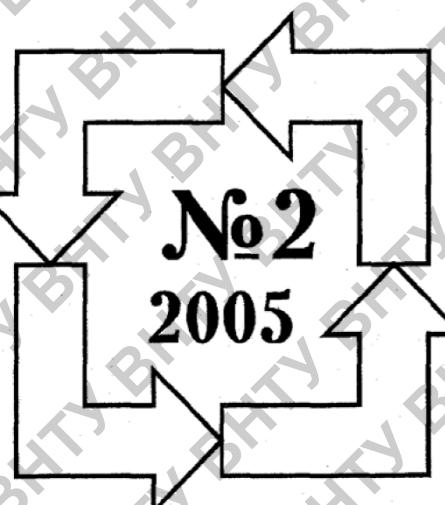


**МІЖНАРОДНИЙ  
НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ  
ЖУРНАЛ**

**ВИМІРЮВАЛЬНА  
ТА  
ОБЧИСЛЮВАЛЬНА  
ТЕХНІКА  
В  
ТЕХНОЛОГІЧНИХ  
ПРОЦЕСАХ**



**ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ**

# *Міжнародний науково-технічний журнал*

## **Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах**

*Заснований в травні 1997 р.*

*Виходить 2 рази на рік*

*Хмельницький, 2005, №2(26)*

### **Засновники:**

**Технологічний університет Поділля (м. Хмельницький)**

**БАТ НДІ "Уконт" (м. Хмельницький)**

**Українська технологічна академія (м. Київ)**

**Видавець: Хмельницький національний університет**

(Технологічний університет Поділля)

**Головний редактор І.В. Троцишин**

### **Редакційна колегія:**

**І.Л.Афонін** (Україна, Севастополь), **В.Ф.Бардаченко** (Україна, Київ), **В.І.Водотовка** (Україна, Київ, Хмельницький), **Г.Ф.Гордієнко** (Україна, Хмельницький), **В.Б.Дудикевич** (Україна, Львів), **В.М.Локазюк** (Україна, Хмельницький), **Г.С.Калда** (Україна, Хмельницький), **В.В.Календін** (Росія, Москва), **В.Г.Камбург** (Україна, Хмельницький), **В.Г.Каплун** (Україна, Хмельницький), **С.А.Кравченко** (Росія, Санкт-Петербург), **Г.О.Козлик** (Україна, Київ), **В.П.Кожем'яко** (Україна, Вінниця), **Ф.Ф.Колпаков** (Україна, Харків), **В.Т.Кондратов** (Україна, Київ), **В.Д.Косенков** (Україна, Хмельницький), **О.М.Кошев** (Росія, Пенза), **І.В.Кузьмін** (Україна, Вінниця), **А.О.Мельник** (Україна, Львів), **Ю.Ф.Павленко** (Україна, Харків), **О.М.Петренко** (Англія, Лондон), **В.О.Поджаренко** (Україна, Вінниця), **В.П.Ройzman** (Україна, Хмельницький), **О.П.Ротштейн** (Ізраїль, Єрусалим), **В.П.Тарасенко** (Україна, Київ), **Ю.О.Скрипник** (Україна, Київ, голова редакційної колегії), **М.М.Сурду** (Україна, Київ), **П.М.Сопрунюк** (Україна, Львів), **Й.І.Стенцель** (Україна, Северодонецьк), **М.А.Філіньюк** (Україна, Вінниця), **В.Д.Щіделко** (Україна, Київ).

**Відповідальний секретар Л.В.Троцишина**

**Технічний редактор Л.В.Троцишина**

**Редактор-коректор В.І.Мільман**

**Адреса редакції:** Україна, 29016, м. Хмельницький, вул. Інститутська 11, Хмельницький національний університет, редакція журналу "Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах". (кімн. 4-331), тел.: (0382) 72-88-74.

