}^{ki} \right\}. \tag{13}
\end{aligned}$$

Порівнюючи рівняння (11), (12) і (13) з рівняннями (14), (15) і (16) [1], бачимо, що на кожному кроці ітераційного процесу виконується рішення рівнянь одного і того ж типу відносно прирощення переміщень $\{\Delta\delta\}$ від дії навантаження $\{\Delta F\}$ з послідовним перетворенням матриці жорсткості $|K|$. Цей процес схематично показано на рис. 2, причому на кожному малому кроці повторюється рішення рівнянь (11), (12) і (13).

Оскільки задача фізично нелінійна, то є можливість представити залежність “навантаження – переміщення” кусково-гладкою лінійною функцією і, задавши значення у вигляді шкали, змінювати їх в процесі розрахунку.

Шляхом уточнення значень стовпця навантажень забезпечується швидка збіжність процесу при заданому навантаженні.

Висновки

1. Завдяки застосуванню покрокового методу ітераційних процедур розглянуто процес деформування одношарового циліндричного стержневого покриття для стадії лінійної роботи конструкції і стадії геометричної нелінійності.

2. В матричній формі з урахуванням методики наближення до конкретного вузла створено підхід, який дозволяє визначати параметри напружено-деформованого стану просторової циліндричної стержневої системи.

3. Для реалізації запропонованого підходу прийняті такі спрощення, які передбачають здійснювати ітераційний процес в лінійній постановці з використанням оновленої, отриманої шляхом перерахунку за змінною геометрії, матриці жорсткості.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Сіянов О.І. До оцінки параметрів напружено-деформованого стану просторової стержневої конструкції // Сборник научных трудов IV Междунар. науч.-практ. Интернет-конф. "Состояние современной строительной науки" – Полтава.–2006.–С. 63-66.
2. Гоцуляк Є.О., Сіянов О.І. Загальна стійкість одношарових циліндричних стержневих покриттів // Вісник ВПІ, 2002.–№ 1.–С. 13–18.
3. Свердлов В.Д., Сіянов О.І. Залежність загальної стійкості від напружено-деформованого стану одношарового циліндричного стержневого покриття // Матеріали Української наук.-техн. конф. "Металеві конструкції" –Дніпропетровськ.–2000.–С. 68–70.
4. Свердлов В.Д., Сіянов О.І., Бойчук О.Д. Проблема стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сб. науч. тр.– Одесса: ОГАСА, 1999.–С. 169–174.
5. Трущев А.Г. Пространственные металлические конструкции: Учеб. пособие для вузов.–М.: Стройиздат, 1983.–215 с.
6. Срубщик Л.С. Выпучивание и послекритическое поведение оболочек.–Ростов: Изд-во Рост. ун-та, 1981.–96 с.
7. Устойчивость пространственных конструкций // Сборник научных статей // Под ред. канд. техн. наук В.И. Гуляева.–Киев, КИСИ, 1978.–177 с.
8. Самольянов И.И. Хлопок оболочки типа гиперболического параболоида от действия распределенной поперечной нагрузки // Прикл. механика.–1977.–№ 2.–С. 128–131.
9. Линд Н. К. Критерий устойчивости сетчатых оболочек.–Л.: Стройиздат, 1966.–12 с.
10. Ортега Д., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными.–М.: Мир, 1975.–588 с.
11. Сви́рский И.В. Методы типа Бубнова-Галеркина и последовательных приближений.–М.: Наука, 1968.–198 с.
12. Лебедев В.А., Лубо Л.Н. Сетчатые оболочки в гражданском строительстве на севере.–Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1982.–136 с.
13. Руководство по проектированию и расчету покрытий нового типа – сетчатых оболочек / ЛенЗНИИЭП.–Л., 1971.–63 с.
14. Филин А.П. Матрицы в статике стержневых систем и некоторые элементы использования ЭЦВМ.–Л.; М.: Стройиздат, 1966.–438 с.

Анотація

У матричній формі завдяки застосуванню покрокового методу ітераційних процедур розглянуто процес деформування одношарового циліндричного стержневого покриття, включаючи стадію лінійної роботи конструкції і стадію геометричної нелінійності, на підставі чого з урахуванням методики наближення до конкретного вузла створено підхід для визначення параметрів напружено-деформованого стану складної багатоелементної системи.