АНАЛІЗ ЧУТЛИВОСТІ ОПТИМАЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛІННЯ

Бевз С.В.
Науковий керівник: Лежнюк П.Д.
Вінницький державний технічний університет

Вступ. Підвищення ефективності керування складних технічних систем значною мірою залежить від своєчасної і точної реалізації керуючих впливів. Слід зауважити, що невчасне виконання керуючих дій часто не тільки не покращує режим, а й може призвести до його погіршення. За цих обставин виникає необхідність автоматизації процесу оптимального керування складних систем. Доведення результатів розрахунку до законів керування дозволяє автоматизувати процес керування. Проте поряд з цим постає питання надійності роботи РП. Адже часті переключення підвищують ймовірність відмови обладнання. Таким чином, при реалізації оптимальних рішень в автоматичному керуванні повинен досягатися компроміс між зменшенням загальносистемного критерія оптимальності і забезпеченням надійної роботи системи вцілому. Введення зони нечутливості до задачі оптимального керування дозволяє керувати інтенсивністю роботи РП, визначити оптимальну кількість їх переключень, необхідну кількість самих РП, ресурс яких та наявність каналів телеметрії дозволяє використовувати їх в оптимальному керуванні.

Крім того, дискретність параметрів РП, неповнота та неточність вихідної інформації приводить до необхідності врахування зони нечутливості загальносистемного критерію оптимальності до відхилення керуючих змінних від їх оптимального значення. Таку зону називають також зоною рівноекономічних рішень, оскільки будь-який варіант розв'язку задачі в даній області вважається оптимальним і будь-які зміни параметрів в ній не можуть уточнити значення цільової функції і покращити режим.

Постановка задачі. На сьогодні розроблено чимало методик визначення меж області рівноекономічних варіантів для позиноміальних функцій виду:

$$y_* = \sum_{i=1}^{m} \pi_{io} \prod_{j=1}^{n} x_{j*}^{\alpha_{ji}} ,$$

де $y_* = \dfrac{y}{y_б}$; $x_{j*} = \dfrac{x_j}{x_{jб}}$ — відносні значення відповідно узагальненого техніко-економічного показника та змінних параметрів системи; $\pi_i = \dfrac{a_i}{y_б} \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_{ji}}$ — критерії подібності; a_i, α_{ji} — сталі коефіцієнти, які визначаються властивостями системи, m — кількість членів цільової функції; n — кількість змінних. За базис ($y_б$, $x_{jб}$) можуть бути прийняті оптимальні значення параметрів.

Проте в оптимальному керуванні досить часто виникає необхідність проведення аналізу чутливості двоїстих змінних π_i при відхиленні показника ефективності y від базису.

Такий підхід інспірує розв'язання зворотної задачі чутливості для задачі

$$y = \sum_{i=1}^{m} \pi_i \times y_{\min} = \sum_{i=1}^{m} \pi_i \times \prod_{j=1}^{m} \left(\frac{\pi_j}{a_j} \right)^{-\pi_{0j}} \prod_{k=1}^{p} \left(\frac{1}{\sum\limits_{i=m_k+1}^{m_{k+1}} \pi_i} \right)^{\sum\limits_{i=m_k+1}^{m_{k+1}} \beta_{n+1,i}} \qquad (1)$$

(β — обернена матриця показників; p — кількість обмежень математичної моделі), яка виступає найбільш актуальною у розрізі визначення області нечутливості для змінних параметрів неканонічних функцій. У зв'язку з цим в статті наводиться методика розв'язання зворотної задачі чутливості для таких моделей.

Розв'язання задачі. Найперше проаналізуємо підходи розв'язання прямої задачі КП для двоїстих змінних. Передусім визначається оптимум задачі високої міри складності. Для цього проводиться субституція прямої задачі КП двоїстою з подальшою локалізацією оптимального розв'язку останньої засобами лінійного програмування в досить вузькій ОДР для подальшого ефективного його уточнення комбінацією методів дихотомії та квадратичної інтерполяції. Потім проводиться формування залежності (1).