**E-mail:** vottp@orion.tup.km.ua

Зареєстровано Міністерством України у справах преси та інформації  
Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації  
Серія КВ №2398 від 9 січня 1997 року.

© Хмельницький національний університет, 2005  
© Редакція "Вимірювальна та обчислювальна  
техніка в технологічних процесах", 1997

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ СУБОПТИМАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ ДИСКРЕТНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

### Вступ та постановка задачі

У системі посадки сантиметрового діапазону невід'ємною частиною бортового пристрою обробки посадочних даних є спеціалізований обчислювач [ 1 ], виконаний на базі мікропроцесорних засобів, одна із задач якого – фільтрація первинних вимірювань кутових координат за алгоритмом Калмана:

$$\dot{x}_0(k+1/k+1) = A(k+1,k)x_0(k/k) + K(k+1)[y(k+1) - C(k+1)A(k+1,k)x_0(k/k)], \quad (1)$$

$$P(k+1/k+1) = [I - K(k+1)C(k+1)]P(k+1/k), \quad (2)$$

$$K(k+1) = P(k+1/k)C^T(k+1) [C(k+1)P(k+1/k)C^T(k+1) + R(k+1)]^{-1}, \quad (3)$$

$$P(k+1/k) = A(k+1,k)P(k/k)A^T(k+1) + B(k+1)Q(k)B^T(k+1), \quad (4)$$

де  $x_0(k+1/k+1)$ - поточна оцінка параметрів посадочної траєкторії;  $A(k+1,k)$ ,  $B(k+1)$ ,  $C(k+1)$  – системні матриці, відповідних розмінностей;  $K(k+1)$  – матриця передачі оптимального фільтра;  $P(k+1/k)$ ,  $P(k+1/k+1)$ -кореляційні матриці похибок екстраполяції та фільтрації, відповідно;  $Q(k)$ ,  $R(k+1)$ - кореляційні матриці шумів збурень та спостережень, відповідно;  $y(k+1)$  - поточний вектор спостережень.

Незважаючи на вражаючі можливості мікропроцесорів, практична реалізація обчислень за алгоритмом Калмана у темпі надходження посадочних даних може викликати певні труднощі, причиною яких можуть бути:

- багатофункціональність бортового пристрою обробки сигналів при відносно високому темпі оновлення посадочних даних ( $T = 0.0247$  с);

- обмежена розрядність та швидкодія пристрів аналого-цифрового (АЦП) та цифро-

аналогового перетворень (ЦАП);

- велика кількість априорних даних та результатів проміжних розрахунків;
- особливості застосованих обчислювальних методів.

У зв'язку з цим, перш ніж переходити від теоретичної структури [ 2 ] до її практичної реалізації з врахуванням особливостей мікропроцесорних засобів, слід провести пошук спрощених алгоритмів дискретної фільтрації, порівняти їх точністі характеристики з оптимальними, сформулювати на основі порівняльного аналізу вимоги до розрядності реєстрів пам'яті та продуктивності обчислювача. Поставлену задачу будемо вирішувати у декілька етапів.

1. На першому етапі скористаємося незалежністю матриці передачі фільтра Калмана та кореляційної матриці похибок фільтрації від послідовності входних даних [ 2 ]. Така властивість дозволяє обраховувати для заданих априорних даних значення матричного коефіцієнта передачі заздалегідь для усіх ділянок посадочного маневру та занести їх до комірок пам'яті постійного запам'ятовуючого пристроя. Таким чином значно збільшується продуктивність обчислювача за рахунок вилучення проміжних розрахунків (2-4), які виконуються у реальному часі. Оскільки можливість зберігання у напівпровідниковому ЗУ більш дешева та доступна ніж організація паралельних обчислень у реальному часі, то вищезгаданий обмін можна вважати обґрунтованим. При цьому процедура фільтрації спрощується і зводиться до обчислень поточної оцінки за формулою ( 1 ). Елементарні розрахунки показують, що при тривалості типового посадочного маневру близько 140 с та періоді оновлення посадочних даних 0.0247 с [ 1 ] для зберігання матричного коефіцієнта передачі оптимального фільтра Калмана необхідно не менше десяти тисяч комірок пам'яті, що з практичної точки зору не завжди прийнятно.

