

# **ЗГИНАЛЬНА І МЕМБРАННА ЖОРСТКОСТІ ТА ПАРАМЕТР ФОРМИ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ЯК ФАКТОРИ ВПЛИВУ НА ВЕЛИЧИНУ КРИТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ОДНОШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ СТЕРЖНЕВИХ ПОКРИТТІВ**

*О.І. Сіянов (Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна)*

Робота присвячена процесу втрати стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів. Використана теорія тонких суцільних циліндричних оболонок. Проаналізовані параметри і наведений конкретний приклад числових досліджень. Визначений вплив зміни форми втрати стійкості на значення і співвідношення згинальної та мембранної жорсткостей. Встановлена закономірність отримання мінімальної величини критичного навантаження.

## **Вступ і постановка задачі**

Загальновідомо [1–5], що одношарові циліндричні стержневі покриття (рис. 1) сприймають навантаження до певного рівня, після якого відбувається зміна геометрії конструкції і настає втрата стійкості. Для

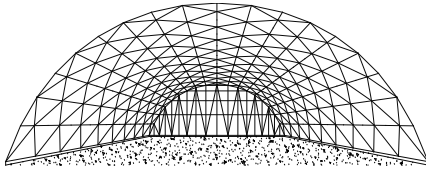


Рис. 1. Загальний вид покриття

аналогічних суцільних покриттів такий процес досить широко описаний в прикладних фундаментальних роботах [6–8]. Проте по-іншому вирішено для стержневих конструкцій. Для них в літературі [9–13] наведені тільки наближені методики розрахунку і відсутні ґрунтовні загальні рекомендації. Втім деякі зрушення з даного приводу все-ж-таки є. Зокрема опубліковано цикл робіт [14–17], присвячених питанням стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів.

Особливо показовою є попередня робота [17]. В ній на підставі аналізу деформування суцільної циліндричної панелі від дії зовнішньої рівномірно розподіленої сили запропоновано розглянути поведінку аналогічної стержневої конструкції. Використана лінійна теорія стійкості тонких суцільних циліндричних оболонок. Формула для визна-

чення величини критичного навантаження або залежність основних геометричних параметрів отримані з урахуванням форми втрати стійкості [5]

$$q = \frac{EAs}{\alpha R} \left[ \frac{J}{A} \left( \frac{m^2 \pi \alpha R}{nL^2} + \frac{n\pi}{\alpha R} \right)^2 + \frac{(\alpha R)^2}{R^2 n^2 \pi^2} \frac{1}{\left( 1 + \frac{n^2 L^2}{m^2 (\alpha R)^2} \right)^2} \right]. \quad (1)$$

Як бачимо наведена формула окрім згинальної, враховує ще й мембранну жорсткість, що не спостерігалось в попередніх роботах [1, 2, 9, 16]. Втім лише чисельними дослідженнями можна визначитись з придатністю вибраного підходу для одношарових циліндричних стержневих покриттів.

Однак в отриману формулу входить достатня кількість інших параметрів. Тому для того, щоб процес перевірки на придатність її до використання був наближений до практики та мав певну послідовність, слід розглянути реальну конструкцію з конкретними розмірами в плані і виконати числові дослідження впливу на величину критичного навантаження визначальних параметрів з урахуванням заданої форми втрати стійкості.

### **Ґрунтовний аналіз формули для визначення величини критичного навантаження**

Доцільно розпочати дослідження з аналізу отриманої формули. Вона, як було зазначено раніше, містить два члени, перший з яких характеризує згинальну, а другий член – мембранну жорсткість. Інтерес представляє визначення співвідношень цих жорсткостей. Однак для числових досліджень потрібно задатись формою втрати стійкості, оскільки параметр, який визначає характер зміни геометрії конструкції входить в отриману формулу. Разом з тим для виявлення певних закономірностей під час проведення досліджень доцільною буде зміна даного параметра, тому що невідомо, яка форма втрати стійкості конструкції буде найнебезпечнішою. Проте оскільки покриття, яке представлено до розгляду є просторовим, то параметрів зміни форми буде два, один з яких уздовж твірної циліндричної поверхні, а другий уздовж дуги кола. В такому випадку постає питання: який з двох параметрів приймати як перемінний, а який залишати без змін? Чи може є якийсь інший варіант? Зрозуміло, що

