



Поліщук Л. К.

Вінницький
національний
технічний університет

Харченко Є. В.

Національний
університет
“Львівська політехніка”

Polishchuk L. K.

Vinnitsia National
Technical University

Kharchenko Y. V.

Lviv Polytechnic National
University

УДК 621.86.001

**МОДАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СУЦІЛЬНОЇ
БАГАТОПРОГОНОВОЇ СТІЛИ
ВІДВАЛОУТВОРЮВАЧА**

Анотація. Розглядаються узагальнена математична модель і алгоритм розрахунку частот і форм вільних коливань суцільної багатопрогової стріли відвалоутворювача. Довгомірною несівною конструкцією подана на розрахунковій схемі як балка Тимошенка. Алгоритм модального аналізу механічної системи будується на основі матричного методу початкових параметрів. Наводяться результати визначення власних частот і амплітудних функцій прогинів стрілових конструкцій.

Ключові слова: відвалоутворювач; суцільна багатопрогонува стріла; балка Тимошенка; модальний аналіз; метод початкових параметрів.

Вступ. Під час видобування корисних копалин відкритим способом важливу роль відіграють відвалоутворювачі [4, 8], від продуктивності і надійності яких значно залежить ефективність освоєння родовища. Конструкція стріли відвалоутворювача має вигляд довгомірної багатопрогової балки, що утримується в робочому положенні за допомогою вантової підвіски. Стріла обладнана стрічковим конвеєром для транспортування сипкого вантажу (ґрунту, видобутої руди тощо).

У робочому положенні стріла перебуває під дією динамічних навантажень, викликаних вітровими потоками, статичною та динамічною невірноваженістю обертових елементів, взаємодією нерівномірно завантаженої стрічки з несівною конструкцією. Характер зміни в часі динамічних навантажень, здебільшого, є близьким до періодичного. Тому проведення модального аналізу механічної системи стріли з метою уникнення резонансних явищ під час роботи конвеєра має істотне практичне значення. Обчислення частотного спектра дає можливість запобігти резонансним явищам у механічній системі, а знаходження власних форм сприяє вивченню вимушених коливань утримувальної конструкції.

Вільні та вимушені коливання механічних систем, що містять довгомірні конструкції, розглядаються у працях [1, 9, 11, 12]. Розробляються підходи до проведення аналізу взаємодії несівних конструкцій з привідними

системами [3, 6, 13], рухомими навантаженнями [2], виконавчими органами машин [4, 7]. З метою спрощення інженерних розрахунків за рахунок дискретизації пружних систем з розподіленими параметрами застосовують методи скінченних елементів [1, 14], скінченних різниць [13], узагальнених переміщень [5] тощо.

Аналіз вільних і вимушених коливань довгомірних конструкцій переважно виконують із застосуванням континуальних або континуально-дискретних розрахункових моделей механічних систем [4, 8, 12]. Побудові ефективних розрахункових алгоритмів сприяє застосування матричного методу початкових параметрів [1, 10, 11, 13].

Основна частина. Побудуємо узагальнену математичну модель згинних коливань суцільної підвісної стріли відвалоутворювача (рис. 1, а), що утримується в робочому положенні за допомогою довільного числа канатів. Стріла складається з n ділянок довжинами l_1, l_2, \dots, l_n , в межах яких характеристики поперечних перерізів є сталими. На межах ділянок стріла оснащена кріпильними вузлами для з'єднання довгомірної конструкції з утримувальними канатами, що утворюють з віссю стріли кути $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Кріпильні вузли розглядаємо як тверді тіла масами m_1, m_2, \dots, m_n та моментами інерції J_1, J_2, \dots, J_n . Відстань від осі стріли до точки кріплення верхніх кінців канатів позначаємо як h , а кут нахилу осі стріли до горизонту – як β .