2. Однаке є можливість скоротити необхідний об'єм пам'яті майже на два порядки, якщо виконати належним чином апроксимацію часових залежностей  $K_1(k)$  та  $K_2(k)$  кусочно-постійними функціями. Подібні питання уже розглядалися у роботах [ 3,4 ]. Так, наприклад, у роботі [ 3 ] використовувалась апроксимація імпульсної характеристики фільтра у далекомірній системі функціями типу  $2^{-N}$ , де  $N$  - розрядність реєстра пам'яті. Однаке, вибір цих функцій визначався виключно зручностями реалізації фільтра на елементах середнього ступеня інтеграції, а питання точності апроксимації не розглядалось. У більш ранній роботі [ 4 ] вибір придатних значень елементів передачі рекурентного фільтра виконувався на основі розв'язку системи лінійних рівнянь, причому для знаходження кореляційних моментів  $P_{x,y}$  та  $P_{xx^T}$ , які входять до цих рівнянь, використовувався метод розширення вектору стану та його перехідної матриці. Складність процедури ітераційних обчислень не відається виправданою для траси польоту цілком певного типу, якою є траєкторія заходу на посадку повітряного судна з наступним приземленням.

3. На відміну від вищезгаданих праць, у даному підрозділі пошук субоптимальних фільтрів виконувався шляхом апроксимації елементів матриці передачі фільтра Калмана кусочно-постійними функціями з дискретністю  $2^{-N}$ . Отримана точність порівнювалась з точністю оптимального фільтра і лише на цій основі рекомендувалась певна розрядність реєстрів зберігання елементів  $K_1(k)$  та  $K_2(k)$ .

4. У іншій низці субоптимальних фільтрів використовувалась апроксимація за методом найменших квадратів з врахуванням рекомендованої розрядності реєстрів зберігання. Ефективність різних варіантів апроксимації оцінювалась шляхом моделювання на ЕОМ з використанням априорних даних поданих у табл.1 [ 5 ]

Таблиця 1

## Априорні дані для ділянки планування

Параметр	Позначення	Числове значення	Розмірність
Початкове значення кута місця ПС	$x_1(0)$	3.0	град.
Початкове значення швидкості зміни кута місця	$x_2(0)$	0.0	рад./с
Дисперсія початкового значення кута місця ПС	$P_{11}(0)$	0.6250	град. <sup>2</sup>
Дисперсія початкового значення швидкості зміни кута місця ПС	$P_{22}(0)$	0.0060	(рад./с) <sup>2</sup>
Період оновлення кутових даних	$T$	0.0247	с
Дисперсія похибок первинних вимірювань	$R(k)$	0.0036	град. <sup>2</sup>
Дисперсія шумів збурення моделі	$Q(k)$	0.0001	(рад./с) <sup>2</sup>

Кореляційна матриця похибок фільтрації розраховувалась за формулою, справедливою для довільного матричного коефіцієнта передачі  $K(k)$  рекурентного фільтра [ 2 ]:

$$P(k+1/k+1) = [ I - K(k+1)C(k+1) ] P(k+1/k) [ I - K(k+1)C(k+1) ]^T + K(k+1)R(k+1)K^T(k+1).$$

## АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

У процесі дослідження розглядалися наступні варіанти побудови субоптимальних фільтрів.