відповідь очевидна. Не можуть параметри, які за напрямками ортогональні один до одного накладатись, тобто бути однаковими за числовим значенням (1:1, 2:2, ...) у випадку, коли конструкція виконана із однотипних елементів та з одного матеріалу. І якщо 2:2, ... взагалі неможливе, то 1:1 як окремий випадок можна допустити, але й він для визначення критичного навантаження не придатний для розгляду. Тому якимось параметром слід знехтувати. Очевидно, що менший енергетичний бар'єр проходить конструкція під час втрати стійкості уздовж твірної. Звідси зрозуміло, що можна не враховувати параметр саме за цим напрямком або вважати його рівним 1 ( $m=1$ ). Тоді формула (1) прийме інший вигляд:

$$q = \frac{EAs}{\alpha R} \left[ \frac{J}{A} \left( \frac{\pi \alpha R}{nL^2} + \frac{n\pi}{\alpha R} \right)^2 + \frac{(\alpha R)^2}{R^2 n^2 \pi^2} \frac{1}{\left( 1 + \frac{n^2 L^2}{(\alpha R)^2} \right)^2} \right]. \quad (2)$$

Таким чином з'являються всі передумови вважати, що при визначенні критичного навантаження конструкція уздовж твірної буде випинатися за одною і тою ж формою незалежно від зміни комплексу параметрів. Інша річ, якщо розглядати конструкцію у напрямку дуги кола. В даному випадку все залежить від геометрії покриття. Але навіть якщо взяти до розгляду одну конструкцію без зміни її геометричних параметрів, то невідомо за якою формою для неї буде визначатись небезпечне значення критичного навантаження. Тому доцільно використати найбільш можливі числові значення параметра зміни форми конструкції уздовж дуги кола для конкретного варіанта покриття. Такий підхід дозволить дослідити співвідношення згинальної і мембранної жорсткостей при різних значеннях вказаного параметра.

### **Приклад для визначення впливу зміни форми втрати стійкості на значення і співвідношення згинальної та мембранної жорсткостей**

Отже для числового дослідження наведемо конкретний приклад. Задась геометричними параметрами для покриття: довжиною уздовж твірної  $L=30$  м, довжиною дуги  $\alpha R=30$  м, радіусом кривизни  $R=20$  м, моментом інерції поперечного перерізу елементів  $J=200 \cdot 10^{-8}$  м<sup>4</sup>, площею поперечного перерізу елементів  $A=18 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>.

В даному прикладі для спрощення проведення досліджень прийнято конструкцію з елементами однакового трубчастого профілю. Такий

підхід цілком прийнятний, адже під час проектування конструкцій потрібно слідкувати за принципом мінімуму типорозмірів елементів. Для одношарових циліндричних стержневих покриттів можна допустити до трьох типорозмірів елементів: у напрямку поясів, стояків та розкосів, якщо умовно розкласти конструкцію на окремі плоскі гранові ферми.

Скористаємось отриманою формулою для встановлення впливу на величину критичного навантаження визначальних факторів та дослідження співвідношення згинальної і мембранної жорсткостей, підставляючи у формулу різні значення параметра, який визначає характер зміни геометрії конструкції, насамперед, у напрямку дуги кола. Прийmemo чотири можливих варіанта даного параметра. Він демонструє кількість півхвиль форми втрати стійкості  $n$ . Втім які ж значення для одношарового циліндричного стержневого покриття може приймати параметр зміни геометрії  $n$ ? Вище було зазначено, що одна півхиля не сприяє визначенню критичного навантаження. Тому мінімальна кількість півхвиль, яка приймається до розгляду буде становити два. Виходячи з того, що прийнято чотири варіанта змінного параметра, а мінімальний дорівнює двом, то кількість півхвиль будемо збільшувати на одиницю, починаючи з цього значення ( $n=2$ ) і закінчуючи четвертим практично максимально можливим для даного покриття значенням ( $n=5$ ). Таким чином числові дослідження будемо проводити для чотирьох значень змінного параметра ( $n=2, 3, 4, 5$ ).