Стрілу на розрахунковій моделі (рис. 1, б) подаємо як багатопрогону балку Тимошенка. Коефіцієнти жорсткості канатів в напрямі, перпендикулярному до осі стріли, методика визначення яких наведена у праці [9], становлять c_1, c_2, \dots, c_n . Поперечні коливання ділянок стріли розглядаємо у координатних системах x_i, w_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

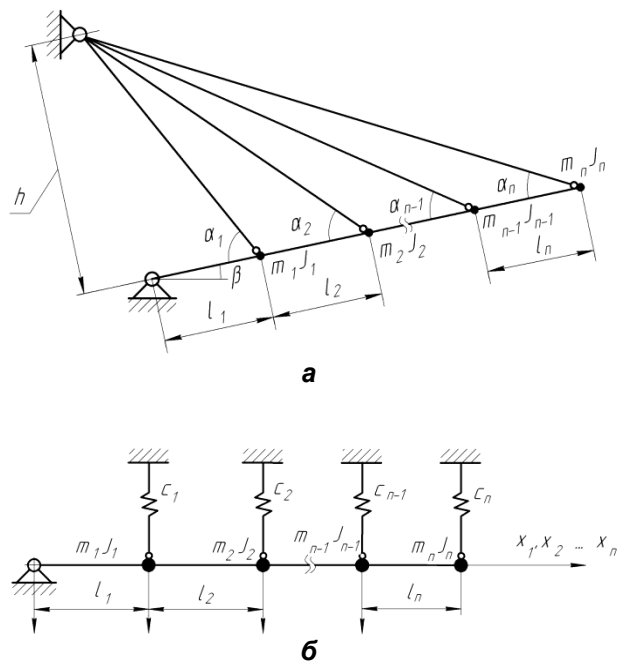


Рис. 1. Схема стріли відвалоутворювача (а) та її розрахункова модель (б)

Беручи до уваги, що довжини ділянок стріли невеликі, рівняння руху записуємо з урахуванням деформацій зсуву та інерції обертання поперечних перерізів

$$EI_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x_i^2} + \kappa_i GA_i \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i} - \varphi_i \right) - I_i \rho_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} = 0;$$

$$\rho_i A_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} - \kappa_i GA_i \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i} \right) + P_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} = 0 \quad (1)$$

$(i = 1, 2, \dots, n),$

де $\varphi(x_i, t)$ – кут повороту поперечного перерізу осі стрижня від дії згинального моменту; E, G – модулі пружності матеріалу першого та другого роду; ρ_i – інтегральна густина матеріалу; A_i, I_i – площа та екваторіальний момент інерції поперечного перерізу стрижня; κ_i – коефіцієнт, що характеризує вплив деформації зсуву; t – час.

Виключаючи з рівнянь (1) невідому функцію $\varphi_i(x_i, t)$, отримуємо

$$EI_i \left(1 - \frac{P_i}{\kappa_i GA_i} \right) \frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^4} - \rho_i I_i \left(1 + \frac{E}{\kappa_i G} - \frac{P_i}{\kappa_i GA_i} \right) \frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^2 \partial t^2} + P_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} + \rho_i A_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} + \frac{\rho_i^2 I_i}{\kappa_i G} \frac{\partial^4 w_i}{\partial t^4} = 0. \quad (2)$$

Згинальний момент та силу, що виникає у перерізі, перпендикулярному до недеформованої осі стрижня, з урахуванням деформацій згину і зсуву записуємо як

$$M_i = -EI_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x};$$

$$F_i = \kappa_i GA_i \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i} - \varphi_i \right) - P_i \frac{\partial w_i}{\partial x_i}. \quad (3)$$

Граничні умови на лівому кінці стріли мають вигляд

$$W_1(0, t) = 0; \quad M_1(0, t) = 0; \quad (4)$$

Граничні умови для стиків сусідніх ділянок запишемо в узагальненій формі

$$M_i(l_i, t) - J_i \frac{\partial^2 \varphi_i(l_i, t)}{\partial t^2} - M_{i+1}(0, t) = 0;$$

$$F_i(l_i, t) + m_i \frac{\partial^2 w_i(l_i, t)}{\partial t^2} + c_i w_i(l_i, t) - F_{i+1}(0, t) = 0;$$

$$w_i(l_i, t) = w_{i+1}(0, t); \quad \varphi_i(l_i, t) = \varphi_{i+1}(0, t)$$

$(i = 1, 2, \dots, n-1).$ (5)