**Варіант 1.** У основу даного варіанту побудови субоптимальних фільтрів покладена апроксимація залежностей  $K_1(k)$  та  $K_2(k)$  кусочно-постійними функціями з кроком дискретизації  $2^{-N}$ , де  $N$  - число розрядів у реєстрах зберігання. Звернувшись до рис.1, неважко помітити що при  $N = 4$  кількість комірок пам'яті, необхідних для зберігання залежностей  $K_1(k)$  та  $K_2(k)$  складає близько 150. Прічому вони розподіляються наступним чином:

- для зберігання значень  $K_1(k)$  потрібно приблизно 40 комірок;
- для зберігання значень  $K_2(k)$  потрібно приблизно 110 комірок.

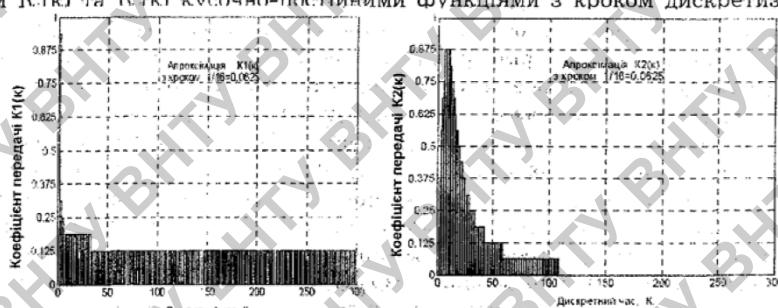


Рис.1. Апроксимація матричного коефіцієнта передачі  $K(k)$  з кроком дискретизації  $2^{-4}$

Точності характеристики отриманих фільтрів порівнювались з відповідними характеристиками оптимального фільтра Калмана. Результати порівнянь подано на рис.2 у вигляді нормованих дисперсій похибок фільтрації кута місця ПС для ділянки планування, тобто руху з постійним кутом нахилу глисади у три градуси.

З рис. 2.а видно, що при  $N = 4$  маємо суттєві втрати точності порівняно з фільтром Калмана у перехідному режимі в межах 1.1 - 1.6 раз, а в усталеному - 1.1 рази. Там же (рис.2.б) подано результати порівняльного аналізу для  $N = 8$ , у цьому випадку якісні показники процесу фільтрації практично співпадають з оптимальними. Таким чином, з точки зору точності фільтрації кутових координат повітряного судна за результатами первинних вимірювань, розрядність цифрового процесора повинна бути не меншою восьми.

**Варіант 2.** У цьому варіанті використовується фільтр з постійними у часі параметрами, який мінімізує середньоквадратичну похибку оцінювання в усталеному режимі, за умови що динамічна модель зміни кута місця повітряного судна на ділянці планування описується різницевим рівнянням другого порядку. Скориставшись методикою роботи [ 6 ], можна показати, що за даних умов польоту та априорних даних (див. табл.1), елементи матриці передачі фільтра Вінера будуть дорівнювати  $K_1(k) = 0.185$ ,  $K_2(k) = 0.008$ , а тривалість перехідного процесу  $t_n$  становитиме близько  $20T'$  (0.5 с), при темпі надходження посадочних даних  $T = 0.0247$  с.

Щодо дисперсій похибок фільтрації, то вони починаючи з 20-го такту майже однакові (див. рис.3 а, б), а в усталеному режимі співпадають. Стосовно перехідного режиму, то фільтр Калмана має показники точності на два порядки кращі. Це і не дивно, адже фільтр Вінера і не розрахований на оптимізацію похибок у перехідному режимі.

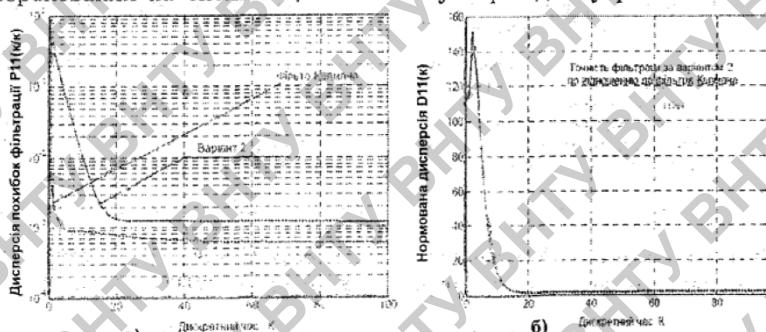


Рис.2. Відносна точність субоптимальних фільтрів при розрядності реєстрів зберігання матриці передачі  $K(k)$   $N = 4$  та  $N = 8$