Розв'язок зворотної задачі чутливості для сформованої моделі визначається наступним чином. Проводиться розбиття ОДР $[\pi', \pi'']$, попередньо знайденої засобами лінійного програмування, на два проміжки $[\pi', \pi_o]$ та $[\pi_0, \pi'']$, які завідомо містять межі області нечутливості, оскільки показник ефективності в них змінюється в межах $[\infty, y_{\min}]$ і $[y_{min}, \infty]$ (це забезпечується обов'язковою наявністю нулів у векторах π', π'', знайдених симплекс-методом). Далі здійснюється мінімізація функції відхилення:

$$\delta = \left| y - \left(y_o + \Delta y \right) \right|$$

на проміжку $[\pi', \pi_o]$ і на проміжку $[\pi_0, \pi'']$ методом дихотомії (див. рис. 1). На відміну від випадку пошуку екстремуму, де доцільно використовувати спосіб п'яти точок у методі дихотомії, у цьому разі застосовується спосіб трьох точок, оскільки тут не існує загрози втратити шукану точку в розглянутому інтервалі.

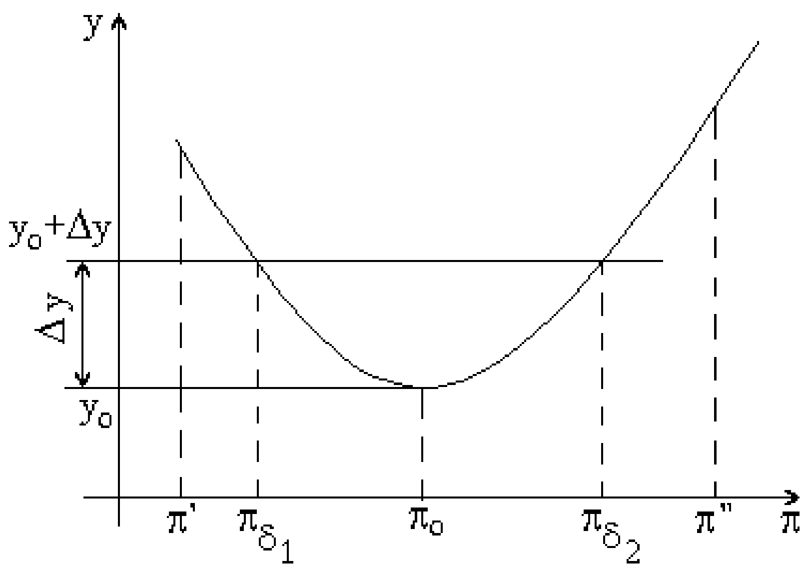

Рис. 1.

Так, наприклад, визначаємо середнє значення на проміжку $[\pi', \pi_o]$ для всіх m двоїстих змінних:

$$\pi_{i\,cp}^{(1)} = \frac{\pi'^{(1)}_{i} + \pi_{oi}^{(1)}}{2}, \quad i = \overline{1,\ m},$$ (в дужках — номер ітерації).

Для трьох отриманих векторів критеріїв π_i визначимо відповідне значення показника ефективності за виразом (1). Порівнюючи ординати трьох визначених точок із значенням $(y_o + \Delta y)$, визначаємо інтервал, який містить границю області нечутливості π_{δ_1}. Наступні кроки пошуку π_{δ_1} на ізоморфному інтервалі виконуються аналогічно першому, за виключенням того, що визначаються координати не всіх трьох точок, а лише середньої. Дві точки, що обмежують даний інтервал, приймаються з попередньої ітерації.

Контроль точності розрахунку здійснюється в кінці кожної ітерації за ознакою:

$$\delta = \left| y^{(k)} - (y + \Delta y) \right| \le \varepsilon,$$

де ε - попередньо задана величина, яку не повинна перевищувати функція δ.

Пошук правої межі області нечутливості π_{δ_2} здійснюється аналогічним чином на проміжку $[\pi_0, \pi'']$.

Висновки. Таким чином, розроблена методика розв'язання оберненої задачі чутливості, яка може бути некоректно поставленою. Дана методика дозволяє встановити зони рівноекономічних рішень в околі оптимального значення досліджуваної функції, відшукати раціонально-необхідну точність визначення оптимального розв'язку, що сприяє підвищенню техніко-економічних характеристик оптимізації.

Рекомендації. Методику проведення аналізу чутливості двоїстих змінних при відхиленні загальносистемного критерія оптимальності від базису рекомендується застосовувати при необхідності детермінізації зони корекції трансформатора з огляду на ранжування критеріїв подібності чи знаходження уставок РП, які реалізують керуючі впливи у процесі автоматичного керування і трактуються відхиленнями критеріїв подібності в матриці зворотного зв’язку закону оптимального керування, або у випадку необхідності проведення аналізу оптимального розв’язку на чутливість.

Аналіз чутливості прямої задачі КП для двоїстих змінних дозволяє виявити параметри, що суттєво впливають на значення показника ефективності, в результаті чого з’являється можливість ефективного оптимального керування.