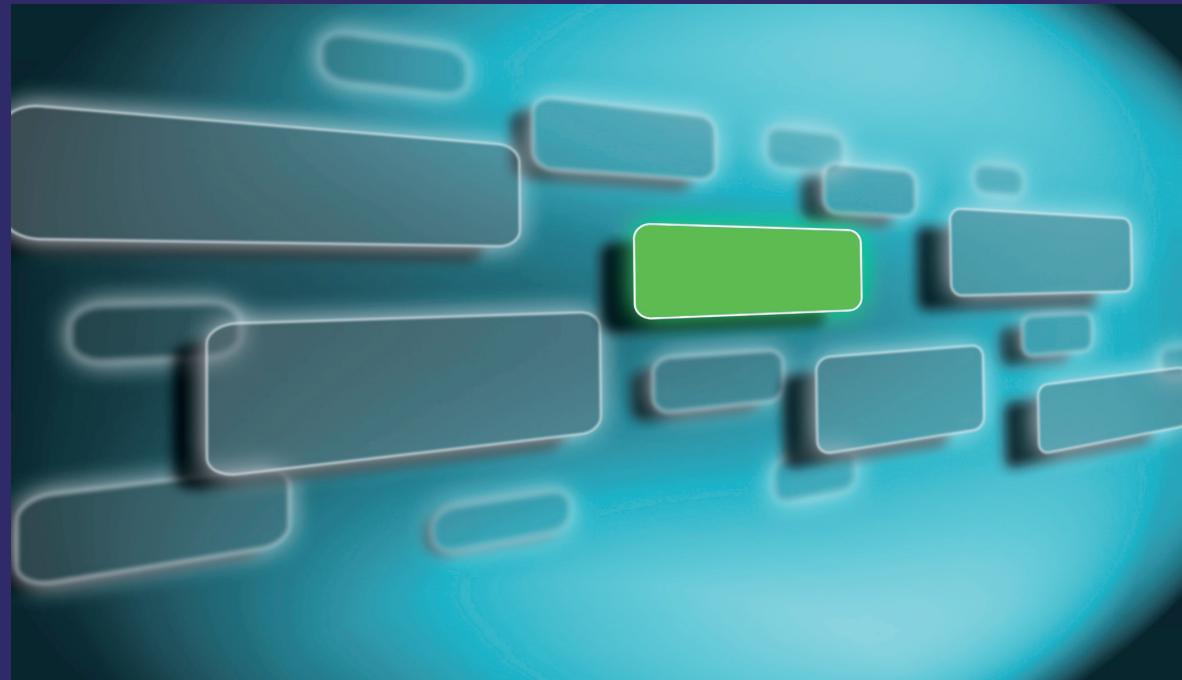


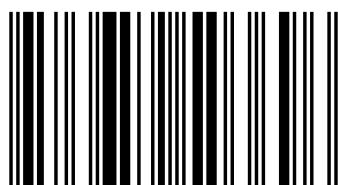
Благодаря бурному развитию методов записи и хранения данных объемы информации, передаваемые и обрабатываемые в компьютерных системах, в последнее время существенно выросли. В современных сетях основной объем трафика приходится на мультимедийную, в частности, аудио - и речевую информацию. Объемы данных столь значительны, что человек не в состоянии проанализировать их самостоятельно, поэтому необходимость автоматизации процессов анализа, в частности, поиска данных, вполне очевидна. В настоящее время поиск имеет большое значение, он является основой для решения широкого круга задач, а именно: информационный поиск, сжатие данных, распознавание и классификация образов, кодирование изображений, звуковых данных и т.д. Необходимость обеспечения функционирования в реальном масштабе времени накладывает жесткие требования к быстродействию микропроцессорных устройств, входящих в состав систем обработки речевых сигналов. Таким образом, существует проблема недостаточной производительности компьютерных систем, предназначенных для обработки мультимедийной информации. Повышение скорости поиска данных позволяет существенно повысить эффективность работы таких систем.

## Быстрый поиск векторов



Оксана Грийо Тукало

Грийо Тукало Оксана Франсисковна, аспирантка, Винницкий национальный технический университет, кафедра вычислительной техники, Украина, г. Винница. Область научных интересов: обработка речевых и аудиоданных, быстрый поиск, программирование.