Аналогічно записуємо граничні умови для правого кінця стріли

$$M_n(l_n, t) - J_n \frac{\partial^2 \varphi_n(l_n, t)}{\partial t^2} = 0;$$

$$F_n(l_n, t) + m_n \frac{\partial^2 w_n(l_n, t)}{\partial t^2} + c_n w_n(l_n, t) = 0. \quad (6)$$

Розв'язки рівнянь (1) подаємо у вигляді

$$w_i(x_i, t) = W_i(x_i) \sin \omega t;$$

$$\varphi_i(x_i, t) = \Phi_i(x_i) \sin \omega t, \quad (7)$$

де $W_i(x_i), \Phi_i(x_i)$ – амплітудні функції прогинів та кутових переміщень перерізів стріли; ω – циклічна частота.

Після підстановки виразів (7) до рівностей (3) останні залежності набувають вигляду

$$M_i(x_i, t) = M_i^*(x_i) \sin \omega t; \quad F_i(x_i, t) = F_i^*(x_i) \sin \omega t, \quad (8)$$

де $M_i^*(x_i), F_i^*(x_i)$ – амплітудні функції внутрішніх силових чинників,



$$M_i^*(x_i) = EI_i \Phi_i'(x_i);$$

$$F_i^*(x_i) = \kappa_i G_i A_i [W_i'(x_i) + \Phi_i(x_i)] - P_i W_i'(x_i). \quad (9)$$

Підставляючи першу залежність (7) до рівності (2), отримуємо звичайне диференціальне рівняння амплітудних функцій

$$\frac{d^4 W_i}{dx_i^4} + b_i^2 \frac{d^2 W_i}{dx_i^2} - a_i^4 W_i = 0, \quad (10)$$

де

$$a_i^4 = \frac{\kappa_i G A_i}{EI_i (\kappa_i G A_i - P_i)} \left(\omega^2 \rho_i A_i - \frac{\omega^4 \rho_i^2 l_i}{\kappa_i A_i} \right);$$

$$b_i^2 = \frac{\kappa_i G A_i}{EI_i (\kappa_i G A_i - P_i)} \left[P_i + \omega^2 \rho_i l_i \left(\frac{E}{\kappa_i G} + \frac{P_i}{\kappa_i G A_i} - 1 \right) \right].$$

Розв'язок рівняння (10) подаємо відповідно до методу початкових параметрів у вигляді

$$X_i(x_i) = R_i(x_i) X_i(0), \quad (11)$$

де

$$X_i(x_i) = \text{col}[W_i(x_i), W_i'(x_i), W_i''(x_i), W_i'''(x_i)];$$

$$R_i(x_i) = \begin{pmatrix} Z_{1i}(x_i) & Z_{2i}(x_i) & Z_{3i}(x_i) & Z_{4i}(x_i) \\ Z_{1i}'(x_i) & Z_{2i}'(x_i) & Z_{3i}'(x_i) & Z_{4i}'(x_i) \\ Z_{1i}''(x_i) & Z_{2i}''(x_i) & Z_{3i}''(x_i) & Z_{4i}''(x_i) \\ Z_{1i}'''(x_i) & Z_{2i}'''(x_i) & Z_{3i}'''(x_i) & Z_{4i}'''(x_i) \end{pmatrix}.$$