Окрім того, передбачається що фільтровані дані повинні надходити до системи керування польотом ПС. Це означає, що на фільтр розповсюджуються обмеження пов'язані з швидкодією

та стійкістю контуру керування у цілому. Згідно [ 1,5 ], виконання посадочного маневру по куту місця вимагає обмеження тривалості перехідного процесу фільтра згладжування до величини 0.5 с при ручному керуванні і 0.1-0.2 с при застосуванні автопілоту. Надмірна інерційність та великі похибки фільтрації у перехідному режимі виключають можливість використання фільтра Вінера у високо динамічному процесі посадки ПС.

**Варіант 3.** За аналогічною методикою [6] можна розрахувати елементи матриці передачі субоптимального фільтра  $K_1(k)$  та  $K_2(k)$ , виходячи з заданої тривалості перехідного процесу, наприклад  $t_p = 0.2$ с. Вони дорівнюють 0.267, 0.183, відповідно. З погляду на рис. 4, видно, що суттєвих змін у характеристиках точності не відбулося.

Вищезаведені приклади побудови фільтрів показують, що вимоги заданої тривалості перехідного процесу та мінімізації середньоквадратичної похибки фільтрації є взаємно суперечливими, а одночасне їх задоволення можливе у фільтрах стеження зі змінними у часі параметрами. Надалі, пошук варіантів побудови субоптимальних фільтрів зі змінними у часі параметрами виконувався шляхом апроксимації залежностей матричних коефіцієнтів фільтра Калмана  $K_1(k)$ ,  $K_2(k)$  кусочно-постійними функціями за методом найменших квадратів. Результати пошуку відображені у табл. 2.

Таблиця 2

Варіанти апроксимації залежностей  $K_1(k)$ ,  $K_2(k)$  за методом найменших квадратів

Номера варіантів апроксимацій							
4				5			
$K_1(k)$	Числове значення	$K_2(k)$	Числове значення	$K_1(k)$	Числове значення	$K_2(k)$	Числове значення
$K_1(1)$	1.00	$K_2(1)$	0.00	$K_1(1) +$	1.00	$K_2(1) +$	0.00
$K_1(2) \dots$	0.20	$K_2(2) +$ $K_2(20)$ $K_2(21) \dots$	0.75 0.10	$K_1(2) +$ $K_1(3) +$ $K_1(10)$ $K_1(11) +$ $K_1(30)$ $K_1(31) \dots$	0.30 0.20 0.15	$K_2(2) +$ $K_2(3) +$ $K_2(4)$ $K_2(5) +$ $K_2(14)$ $K_2(15) +$ $K_2(26)$ $K_2(27) +$ $K_2(50)$ $K_2(51) \dots$	0.40 0.85 0.50 0.20 0.10

Номера варіантів апроксимацій							
6				7			
$K_1(k)$	Числове значення	$K_2(k)$	Числове значення	$K_1(k)$	Числове значення	$K_2(k)$	Числове значення
$K_1(1) +$		$K_2(1)$	0.00	$K_1(1) +$	1.00	$K_2(1) +$	1.00
$K_1(5)$	1.00	$K_2(2) +$	0.75	$K_1(3)$	1.00	$K_2(14) +$	1.00
$K_1(6) \dots$	0.18	$K_2(14)$	1.00	$K_1(4) \dots$	0.2	$K_2(15) +$	0.30
		$K_2(15) +$	0.50			$K_2(40)$	0.10
		$K_2(30)$	0.50			$K_2(41) \dots$	
		$K_2(31) \dots$	0.15				