978-3-659-50369-6

Грийо Тукало, Ткаченко

Оксана Грийо Тукало  
Александр Ткаченко

# Быстрый поиск векторов при сжатии речевых сигналов

Анализ, методы, алгоритмы

LAP LAMBERT  
Academic Publishing

Оксана Грийо Тукало  
Александр Ткаченко

**Быстрый поиск векторов при сжатии речевых сигналов**



Оксана Грийо Тукало  
Александр Ткаченко

# **Быстрый поиск векторов при сжатии речевых сигналов**

**Анализ, методы, алгоритмы**

## **Impressum / Выходные данные**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брэндах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено: [www.ingimage.com](http://www.ingimage.com)

Verlag / Издатель:

LAP LAMBERT Academic Publishing

ist ein Imprint der / является торговой маркой

OmniScriptum GmbH & Co. KG

Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland / Германия

Email / электронная почта: [info@lap-publishing.com](mailto:info@lap-publishing.com)

Herstellung: siehe letzte Seite /

Напечатано: см. последнюю страницу

ISBN: 978-3-659-50369-6

Copyright / АВТОРСКОЕ ПРАВО © 2013 OmniScriptum GmbH & Co. KG

Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2013

## Содержание

<b>Глоссарий .....</b>	3
<b>Введение .....</b>	5
<b>Глава 1. Аналитический обзор моделей речевого сигнала и методов поиска ближайшего вектора .....</b>	9
1.1 Общая схема сжатия речевых сигналов на основе математической модели голосового тракта человека .....	9
1.2 Кодирование речевого сигнала методом линейного прогнозирования.....	18
1.3 Способы структурирования и методы быстрого поиска ближайшего вектора в кодовых книгах.....	24
1.3.1 Упорядочение векторов кодовой книги по среднему элементу и среднему арифметическому .....	26
1.3.2 Упорядочение векторов кодовой книги по принципу мажорирования .....	27
1.3.3 Метод поиска ближайшего вектора в кодовой книге на основе диаграммы Вороного .....	29
1.4 Постановка задачи исследования .....	31
1.5 Выводы к главе 1 .....	32
<b>Глава 2. Теоретико-математические основы компьютерных средств быстрого поиска ближайшего вектора в кодовых книгах .....</b>	33
2.1 Специфика реализации методов быстрого поиска векторов в кодовых книгах в процессе сжатия речевых сигналов .....	33
2.2 Разработка двухэтапной стратегии поиска ближайшего вектора в кодовых книгах .....	37
2.2.1 Разработка метода направленного поиска с мажоризацией в кодовых книгах на основе диаграммы Вороного .....	46
2.2.2 Применение метода поиска в кодовых книгах на основе kd-дерева для сжатия речевых сигналов .....	50
2.2.3 Разработка метода поиска в кодовых книгах на основе kd-дерева с ограничением продолжительности поиска вектора.....	59
2.3 Выводы к главе 2 .....	60
<b>Глава 3. Разработка компьютерных средств быстрого поиска векторов в кодовых книгах и анализ результатов экспериментов .....</b>	63

3.1 Разработка методики, алгоритмов и программных средств быстрого поиска ближайшего вектора в кодовых книгах .....	63
3.1.1 Алгоритм и программная реализация метода направленного поиска с мажоризацией на основе диаграммы Вороного .....	63
3.1.2 Программное обеспечение для реализации метода поиска на основе kd-дерева .....	65
3.1.3 Алгоритмы и программная реализация поиска ближайшего соседа по взвешенной евклидовой метрике .....	65
3.2 Разработка программных средств для исследования методов быстрого поиска векторов в кодовых книгах.....	68
3.3 Экспериментальное исследование методов быстрого поиска векторов в кодовых книгах .....	69
3.3.1 Экспериментальное исследование метода направленного поиска ближайшего вектора в кодовых книгах на основе диаграммы Вороного .....	69
3.3.2 Экспериментальное исследование метода поиска ближайшего вектора в кодовых книгах на основе kd-дерева .....	73
3.3.3 Экспериментальное исследование двухэтапной стратегии поиска ближайшего вектора в кодовых книгах .....	75
3.4 Анализ факторов, влияющих на эффективность поиска в кодовых книгах.....	82
3.5 Реализация компьютерных средств быстрого поиска в компьютерной системе.....	85
3.6 Выводы к главе 3 .....	86
<b>Заключение .....</b>	89
<b>Библиография .....</b>	91