Тут $Z_{1i}, Z_{2i}, Z_{3i}, Z_{4i}$ – фундаментальна система інтегралів рівняння (10),

$$Z_{1i} = \frac{1}{\lambda_{1i}^2 + \lambda_{2i}^2} (\lambda_{2i}^2 \cos \lambda_{1i} x_i + \lambda_{1i}^2 \text{ch} \lambda_{2i} x_i);$$

$$Z_{2i} = \frac{1}{\lambda_{1i}^2 + \lambda_{2i}^2} \left(\frac{\lambda_{2i}^2}{\lambda_{1i}} \sin \lambda_{1i} x_i + \frac{\lambda_{1i}^2}{\lambda_{2i}} \text{sh} \lambda_{2i} x_i \right);$$

$$Z_{3i} = \frac{1}{\lambda_{1i}^2 + \lambda_{2i}^2} (-\cos \lambda_{1i} x_i + \text{ch} \lambda_{2i} x_i);$$

$$Z_{4i} = \frac{1}{\lambda_{1i}^2 + \lambda_{2i}^2} \left(-\frac{1}{\lambda_{1i}} \sin \lambda_{1i} x_i + \frac{1}{\lambda_{2i}} \text{sh} \lambda_{2i} x_i \right), \quad (12)$$

де

$$\lambda_{1i} = \sqrt{\frac{b_i^2}{2} + \sqrt{\frac{b_i^4}{4} + a_i^4}};$$

$$\lambda_{2i} = \sqrt{-\frac{b_i^2}{2} + \sqrt{\frac{b_i^4}{4} + a_i^4}}.$$

Рівністю (11) виражається взаємозв'язок значень амплітудної функції $W_i(x_i)$ та її похідних у початковому та деякому довільному перерізах ділянки стрижня. Для встановлення аналогічного взаємозв'язку сукупностей силових та геометричних параметрів перерізів спершу перетворимо рівняння (1) з урахуванням залежностей (7):

$$\begin{aligned} EI_i \Phi_i''(x_i) + \kappa_i G A_i [W_i'(x_i) - \Phi_i(x_i)] + \\ + l_i \rho_i \omega^2 \Phi_i(x_i) = 0; \\ -\rho_i A_i \omega^2 W_i(x_i) - \kappa_i G A_i [W_i''(x_i) - \Phi_i'(x_i)] + \\ + P_i W_i''(x_i) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

З рівнянь (9), (13) та рівності, що отримується диференціюванням другого співвідношення (13) за просторовою координатою, маємо

$$Y_i(x_i) = B_{1i} X(x_i), \quad X_i(x_i) = B_{2i} Y(x_i), \quad (14)$$

де

$$Y_i(x_i) = \text{col}(W_i(x_i), \Phi_i(x_i), M_i^*(x_i), F_i^*(x_i));$$

$$B_{1i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_i}{a_i \kappa_i G} & 0 & \frac{b_i EI_i}{a_i \kappa_i G A_i} \\ -\frac{EI_i \rho_i \omega^2}{\kappa_i G} & 0 & -\frac{b_i EI_i}{\kappa_i G A_i} & 0 \\ 0 & -P_i - \frac{d_i A_i \rho_i l_i \omega^2}{a_i} & 0 & -\frac{b_i EI_i}{a_i} \end{pmatrix};$$

$$B_{2i} = B_{1i}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\kappa_i G A_i}{b_i} & 0 & \frac{1}{b_i} \\ -\frac{A_i \rho_i \omega^2}{b_i} & 0 & -\frac{\kappa_i G A_i}{b_i EI_i} & 0 \\ 0 & -g_i \frac{\kappa_i G A_i}{b_i} & 0 & q_i \frac{\kappa_i G A_i}{b_i} \end{pmatrix},$$

тут

$$a_i = (\kappa_i G A_i - \rho_i l_i \omega^2), \quad b_i = (\kappa_i G A_i - P_i);$$

$$c_i = (\kappa_i G)^2 A_i - EI_i \rho_i \omega^2; \quad d_i = (\kappa_i G + E);$$



$$g_i = \left(\frac{a_i P_i}{b_i E I_i} + \frac{d_i A_i \rho_i \omega^2}{b_i E} \right); \quad q_i = \left(\frac{\kappa_i G A_i}{b_i E I_i} + \frac{\rho_i \omega^2}{b_i \kappa_i G} \right).$$

$$Y_{n+1} = \left(\prod_{i=n}^1 S_i B_{1i} R_i B_{2i} \right) Y_1(0), \quad (17)$$

