УДК 624.074.5

ПРОЦЕС ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ТА МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ КРИТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ОДНОШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ СТЕРЖНЕВИХ ПОКРИТТІВ

О.І. Сіянов (*Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна*)

Розглядається процес втрати стійкості одношарового циліндричного стержневого покриття. Використовується теорія тонких суцільних циліндричних оболонок, на підставі якої визначається характер деформування стержневої конструкції. Пропонується підхід до визначення величини критичного навантаження через врахування форми втрати стійкості. Вказується на необхідність використанням нелінійної теорії стійкості оболонок.

Вступ і постановка задачі

Як відомо [1–10] одношарові циліндричні стержневі покриття на певному етапі дії навантаження можуть змінювати форму і втрачати стійкість. Такий процес роботи покриття є надто складним і на даний час поки що не вивченим. Існують окремі наближені оцінки [1–5, 9, 10], але не має точних методик і рекомендацій.

В попередній роботі [10] відмічалось, що на викривлення геометрії істотно впливають габаритні розміри конструкції: довжина, ширина і радіус кривизни. Вони задають характер деформування і визначають величину критичного навантаження покриття. У формулах, виведених раніше [1–5, 9–14], містяться геометричні параметри, але не враховується форма втрата стійкості. Таким чином постає задача представити і описати характер зміни геометрії покриття та розробити методику визначення критичного навантаження. Одним із шляхів вирішення цієї задачі є використання теорії тонких суцільних циліндричних оболонок, принципи якої можна застосувати для аналогічної стержневої конструкції.

Особливості деформування циліндричної панелі

Розгляд поведінки одношарового циліндричного стержневого покриття виконаємо на підставі прикладу деформування суцільної циліндричної панелі від дії зовнішньої рівномірно розподіленої сили. Для наочності побудуємо графік кривої навантаження, який дозволить продемонструвати залежність інтенсивності зовнішньої сили від прогину в характерній точці покриття (рис. 1).

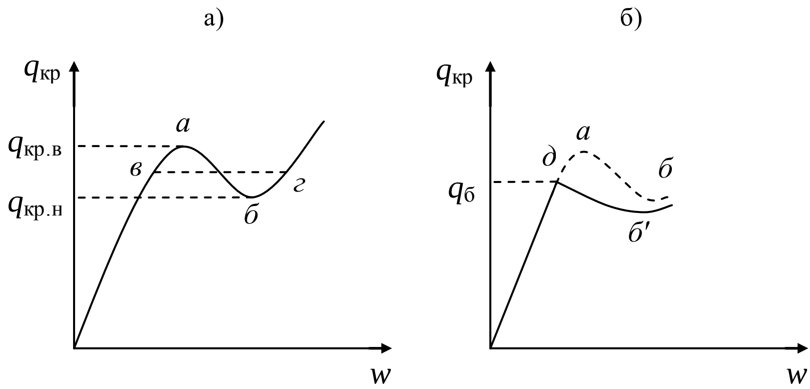

Рис. 1. Залежність критичного навантаження від прогину для оболонок: а) – пологих; б) – підйомістих

На практиці можливі два випадки геометричної форми: 1) пологість і 2) підйомістость. В залежності від того, яка з форм має місце, на кривій навантаження можуть бути різні особливі точки. Так, наприклад, у випадку малої підйомістості панелі на кривій навантаження (рис. 1, а) є дві граничні точки – точка максимуму і точка мінімуму. Відповідні їм значення в теорії стійкості мають назву верхнього $q_{\text{кр.в}}$ і нижнього $q_{\text{кр.н}}$ критичного навантаження. При q, меншому за $q_{\text{кр.н}}$, задача про рівновагу покриття має єдиний розв’язок, а якщо значення навантаження знаходиться в діапазоні між $q_{\text{кр.н}}$ і $q_{\text{кр.в}}$, то розв’язок задачі не єдиний і при наявності відповідних збурюючих факторів (недосконалостей і т. п.) може відбутися стрибок в більш віддалену точку кривої, наприклад із точки *в* в точку *г*.