## **Библиография**

1. Ткаченко О.М. Дослідження методів швидкого пошуку векторів на основі діаграми Вороного/ О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало // Проблеми інформатизації та управління: збірник наукових праць: Випуск 3(27). – К.:НАУ, 2009. – С.139-144. – ISSN: 2073-4751.
2. Ткаченко О.М. Спрямований пошук при квантуванні лінійних спектральних частот / О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – №5. – С. 64–69. – ISSN 1997-9266.
3. Ткаченко А.Н. Метод направленного поиска векторов в кодовых книгах / А.Н. Ткаченко, О.Ф. Грийо Тукало // Электронное моделирование. – 2010. – Т. 32, № 2. – С. 77-85. – ISSN: 0204- 3572.
4. Ткаченко О.М. Пошук векторів у кодових книгах при ущільненні мовлення на основі бінарного дерева / О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія. – 2011. – №1. – С.38-44. – ISSN 1999-9941.
5. Ткаченко О.М., Двоетапна стратегія пошуку в векторних кодових книгах для ущільнення мовлення / О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця: ВНТУ, 2011. – №3. – С.194-201. – ISSN 1997-9266.
6. Ткаченко О.М. Метод кластеризації на основі послідовного запуску k-середніх з обчисленням відстаней до активних центроїді / О.М. Ткаченко, Н.О. Біліченко, О.Ф. Грійо Тукало, О.В. Дзісь // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – Київ: Інститут проблем реєстрації інформації НАН України, 2012. – Т.14., №1. – С.25-34. – ISSN 1560-9189.
7. Ткаченко О. М. Метод кластеризації на основі послідовного запуску k-середніх з удосконаленим вибором кандидата на нову позицію вставки / О. М. Ткаченко, О. Ф. Грійо Тукало, С. М. Лаховець, О.В. Дзісь // Електронний

журнал «Наукові праці ВНТУ». – Вінниця: ВНТУ, 2012. – №2. – Вип. 2. – 10 с.  
– ISSN 1681-7893.

8. Ткаченко О.М. Пошук найближчого вектора у кодових книгах на основі бінарного дерева / О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія: Міжнародна науково-практична конференція, 19-21 травня 2010 р. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – С. 160-161. – ISBN 978-966-641-356-0.

9. Ткаченко О.М. Двоетапна стратегія пошуку найближчого сусіда у векторних кодових книгах / О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало // Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації: Міжнародна науково-практична конференція, 20-22 квітня 2011 р. – Вінниця: ВНТУ, 2011. – С. 188-189. – ISBN 978-966-641-406-2.

10. Ткаченко О.М. Метод швидкого пошуку векторів у кодових книгах на основі бінарного дерева / О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія: Міжнародна науково-практична конференція, 29-31 травня 2012 р. – Вінниця: ВНТУ, 2012. – С.224-225. – ISBN 978-966-641-465-9.

11. Грійо Тукало О.Ф. Спрямований пошук векторів у кодових книгах при ущільненні мовленнєвих сигналів [Електронний ресурс] / О.Ф. Грійо Тукало, О.М. Ткаченко // XXXIX науково-технічна конференція ВНТУ: тези доповідей XXXIX науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств м. Вінниці та області (Вінниця, 9-12 березня 2010 р.). – Вінниця, 2010. – Режим доступу: <http://conf.vntu.edu.ua/allvntu/2010/initki/txt/griuo.pdf>.