Приймаючи до уваги залежності (11) та (14), отримуємо співвідношення, що дає можливість визначати силові та геометричні параметри довільного перерізу стрижня за значеннями цих параметрів на початку ділянки

$$Y_i(x_i) = B_{1i} R_i(x_i) B_{2i} Y_i(0). \quad (15)$$

Після розділення змінних у граничних умовах (4)–(6) з урахуванням залежностей (7) і (8) записуємо матричні співвідношення

$$Y_{i+1}(0) = S_i Y_i(l_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n-1);$$

$$Y_{n+1} = S_n Y_n(l_n). \quad (16)$$

де Y_{n+1} – матриця-колонка,

$$Y_{n+1} = \text{col}(W_n(l_n), \Phi_n(l_n), 0, 0);$$

S_i ($i = 1, 2, \dots, n$) – квадратні матриці, що включають елементи, залежні від частоти коливань,

$$S_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_i \omega^2 & 1 & 0 \\ c_i - m \omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ураховуючи залежності (15), (16), записуємо матричне співвідношення

причому, як впливає з граничних умов (4),

$$Y_1(0) = \text{col}(0, \Phi_1(0), 0, F_1^*(0)).$$

Застосовуючи матричну рівність (17), визначаємо власні частоти механічної системи і співвідношення початкових параметрів $\Phi_1(0)$ та $F_1^*(0)$. Після цього, з урахуванням залежностей (15), (16), розраховуємо амплітудні функції прогинів, кутів повороту поперечних перерізів, згинальних моментів і поперечних сил.

Розглянемо результати розрахунку власних частот і форм чотирьох- і п'ятипрогонової стріл відвалоутворювачів. Параметри стріл, що використовувалися під час проведення розрахунків, наведені у табл. 1 і 2.

Результати визначення власних частот (табл. 3) показують, що резонансні частоти коливань стріли відвалоутворювача можуть знаходитися у широкому діапазоні. Тому детальний аналіз динамічних процесів є необхідною умовою раціонального проектування машини.

Зображені на рис. 2 і 3 амплітудні функції коливальних процесів характеризують залежності прогинів від поздовжніх координат стрілових конструкцій. Аналогічно знаходимо залежності і згинальних моментів, які дають можливість виявляти небезпечні місця у несвіних конструкціях.

Таблиця 1

Параметри механічної системи чотирьохпрогонової стріли

Параметр	Одиниця виміру	Числове значення	Параметр	Одиниця виміру	Числове значення
n	–	4	$\kappa_1 \dots \kappa_4$	–	0,2000
c_1	Н/м	$42,84 \cdot 10^5$	l_1	м ⁴	0,1480
c_2	Н/м	$10,87 \cdot 10^5$	l_2	м ⁴	0,1480
c_3	Н/м	$4,350 \cdot 10^5$	l_3	м ⁴	0,1480
c_4	Н/м	0	l_4	м ⁴	0,1480
A	м ²	$7,660 \cdot 10^{-2}$	m_1	кг	1142,7
l_1	м	37,00	m_2	кг	1142,7
l_2	м	21,00	m_3	кг	1142,7
l_3	м	20,00	m_4	кг	1142,7
l_4	м	7,000	J_1	кг·м ²	50,87
E	Н/м ²	$2,100 \cdot 10^{11}$	J_2	кг·м ²	50,87
G	Н/м ²	$8,100 \cdot 10^{10}$	J_3	кг·м ²	50,87
$\rho_1 \dots \rho_4$	кг/м ³	$11,20 \cdot 10^3$	J_4	кг·м ²	50,87