В результаті використання такого підходу передбачається виявити певні закономірності зміни співвідношень згинальної і мембранної жорсткостей при вказаній кількості півхвиль форми втрати стійкості. В даному випадку для досліджень не потрібне застосування числових значень модуля пружності  $E$ , коефіцієнта заповнення сітки  $s$ , розміру чарунки  $a$ , площі поперечного перерізу елементів  $A$  та радіуса кривизни  $R$  покриття, які не входять у квадратні дужки формули (2) і не приймають участі в зміні співвідношень згинальної і мембранної жорсткостей. Виходить, що на цьому етапі досліджень не має сенсу розглядати вплив сітки. Все одно результат у підсумку буде однаковим як для суцільної, так і для стержневої конструкції.

Розписавши числові значення моменту інерції поперечного перерізу елементів  $J$ , довжини дуги  $\alpha R$ , площі поперечного перерізу елементів  $A$  та радіуса кривизни  $R$ , які входять у квадратні дужки формули (2), можна отримати для різної кількості півхвиль форми втрати стійкості величини критичних навантажень та співвідношення згинальної і мембранної жорсткостей.

Не будемо наводити весь обсяг обчислень. Наведемо лиш кінцевий результат з чотирма параметрами  $n$ :

1)  $n=2$

$$q = \frac{EAs}{aR} [0,75 \cdot 10^{-4} + 22,8 \cdot 10^{-4}] = \frac{EAs}{aR} \cdot 23,55 \cdot 10^{-4};$$

2)  $n=3$

$$q = \frac{EAs}{aR} [1,35 \cdot 10^{-4} + 2,54 \cdot 10^{-4}] = \frac{EAs}{aR} \cdot 3,89 \cdot 10^{-4};$$

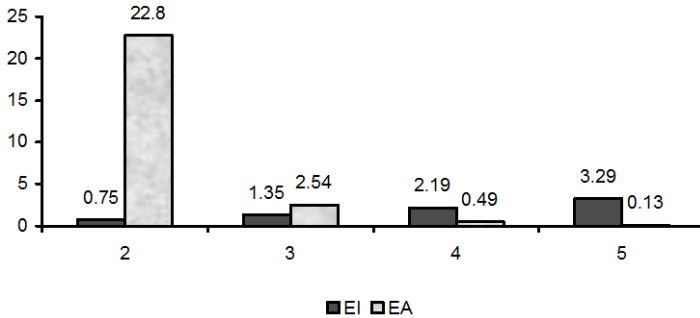
3)  $n=4$

$$q = \frac{EAs}{aR} [2,19 \cdot 10^{-4} + 0,49 \cdot 10^{-4}] = \frac{EAs}{aR} \cdot 2,68 \cdot 10^{-4};$$

4)  $n=5$

$$q = \frac{EAs}{aR} [3,29 \cdot 10^{-4} + 0,13 \cdot 10^{-4}] = \frac{EAs}{aR} \cdot 3,42 \cdot 10^{-4}.$$

Крім того, співвідношення згинальної і мембранної жорсткостей можна продемонструвати графічно (рис. 2).



\* значення жорсткостей збільшені в  $10^4$  разів

Рис. 2. Графік залежності згинальної і мембранної жорсткостей від кількості півхвиль форми втрати стійкості

Із результату отриманих числових значень бачимо, що збільшення кількості півхвиль збільшує згинальну жорсткість та зменшує мембранну. Разом з тим мінімум критичного навантаження досягається

при тому значенні  $n$ , при якому ці дві жорсткості близькі одна до одної.