12. Грійо Тукало О.Ф. Двоетапна стратегія пошуку найближчого сусіда у векторних кодових книгах [Електронний ресурс] / О.Ф. Грійо Тукало, О.М. Ткаченко // XL науково-технічна конференція ВНТУ: тези доповідей XL науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу,

співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств м. Вінниці та області (Вінниця, 9-11 березня 2011 р.). – Вінниця, 2011. – Режим доступу: <http://conf.vntu.edu.ua/allvntu/2011/initki/ki.php>.

13. Грійо Тукало О.Ф. Метод швидкого пошуку векторів в кодових книгах на основі бінарного дерева [Електронний ресурс] / О.Ф. Грійо Тукало, О.М. Ткаченко // XLI науково-технічна конференція ВНТУ: тези доповідей XLI науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств м. Вінниці та області (Вінниця, 13-14 березня 2012 р.). – Вінниця, 2012. – Режим доступу: <http://conf.vntu.edu.ua/allvntu/2012/initki/ki.php>.

14. Ткаченко О.М. Комп'ютерна програма «Програма пошуку найближчого вектора у кодовій книзі з використанням діаграм Вороного для застосування в системах цифрового зв’язку» / О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 32314. – К.: Державний департамент інтелектуальної власності України. – Дата реєстрації: 04.03.2010 р.

15. Ткаченко О.М. Комп'ютерна програма «Програма кластеризації на основі послідовного запуску k-середніх з обчисленням відстаней до активних центроїдів» / О.М. Ткаченко, О.Ф. Грійо Тукало, О.В. Дзісь, С. М. Лаховець // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 45264. – К.: Державний департамент інтелектуальної власності України. – Дата реєстрації: 21.08.2012 р.

16. Патент України на корисну модель № 49814, МПК (2009) G10L 19/00, G10L 21/00. Спосіб спрямованого пошуку векторів при ущільненні мовних сигналів. / Ткаченко О.М., Грійо Тукало О.Ф, заявник і патентовласник Вінницький національний технічний університет. – № 200909012; заявл. 31.08.2009; опубл. 10.03.2010; Бюл № 5.

17. Патент України на корисну модель № 70762, МПК (2012) G10L 21/00. Спосіб двоетапного пошуку векторів під час ущільнення мовних векторів. / Ткаченко О.М., Грійо Тукало О.Ф, заявник і патентовласник Вінницький національний технічний університет. – № 201114324; заявл. 05.12.2011; опубл. 25.06.2012; Бюл № 12.
18. Киркоров С.И. Курс: цифровая обработка речи и изображения для специальности: 1-45 01 03 Сети телекоммуникаций. [Электронный ресурс]: Лекция № 5. Сжатие речевых и аудиосигналов на основе модели речеобразования / С. И. Киркоров. – Минск, 2010. – 34 с. – Режим доступа: [http://www.mediascan.by/index.files/l5\\_dpsi.pdf](http://www.mediascan.by/index.files/l5_dpsi.pdf).
19. Куприянов М.С. Цифровая обработка сигналов: процессоры. Алгоритмы. Средства проектирования / М. С. Куприянов, Б. Д. Матюшкин. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Политехника, 2000. – 592 с. – ISBN 5-7325-0546-6.
20. Глинченко А. С. Цифровая обработка сигналов Версия 1.0 [Электронный ресурс]: курс лекций / А. С. Глинченко. – Красноярск: Изд-во КГТУ, 2001. – 383 с. – ISBN 978-5-7638-1271-8.
21. Прокис Дж. Цифровая связь / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800с. – ISBN 5-256-01434-X, 007-051726-6.
22. Марпл, С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения [Текст]: пер. с англ. / С. Л. Марпл. – М.: Мир, 1990. – 584с. – ISBN 5-03-001191-9.
23. Chu W.C. Speech Coding Algorithms: Foundation and Evolution of Standardized Coders / Wai C. Chu // NY.: John Wiley & Sons, Inc, 2003. – 558 p. – ISBN 0-471-37312-5.
24. Бондарев В.Н. Цифровая обработка сигналов: методы и средства / В.Н. Бондарев, Г. Трестер, В.Н. Чернега. – Харьков: Изд-во Конус, 2001. – 398 с. – ISBN: 978-5- 382-00205-7.

25. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов [Текст]: пер с англ. / А. Оппенгейм, Р. Шафер. – М.: Техносфера, 2007. – 856 с. – ISBN 978-5-94836-135-2.
26. Ричард Л. Цифровая обработка сигналов [Текст]: пер с англ. / Л. Ричард. 2-е изд. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. – 656 с. – ISBN: 5-9518-0149-4.
27. Сапожков М.А. Вокодерная сизь / М.А. Сапожков, В.Г. Михайлов. – М.: Радио и связь, 1983. – 248 с. – ISBN: 5-256-00187-6.
28. ГОСТ В 20775 – 75. Передача речи по трактам связи, оборудованных аппаратурой засекречивания. Требования к разборчивости речи. Метод измерения.
29. Маркел Дж. Линейное предсказание речи: Пер. с англ. / Дж. Маркел, А.Х. Грей – М.: Связь, 1980. – 308 с. – ISBN 5-256- 00148-5.
30. Рабинер Л.Р. Цифровая обработка речевых сигналов: Пер. с англ. / Л.Р Рабинер., Р.В. Шафер. – М.: Радио и связь, 1981. – 496 с. – ISBN: 978-5-94120-251-5, 4-274-08674-7.
31. Viswanathan R. Quantization Properties of Transmission Parameters in Linear Predictive Systems. / R. Viswanathan and J. Makhoul // IEEE Trans. on ASSP. – Vol. 23. – 1975. – 308 с. – ISSN: 0096-3518.
32. Иванов В.Н. Вычисление линейных спектральных частот / В.Н. Иванов // Электросвязь. – №6. – 1997. – С. 25–27.
33. Itakura F. Line Spectrum Representation of Linear Predictive Coefficients of Speech Signals / F. Itakura // JASA. – 1975. – P. 1–35. – ISBN: 0-471-37312-5.
34. Zhou J. Simple Fast Vector Quantization of the Line Spectral Frequencies / J. Zhou, Y. Shoham, A. Akansu // Image Compression and Encryption Technologies. – Vol. 4551. – 2001. – P. 274–282.
35. Paliwal K. K. Efficient vector quantization of LPC parameters at 24 bits/frame / K. K. Paliwal, B. S. Atal. // IEEE Transaction on Speech and Audio Processing. – No. 2, vol. 1. – 1993. – P. 3–14. – ISBN: 0-471-37312-5.

36. Merazka F. Robust Split Vector Quantization of LSP Parameters at Low Bit Rates / F. Merazka and D. Berkani. // The Arabian Journal for Science and Engineering. – Number 1B, Vol. 29. – 2004. – ISSN 1319-8025.
37. Kang G.S., Application of line-spectrum pairs to low-bit-rate speech encoders. / G.S. Kang and L.J. Fransen // IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, Tampa, FL. – 1985. – P. 244-247.
38. Gray R.M. Quantization / R.M. Gray and D.L. Neuhoff // IEEE Trans. Information Theory, 44. – 1998. – P. 2325–2383. – ISSN 2325-2384.
39. Soong F. Optimal quantization of lsp parameters / F. Soong and B. Juang // Proc. Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing. – New York, 1988. – P. 394-397. – ISBN: 0-471-37312-5.
40. Sagamura N. Quantization of LSP Parameters / N. Sagamura and N. Farvardin // Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing. – New York, 1988. – P. 394–397.
41. Atal B.S. Spectral Quantization and Interpolation for CELP Coders / B.S. Atal, R.V. Cox, and P. Kroon // IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing, Glasgow, Scotland. – 1989. – P. 69–72. – ISBN: 0-471-37312-5.
42. Soong. F.K. Optimal Quantization of LSP Parameters Using Delayed Decisions / F.K. Soong and B.H. Juang // IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing, Albuquerque, NM. – 1990. – P. 185–188. – ISBN 0-471-37312-5.
43. Hagen R. Low Bit-Rate Spectral Coding in CELP, a new LSP Method / R. Hangen and P. Hedelin // IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing, Albuquerque, NM. – 1990. – P. 189–192. – ISBN 0-471-37312-5.
44. Buzo A. Speech Coding Based Upon Vector Quantization / A. Buzo, A.H. Gray, Jr., R.M. Gray, and J.D. Markel // IEEE Int. Acoust. Speech, Signal Processing, ASSP-28. – 1980. – P. 562–574. – ISBN 0-471-37312-5.
45. Campbell J.P. An Expandable Error-Protected 4800 bps CELP Coder (U.S. Federal Standard 4800 bps Voice Coder) / J.P. Campbell, Jr., V.C. Welch, and