Таблиця 2

Параметри механічної системи п'ятипрогонової стріли

Параметр	Одиниця виміру	Числове значення	Параметр	Одиниця виміру	Числове значення
n	—	5	$\kappa_1 \dots \kappa_5$	—	0,200
c_1	Н/м	$25,14 \cdot 10^5$	l_1	м ⁴	0,150
c_2	Н/м	$16,19 \cdot 10^5$	l_2	м ⁴	0,150
c_3	Н/м	$10,06 \cdot 10^5$	l_3	м ⁴	0,150
c_4	Н/м	$6,26 \cdot 10^5$	l_4	м ⁴	0,150
c_5	Н/м	0	l_5	м ⁴	0,150
A	м ²	$8,790 \cdot 10^{-2}$	m_1	кг	1142,7
l_1	м	28,00	m_2	кг	1142,7
l_2	м	17,00	m_3	кг	1142,7
l_3	м	21,00	m_4	кг	1142,7
l_4	м	24,00	m_5	кг	1142,7
l_5	м	5,000	J_1	кг·м ²	49,91
E	Н/м ²	$2,100 \cdot 10^{11}$	J_2	кг·м ²	49,91
G	Н/м ²	$8,100 \cdot 10^{10}$	J_3	кг·м ²	49,91
$\rho_1 \dots \rho_5$	кг/м ³	$10,80 \cdot 10^3$	J_4	кг·м ²	49,91
			J_5	кг·м ²	49,91

Таблиця 3

Власні частоти стрілових конструкцій

Тип стріли	Значення власної частоти, Гц						
	1	2	3	4	5	6	7
Чотирьохпрогонова	1,252	2,710	6,501	2,83	0,09	8,29	37,92
П'ятипрогонова	1,134	2,169	5,084	9,909	15,95	22,69	30,30

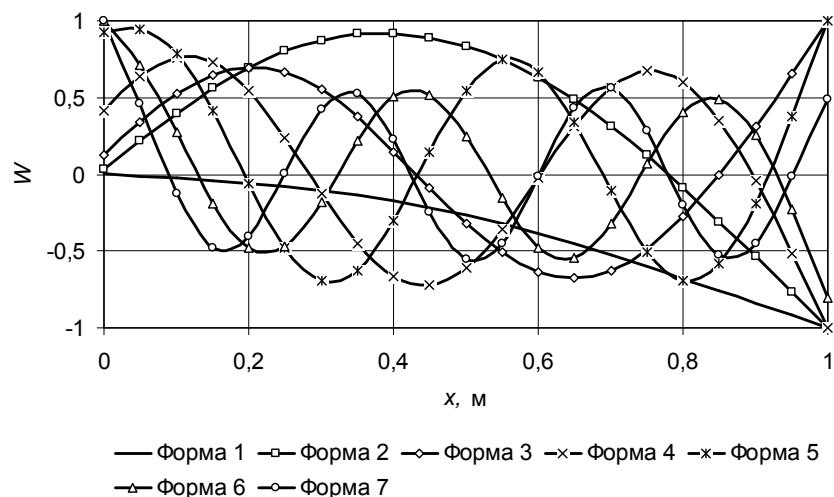


Рис. 2. Амплітудні функції прогинів чотирьох прогонової стрілової конструкції

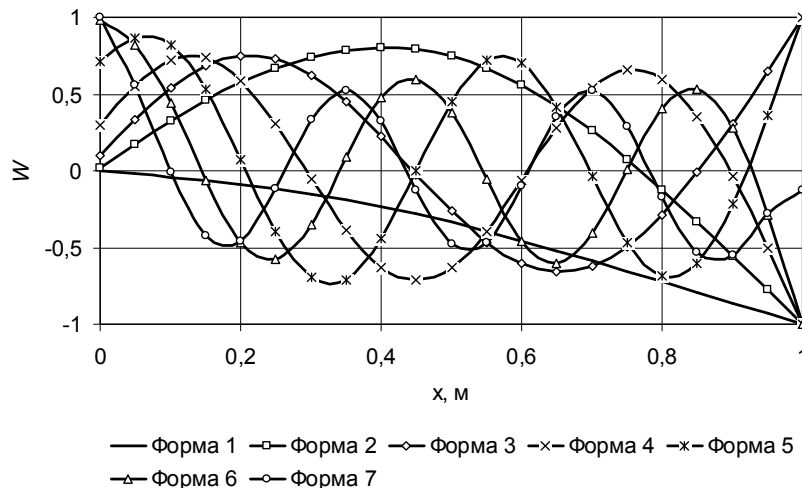
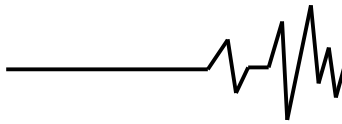