У випадку більш підйомістої панелі, яка має форму оболонки, на кривій навантаження (рис. 1, б) може бути точка біфуркації, в якій докритична форма деформації, що викликана дією зовнішнього впливу, замінюється якісно іншою формою – формою втрати стійкості. Після біфуркації крива навантаження оболонки також опускається униз і досягає нижньої межі в точці *б′*, яка знаходиться нижче точки біфуркації. І в тому і в іншому випадку втрата стійкості відбувається прохлопуванням і наявність можливих геометричних недосконалостей призводить до зниження критичного навантаження. При цьому чим більша різниця між верхньою і нижньою критичними точками, тим більша міра чутливості оболонки до недосконалостей. Тому для повного аналізу несучої здатності конструкції необхідне дослідження всього процесу навантаження із використанням нелінійної теорії стійкості оболонок. Однак, для оболонок, що втрачають стійкість шляхом біфуркації розв’язку, визначення відповідного критичного навантаження і форми втрати стійкості із залученням тільки лінійної теорії є також досить важливою практичною задачею.

Використання лінійної теорії стійкості суцільних циліндричних оболонок

З метою отримання критичного навантаження для стержневої конструкції, використаємо лінійну теорію стійкості суцільних циліндричних оболонок.

Приймемо позначення основних параметрів оболонки (рис. 2) постійної товщини h, радіуса кривизни серединної поверхні R, модуля пружності E, циліндричної жорсткості D і докритичного напруження p_y. Положення будь-якої точки серединної поверхні визначають координати x і y відповідно уздовж твірної циліндра і по дузі кола. Прогини позначимо через w і будемо вважати їх позитивними за умови, якщо вони спрямовані до центра кривизни. Навантаження приймемо вертикальним і рівномірно розподіленим по всій циліндричній поверхні оболонки.

Запишемо диференціальне рівняння стійкості для циліндричної оболонки [15]:

$$\frac{D}{h}\nabla^8 w + \frac{E}{R^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + p_y \nabla^4\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = 0. \qquad (1)$$

Оскільки оболонка знаходиться під дією рівномірно розподіленого навантаження q і вигин оболонки відсутній, при Q_x=Q_y=0, одержимо напруження дуги від дії поперечного навантаження q, що визначається виразом $p_y = qR/h$.

Перепишемо (1) у такому вигляді:

$$D\nabla^8 w + \frac{Eh}{R^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + qR\nabla^4\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = 0. \qquad (2)$$

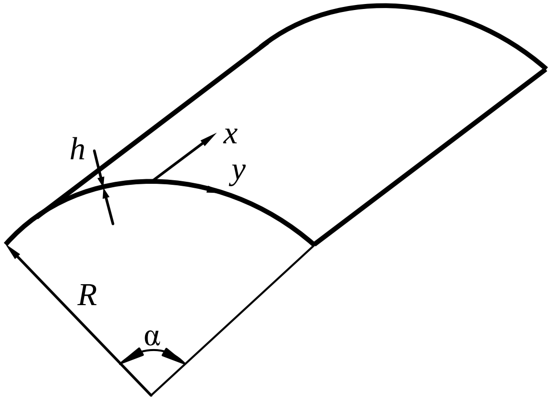

Рис. 2. До визначення геометричних параметрів оболонки

Використовуючи наведене диференціальне рівняння для суцільних оболонок, куди входить згинальна D та осьова Eh жорсткості, запишемо для них відповідні співвідношення за умови переходу від суцільної до стержневої оболонки:

$$D \sim \frac{EJs}{a}, \quad Eh \sim \frac{EAs}{a}, \tag{3}$$

де EJ і EA відповідно згинальна і мембранна жорсткості елемента стержневої оболонки; s – коефіцієнт заповнення сітки; a – розмір чарунки.

Для випадку найбільш прийнятної квадратної чарунки, s дорівнює 1,5, оскільки одна половина жорсткості розкосу відноситься до поясу, а друга – до стояка.

Таким чином, для стержневої оболонки рівняння (2) буде мати вигляд:

$$\frac{EJs}{a}\nabla^8 w + \frac{EAs}{aR^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + qR\nabla^4\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = 0\,. \tag{4}$$

Приймемо граничні умови для випадку шарнірного обпирання:

$$\begin{aligned} &w = 0, \ \ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \ \ \text{при} \ \ x = 0, L, \\ &w = 0, \ \ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \ \ \text{при} \ \ y = 0, \alpha R, \end{aligned} \tag{5}$$

де L – довжина оболонки уздовж твірної; αR – довжина дуги.