T.E. Tremain // IEEE Trans. on Acoustic, Speech Signal Processing, Glasgow. – Scotland, 1989. – P. 735–738. – 656 c. – ISBN 0-471-37312-5.

46. Grass J. Methods of Improving Vector-Scalar Quantization of LPC Coefficients / J. Grass and P. Kabal // IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing, Toronto, Ont. Canada. – 1991. – P. 657–660.

47. Laroia R. Robust and Efficient Quantization of Speech LSP Parameters Using Structured Vector Quantizers / R. Laroia, N. Phamdo, and N. Farvardin // IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing. – Toronto, Ont. Canada, 1991. – P. 641–644.

48. Gersho A. Vector Quantization and Signal Compression. / A. Gersho and R.M. Gray // Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992.. – P. 61 – 62. – ISBN 0-471-37312-5.

49. Merazka F. Very Low Bit-Rate Vector Quantization of LSP Parameters / F. Merazka and D. Berkani // Computational Intelligence for Modeling, Control & Automation, Neural Networks & Advanced, Control Strategies. – vol. 54. – Ohmsha: IOS Press in Holland, 1999. – P. 374–379.

50. Merazka F. Vector Quantization of LSP Parameters by Split / F. Merazka and D. Berkani // SSST'98, 30th IEEE Southeastern Symposium on System Theory. – Morgantown, West Virginia, USA, 1998. – P. 334–337.

51. Juang B.-H. Multiple Stage Vector Quantization for Speech Coding / B.-H. Juang and A.H. Gray // IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing,. – Vol. 1. – Paris, France, 1982. – P. 597–600. – ISBN:0-7803-0532-9.

52. Біліченко Н.О. Швидкий пошук при векторному квантуванні лінійних спектральних частот / Н.О. Біліченко, О. М. Ткаченко, О. Д. Феферман, С. В. Хрущак // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – №2, т. 10. – 2008. – С. 37 – 47. – ISSN 1560-9189.

53. Agrell E. Spectral coding by fast vector quantization / E. Agrell // Proc. IEEE Workshop on Speech Coding for Telecommunications. – Sainte-Adèle, Québec, Canada, 1993. – P. 61 – 62.

54. Маршалл А. Неравенства: теория мажоризации и ее приложения: пер. с англ. / А. Маршалл, И. Олкин. – М.: Мир, 1983. – 576 с.
55. Jain A.K. Algorithms for Clustering Data / A.K. Jain and R.C. Dubes. – Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall. – 1988. – P. 61 – 62.. – ISBN 0-13-022278-X.
56. Hai Le Vu. Efficient Distance Measure for Quantization of LSF and Its Karhunen–Loeve Transformed Parameters / Hai Le Vu and Laszlo Lois // IEEE Transactions on speech and audio processing. – No. 6, vol. 8. – 2000. – P. 31 – 32. – ISBN 3-540-23034-3.
57. Gardner W. R. Theoretical analysis of the high-rate vector quantization of LPC parameters / W. R. Gardner, B. D. Rao // IEEE Transaction Speech Audio Processing. – Vol. 3. – 1995. – P. 367–381. – ISBN 0-471-37312-5.
58. Arya S. Algorithms for fast vector quantization / S. Arya and D. M. Mount // In J. A. Storer and M. Cohn, editors, Proc. of DCC '93: Data Compression Conference, IEEE Press. — 1993. — P. 381–390. – ISBN:0-89871-329-3.
59. Arya S. Approximate nearest neighbor queries in fixed dimensions / S. Arya and D. M. Mount // 4th ACM-SIAM Sympos. Discrete Algorithms. – 1993. – P. 271–280. – ISBN:0-89871-313-7.