Рис. 3. Амплітудні функції прогинів пятипрогонової стрілової конструкції

Висновки

Побудована математична модель вільних коливань багатопрогонової підвісної стріли дає можливість з достатньою точністю проводити модальний аналіз механічної системи відвальної консолі відвалоутворювача на стадії проектування. Як показали дослідження, власні частоти стріли значною мірою залежать від її згинної податливості, маси транспортованого вантажу та від жорсткості утримувальних канатів і можуть змінюватися, в залежності від технічних характеристик і умов експлуатації відвалоутворювача, в широких діапазонах.

Періодичне збурення коливань системи у зв'язку з взаємодією вантажу з опорними роликками стрічки конвеєра може призводити до появи резонансних явищ. Для їх усунення необхідно раціонально добирати швидкість транспортування вантажів, що свідчить про доцільність оснащення відвалоутворювачів регульованим гідравлічним або електричним приводом.

Список використаних джерел

1. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
2. Весницкий А. И. Волны в системах с движущимися границами и нагрузками. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 320 с.
3. Волков Д. П., Каминская Д. А. Динамика электромеханических систем экскаваторов. – М.: Машиностроение, 1971. – 384 с.
4. Волков Д. П., Черкасов В. А. Динамика и прочность многоковшовых экскаваторов и отвалообразователей. – М.: Машиностроение, 1969. – 408 с.

5. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М: Стройиздат, 1979. – 320 с.

6. Ловейлін В. С., Ярошенко В. Ф., Коробко М. М. Аналіз режимів пуску ланцюгових конвеєрів сільськогосподарських машин // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Вип. 40. – Мелітополь: ТДАА, 2006. – С. 221–230.

7. Мухопад Н. Д., Кондрахин П. М., Шахтарь П. С. и др. Проектирование и конструирование транспортных машин и комплексов / Под ред. И.Г.Штокмана. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Недра, 1986. – 391 с.

8. Панкратов С. А. Динамика машин для открытых горных и земляных работ (основы теории и расчета). – М.: Машиностроение, 1967. 447 с.

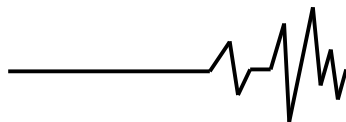
9. Поліщук Л. К., Харченко Є. В. Аналіз вільних коливань механічної системи стріли відвалоутворювача у вертикальній площині // Вібрації в техніці та технологіях. 2011. № 3 (63). С. 33–38.

10. Поліщук Л. К. Застосування методу початкових параметрів до аналізу вільних коливань конвеєра // Вісник вінницького політехнічного інституту. – №1. – 1998. – С. 72–77.

11. Пономарев К. К. Расчёт элементов конструкций с применением электронных цифровых вычислительных машин. – М.: Машиностроение, 1972. – 424 с.

12. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – Москва: Машиностроение, 1985. – 472 с.

13. Харченко Е. В. Динамические процессы буровых установок. – Львов: Світ, 1991. – 176 с.



14. Харченко Є. В., Поліщук Л. К., Собковскі С. Розрахунок перехідних процесів у стрічковому конвеєрі з урахуванням рухомості меж транспортувального органу // Технічні вісті. – 2001. – №1(12), 2(13). – С. 102–106.

Список джерел в транслітерації

1. Biderman V.L. Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy. – M. : Vysshaya shkola, 1980. – 408 s.

2. Vesnitskiy A. I. Volny v sistemakh s dvizhushchimisya granitsami i nagruzkami. – M. : FIZMATLIT, 2001. – 320 s.

3. Volkov D. P., Kaminskaya D.A. Dinamika elektromekhanicheskim sistem ekskavatorov. – M. : Mashinostroyeniye, 1971. – 384 s.