Враховуючи прийняті граничні умови (5), задамось формою втрати стійкості

$$w = f \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi y}{\alpha R}\,. \qquad (6)$$

Тут m – число півхвиль вигнутої поверхні уздовж твірної; n – число півхвиль в напрямку кола.

Розпишемо бігармонічний оператор через похідні, введемо форму втрати стійкості в основне рівняння для стержневої оболонки і виконаємо відповідні перетворення.

В результаті отримаємо:

$$q = \frac{EAs}{\alpha R}\left[\frac{J}{A}\left(\frac{\pi\alpha R}{nL^2} + \frac{n\pi}{\alpha R}\right)^2 + \frac{(\alpha R)^2}{R^2 n^2 \pi^2}\frac{1}{\left(1 + \frac{n^2 L^2}{(\alpha R)^2}\right)^2}\right] \qquad (7)$$

Як бачимо у формулі (7) відсутній параметр m. Це викликано тим, що циліндрична оболонка випинається уздовж твірної тільки по одній півхвилі, тому при визначенні критичного навантаження треба приймати m=1.

Висновки

Підхід, наведений в роботі, ілюструє прийнятність і можливість використання теорії тонких суцільних циліндричних оболонок для розгляду процесу втрати стійкості аналогічних за формою стержневих покриттів.

В залежності від величини підйомістості конструкції за допомогою графіків кривих навантажень проаналізовані варіанти деформування покриттів.

Показано особливі точки та імовірні розв’язки задачі стійкості.

Зазначено про наявність впливу можливих геометричних недосконалостей на величину критичного навантаження покриття.

Вказано на необхідність використанням нелінійної теорії стійкості оболонок.

Отримана залежність основних параметрів, які впливають на втрату стійкості конструкції. Запропоновано враховувати кількість півхвиль тільки в окружному напрямку.

Література

1. Попов И.Г. Цилиндрические стержневые системы.–Л.; М.: Гос. изд-во лит. по стр-ву и арх-ре, 1952.–112 с.

2. Пшеничнов Г.И. Расчет сетчатых цилиндрических оболочек.– М.: Изд-во Акад. Наук СССР, 1961.–112 с.

3. Лебедев В.А., Лубо Л.Н. Сетчатые оболочки в гражданском строительстве на севере.–Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1982.–136 с.

4. Пшеничнов Г.И. Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок.–М.: Наука, 1982.–352 с.

5. Свердлов В.Д., Сіянов О.І., Бойчук О.Д. Проблема стійкості одношарових циліндричних стержневих покрить // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сб. науч. тр.–Одесса: ОГАСА, 1999.–С. 169 –174.

6. Свердлов В.Д., Сіянов О.І. Залежність загальної стійкості від напружено-деформованого стану одношарового циліндричного стержневого покриття // Металеві конструкції: Матеріали VII Української наук.-техн. конф.–Дніпропетровськ, 2000.–С. 68–70.

7. Гоцуляк Є.О., Сіянов О.І. Загальна стійкість одношарових циліндричних стержневих покрить // Вісник ВПІ, 2002.–№ 1.–С. 13–18.

8. Сіянов О.І. Металеві одношарові циліндричні стержневі покриття: Автореф. дис… канд. техн. наук.–Київ, 2002.–19 с.

9. Сіянов О.І. Стан справ і напрямки досліджень у вирішенні проблеми стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сб. науч. тр.–Одесса: ОГАСА, 2005.–С. 185 –190.

10. Сіянов О.І. Огляд проблемних питань і оцінка придатності формул Г.І.Пшенічного для розрахунку стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сб. науч. тр.–Одесса: ОГАСА, 2006.–С. 172 –177.

11. Рюле Г. Пространственные покрытия // Конструкции и методы возведения / Пер. с немецк.–Том 2.–М.: Стройиздат, 1974.–247 с.

12. Линд Н.К. Критерий устойчивости сетчатых оболочек.–Л.: Стройиздат, 1966.–12 с.

13. Райт Д.Т. Большие сетчатые оболочки.–Л.: Стройиздат, 1966.–11 с.

14. Руководство по проектированию и расчету покрытий нового типа – сетчатых оболочек / ЛенЗНИИЭП.–Л., 1971.–63 с.

15. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем.–М.: Наука, 1967.–984 с.