**Варіанти 4-5.** У варіанті 4 вдало поєднується простота процедури керування коефіцієнтами передачі  $K_1(k)$ ,  $K_2(k)$  та висока точність оцінювання кута місця ПС. Згідно табл.2 для зберігання апроксимованих часових залежностей  $K_1(k)$ ,  $K_2(k)$  необхідно не більше п'яти комірок пам'яті: дві для -  $K_1(k)$  та три для -  $K_2(k)$ . Щодо точності процедури фільтрації, то вона поступається оптимальний у перехідному режимі щонайбільше на 43% (див. рис.5 а) і починаючи з 20-го такту швидко наближається до потенційно можливої за даних умов.

Більш детальна апроксимація часових залежностей  $K_1(k)$  та  $K_2(k)$  притаманна варіанту 5 (див. табл.2.), ускладнюючи процес керування матричним коефіцієнтом передачі, не дає суттєвого покращення точності фільтрації. Окрім того, 5-7 % покращення точності процедурою фільтрації 5 порівняно з варіантом 4 (рис.5б) обміняється на трохи-кратне збільшення

Рис.5. Відносна точність оцінювання кута місця за варіантами 4-5

об'єму пам'яті. Тому, з точки зору простоти технічного вирішення поставленої задачі, перевагу слід віддати варіанту за номером 4.

**Варіанти 6-7.** Ці варіанти ілюструють хибне вирішення поставленої задачі, а саме - бажання звести переходний процес у системі до декількох тактів шляхом імпульсного розширення смуги пропускання фільтра згладжування. При цьому, на цих тактах коефіцієнти передачі  $K_1(k)$  та  $K_2(k)$  дорівнюють одиниці одночасно (див. табл.2), що відповідає абсолютно достовірним результатам вимірювань і функція згладжування втрачається. Незважаючи на такі заходи, точність оцінювання кута місця повітряного судна порівняно з фільтром Калмана гірша у 3 - 4 рази (рис.6), а переходний процес занадто затяжний. Справа у тому, що раптове розширення смуги пропускання системи стеження дійсно зменшує динамічну похибку оцінювання, але за рахунок різкого зростання флюктуаційної складової похибки. Наступне зменшення  $K_1(k)$  та  $K_2(k)$  до значень, які відповідають усталеному режиму, робить систему стеження повільною і унаслідок цього флюктуаційна складова повільно прямує до потенційного мінімуму.

Для варіантів 4-5, як найбільш цікавих з практичної точки зору, проведемо більш ретельну оцінку апаратурних затрат та обчислювального часу. Отримані показники порівняємо з аналогічними показниками фільтра Калмана. Перелік порівняльних показників та їх оціночні значення подано у табл. 3, при цьому слід зробити наступні зауваження.

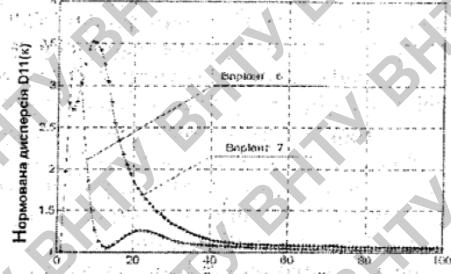


Рис.6. Відносна точність оцінювання кута місця повітряного судна субоптимальними фільтрами за варіантами 6-7

Таблиця 3

Затрати обчислювальних засобів на один такт роботи алгоритмів фільтрації другого порядку

Алгоритм фільтрації	Число операцій множення	Число операцій додавання	Час виконання арифм. операцій (мкс.)	Час виконання логічних операцій (мкс.)	Загальні затрати часу (мкс.)	Об'єм пам'яті (8-ми бітових комірок)	Відн. втрати точності (перехідн. режим)	Відн. втрати точн. (уст. режим)
Дискретний фільтр Калмана	47	32	34.6	208.9	243.5	26	1.0	1.0
Субоптимальний фільтр (варіант 4)	8	6	60	61.7	67.7	14	1.43	1.05
Субоптимальний фільтр (варіант 5)	8	6	60	61.7	67.7	19	1.38	1.02