4. Volkov D. P. Cherkasov V.A. Dinamika i prochnost mnogokovshovykh ekskavatorov i otvaloobrazovately. – M. : Mashinostroyeniye, 1969. – 408 s.

5. Klaf R., Penziyen Dzh. Dinamika sooruzheniy. – M: Stroyizdat, 1979. – 320 s.

6. Loveylin V.S., Yaroshenko V. F., Korobko M. M. Analiz rezhimov puska tsepykh konveyerov selskokhozyaystvennykh mashin // Trudy Tavricheskoy gosudarstvennoy agrotekhnicheskoy akademii. – Vyp. 40. – Melitopol: TDAA, 2006. – S. 221–230.

7. Mukhopad N. D., Kondrakhin P.M., shakhtera P.S. i dr. Proyektirovaniye i konstruirovaniye transportnykh mashin i kompleksov / Pod red. I.G. Shtokmana. – 2-ye izd. pererab. i dop. – M: Nedra, 1986. – 391 s.

8. Pankratov S.A. Dinamika mashin dlya otkrytykh gornykh i zemlyanykh rabot (osnovy teorii i rascheta). – M. : Mashinostroyeniye, 1967. 447 s.

9. Polishchuk L. K., Kharchenko Ye. V. Analiz vilnikh Kolyvan mekhanichnoyi systemy Strily vidvaloutvoryuvacha u vertikalniy ploschini // Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh. 2011. № 3 (63). S. 33–38.

10. Polishchuk L. K. Zastosuvannya metodu pochatkovykh parametriv do ANALIZU vilnikh Kolyvan konveyera // Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho ynstytutu. – № 1. – 1998. – S. 72–77.

11. Ponomarev K. K. Raschet elementov konstruktsiy s primeneniym elektronnykh tsifrovyykh vichislitel'nykh mashin. – M. : Mashinostroyeniye, 1972. – 424 s.

12. Timoshenko S. P., Yang D.Kh., Uiver U. Kolebaniya v inzhenerenom dele. – Moskva : Mashinostroyeniye, 1985. – 472 s.

13. Kharchenko Ye.V. Dinamicheskiye protsessy burovykh ustanovok. – Lvov: Mir, 1991. – 176 s.

14. Kharchenko Ye. V., Polishchuk L. K., Sobkovski S. Rozrakhunok perekhidnykh protsesiv u strichkovomu konveyeri z urakhuvannyam rukhomosti mizh transportovalnoho orhanu // Tekhnichni visti. – 2001. – № 1(12), 2(13). – S. 102–106.

МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СПЛОШНОЙ МНОГОПРОЛЁТНОЙ СТРЕЛЫ ОТВАЛООБРАЗОВАТЕЛЯ

Аннотация. Рассматриваются обобщённая математическая модель и алгоритм расчёта частот и форм свободных колебаний сплошной многопролётной стрелы отвалообразователя. Длинномерная несущая конструкция представлена на расчётной схеме как балка Тимошенко. Алгоритм модального анализа механической системы построен на основе матричного метода начальных параметров. Приводятся результаты определения собственных частот и амплитудных функций прогибов стреловых конструкций.

Ключевые слова: отвалообразователь; сплошная многопролётная стрела; балка Тимошенко; модальный анализ; метод начальных параметров.

MODAL ANALYSIS CONTINUOUS MULTISUPPORTING BOOM SPREADER

Annotation. Considered generalized mathematical model and algorithm for calculating frequencies and modes of free vibration continuous multisupporting boom spreader. Lengthy supporting structure is presented on the design scheme as a beam S. Tymoshenko. Algorithm for modal analysis of mechanical system based on the matrix method of initial parameters. The results of determination of natural frequencies and amplitude functions deflection boom designs.

Key words: spreader; multisupporting solid arrow; Timoshenko beam; modal analysis; the method of initial parameters.