Однак дана методика сприяє дослідженню лише конструкції одної геометрії і невідомо яким буде параметр зміни форми покриття для різних розмірів у плані.

Звичайно на перший погляд не так просто виділити один чи декілька геометричних параметрів, що спричиняють вплив на зміну форми конструкції. Але проаналізувавши отриману залежність, можна відмітити, що як тільки прийняти якийсь параметр за фіксований, тобто незмінний, а інший змінювати в певних розумних межах, то одразу вдасться визначитись з невідомим раніше параметром впливу.

### **Висновки**

Розглянуті питання процесу втрати стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів.

Встановлена придатність до використання теорії тонких суцільних циліндричних оболонок для аналогічних за формою стержневих конструкцій.

Здійснений аналіз факторів для визначення величини критичного навантаження покриття.

Доведена необхідність врахування параметра, який характеризує зміну геометрії конструкції уздовж дуги кола.

На конкретному прикладі проведені числові дослідження. В залежності від можливої кількості півхвиль форми втрати стійкості конструкції отримані значення і співвідношення згинальної та мембранної жорсткостей. Встановлена закономірність для визначення мінімуму критичного навантаження покриття.

Вказано на необхідність продовження досліджень конструкцій різної геометрії.

### **Література**

1. Пшеничнов Г.И. Расчет сетчатых цилиндрических оболочек. – М.: Изд-во Акад. Наук СССР, 1961.–112 с.
2. Пшеничнов Г.И. Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1982.–352 с.
3. Гоцуляк Є.О., Сіянов О.І. Загальна стійкість одношарових циліндричних стержневих покриттів // Вісник ВПІ, 2002.–№ 1.–С. 13–18.
4. Сіянов О.І. Металеві одношарові циліндричні стержневі покриття: Автореф. дис... канд. техн. наук.–Київ, 2002.–19 с.

5. Гоцуляк Е.А., Сіянов А.И. Устойчивость и нелинейное деформирование цилиндрических сетчатых оболочек покрытия // Прикл. механика.–2004.–40, № 4.–С. 78–83.

6. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки / Пер. с англ. В.И. Контовта.–М.: Физматгиз, 1963.–635 с.

7. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем.–М.: Наука, 1967.–984 с.

8. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек.–М.: Наука, 1978.–360 с.

9. Попов И.Г. Цилиндрические стержневые системы.–Л.; М.: Гос. изд-во лит. по стр-ву и арх-ре, 1952.–112 с.

10. Линд Н.К. Критерий устойчивости сетчатых оболочек.–Л.: Стройиздат, 1966.–12 с.

11. Райт Д.Т. Большие сетчатые оболочки.–Л.: Стройиздат, 1966.–11 с.

12. Руководство по проектированию и расчету покрытий нового типа – сетчатых оболочек / ЛенЗНИИЭП.–Л., 1971.–63 с.

13. Лебедев В.А., Лубо Л.Н. Сетчатые оболочки в гражданском строительстве на севере.–Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1982.–136 с.

14. Свердлов В.Д., Сіянов О.І., Бойчук О.Д. Проблема стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сб. науч. тр.–Одесса: ОГАСА, 1999.–С. 169 –174.

15. Сіянов О.І. Стан справ і напрямки досліджень у вирішенні проблеми стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сб. науч. тр.–Одесса: ОГАСА, 2005.–С. 185 –190.

16. Сіянов О.І. Огляд проблемних питань і оцінка придатності формул Г.І.Пшеничного для розрахунку стійкості одношарових циліндричних стержневих покриттів // Современные строительные конструкции из металла и древесины: Сб. науч. тр.–Одесса: ОГАСА, 2006.–С. 172 –177.

17. Сіянов О.І. Процес втрати стійкості та методика визначення критичного навантаження одношарових циліндричних стержневих покриттів // Вісник ОДАБА.–Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2007.–Вип. 28.–С. 314 –319.