1. У спеціалізованих бортових ЦОМ, в умовах обмеженого часу обробки посадочних даних, арифметичні операції як правило реалізуються апаратно. Програмна реалізація потребує більших затрат лічильного часу. Так, наприклад, реалізація підпрограми помноження (ділення) двох восьми розрядних чисел з фіксованою комою, написана на мові асемблера для мікропроцесорного набору з тактовою частотою 33 Мгц, займає приблизно 3-5 мкс. Ці ж операції, реалізовані на мікросхемах матричного множення можуть займати не більше 0.2 мкс. [ 7 ].

2. Час виконання операцій додавання, множення та ділення двох восьми розрядних чисел з фіксованою комою уважався рівним 0.6, 2.0, 3.2 мкс, що приблизно відповідає можливостям процесора з тактовою частотою 33 Мгц.

3. Наведені цифрові дані носять ілюстративний характер і не пов'язані з вибором конкретного типу мікро - ЕОМ. Це - окрема багатокритеріальна задача. Авторами роботи лише наголошено, що з точки зору точності фільтрації посадочних даних, розрядність процесора повинна бути не меншою восьми.

4. Оскільки у даній роботі розглядаються показники різних алгоритмів фільтрації по відношенню до оптимального алгоритму Калмана, то при одинакових умовах порівняння, відносні показники мають сталий характер і від вибраного типу мікропроцесора практично не залежать.

### ВИСНОВКИ

Підводячи підсумки порівняльного аналізу якісних показників низки субоптимальних алгоритмів дискретної фільтрації, можна дати наступні рекомендації:

- з точки зору точності фільтрації кутових координат повітряного судна за результатами первинних вимірювань, розрядність цифрового процесора повинна бути не меншою восьми;
- з точки зору точності фільтрації, тривалості переходного процесу та прийнятних апаратурних



затрат практичний інтерес становлять варіанти 4-б побудови субоптимальних фільтрів, при чому субоптимальна процедура фільтрації 4 за даних умовах визнана найкращою і при втратах точності у 30-40% у перехідному режимі порівняно з фільтром Калмана (що припустимо) дозволяє скоротити число виконуваних операцій помноження та додавання приблизно у 5 -6 разів, при чому продуктивність процесора збільшується щонайменше у 3-3,5 рази.

#### Література

1. Сантиметровые системы посадки самолетов/В.М. Бенин, Е.И. Шолупов, В.А. Кожевников, И.А.Хаймович.- М.: Машиностроение, 1985.-224с.
2. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. – М.: Радио и связь, 1985.-344с.
3. Сыромятников Р.Ф Исследование помехоустойчивости алгоритмов многоканального измерения дальности в системах автоматизированного управления полетами: Дис... канд. техн. наук: 05.12.04. - Л., 1985.-187с.
4. Хэтвилл Дж., Рокуэлл Д., Абрамсон Р. Субоптимальная линейная фильтрация с ограниченным состоянием. - Ракетная техника и космонавтика, 1971. - Т.9. - №4.
5. Сосновский А.А., Хаймович И.А. Радиоэлектронное оборудование летательных аппаратов. Справочник.-М.: Транспорт, 1987.-256с.
6. Первачев С.В., Валуев А.А., Чиликин В.М. Статистическая динамика радиотехнических следящих систем.- М.: Сов. радио, 1973.- 488с.
7. Горн Л.С., Хазанов Б.И., Хазанов Д.Б. Микропроцессоры в приборах для радиационных измерений. – М.: Атомиздат, 1989.-376с.

Надійшла до редакції  
21.01 2006 року.