

**МЕТОД АНТИАЛІАЙЗИНГУ ЗОБРАЖЕНЬ ВІДРІЗКІВ ПРЯМИХ З  
ВИКОРИСТАННЯМ ДОДАТКОВИХ ОЦІНЮВАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ**

*Запропоновано метод антиаліайзингу зображення відрізків прямих з використанням додаткових оцінювальних функцій.*

*Ключові слова: антиаліайзинг, піксел, гексагональна модель піксела.*

O.N. ROMANYUK, O.V. MELNYK, O.V. ROMANYUK  
Vinnytsia National Technical University

**ANTI-ALIASING METHOD FOR LINE SEGMENTS WITH THE USE ADDITIONAL ESTIMATOR FUNCTIONS**

*There had been proposed a method for anti-aliasing line segments with the use additional estimator functions.*

*Keywords: Anti-aliasing, pixel, hexagonal pixel model.*

**Вступ**

Підвищення продуктивності засобів формування графічної інформації висуває нові вимоги до покращення якості формування зображень. При формуванні графічних сцен необхідно досягти прийнятного компромісу між продуктивністю формування зображень і їх реалістичністю.

Дискретний характер формування графічних зображень і недостатня розподільна спроможність екранів призводить до появи ефекту аліайзингу, який проявляється в тому, що на контурах зображень чітко проявляється східчастий ефект. Вважається, що при використанні 17" монітора і розміщенні спостерігача на відстані 65 см. від екрана щоб повністю усунути ефект аліайзингу потрібен монітор із роздільною здатністю як мінімум 4000x4000 пікселів. Сучасний рівень технологій поки що не в змозі забезпечити таку роздільну здатність [1]

У зв'язку з цим актуальною задачею є розробка нових методів і засобів для антиаліайзингу. При цьому необхідно досягти як простих з обчислювальної точки процедур, так і можливості апаратної реалізації.

**Постановка задачі**

У методі антиаліайзингу на основі надлишкової вибірки (super-sampling) [2] замість одного центрального відліку на піксель використовується декілька відліків. При цьому зображення, яке має відобразитися на екрані, обчислюється з більшою роздільною здатністю, ніж роздільна здатність пристрою відображення. Перед виведенням на екран зображення зменшується шляхом усереднення. Це найбільш проста і разом з тим найбільш ресурсомістка техніка антиаліайзингу. При збільшенні дискретизації в  $n$  разів, кількість пікселів, а, отже, і кількість обчислень на один піксел, збільшується в  $n^2$  разів.

Метод мультисемплінгу [1] (Multisampling, MSAA) був розроблений як більш продуктивна альтернатива суперсемплінгу. Ефект згладжування застосовується тільки до країв об'єктів.

Методи суперсемплінгу і мультисемплінгу потребують значних обчислювальних затрат, а тому мають обмежене використання.

Менш ресурсомісткими є аналітичні методи антиаліайзингу, в яких піксел розглядається не як умовна точка, а як скінчена область, оскільки в реальних пристроях відображення піксель не є ідеальною точкою, а має певну форму. В цих методах використовують різні моделі пікселів.

При цьому інтенсивність пікселів на краях графічних об'єктів встановлюється пропорційно до площі тих частин пікселів, які покриваються цим об'єктом [3]. Найбільше розповсюдження отримала модель, у якій піксел розглядається як квадрат зі стороною, що дорівнює одиниці, оскільки при цьому значно спрощуються формули для антиаліайзингу [4]. Математична модель піксела, яка розглядає піксель як одиничне коло [4] є більш адекватною, а отже, забезпечує більш високу якість зображення, але така модель не набула широкого поширення через складність виразів для розрахунку площі покриття.

Більш високу реалістичність забезпечують моделі, у яких інтенсивність світла, яке випромінює піксель, є максимальною в центрі піксела та зменшується при віддаленні від нього [4]. Найбільш простою серед них є модель, в якій інтенсивність кольору піксела максимальна в центрі і лінійно зменшується до нуля. Така модель отримала назву конусної [3].

При використанні конусної моделі інтенсивність кольору пікселів встановлюється пропорційно до об'єму, який границя графічного примітиву відтинає від конуса.

Більш точною є гаусівська модель піксела, для якої зміна інтенсивності кольору має дзвоноподібну форму.

При використанні для антиаліайзингу кругової або гаусівської моделей піксела [5] досягається більша якість відтворення траєкторій, однак складність обчислювального процесу та використання складних для апаратної реалізації процедур обмежує використання цих моделей.

Метою роботи – є розробка нового, простого з обчислювальної точки зору, методу антиаліайзингу, оснований на використанні додаткових оцінювальних функцій.

**Метод антиаліазингу зображення відрізків прямих з використанням гексагональної моделі піксела**

Розглянемо можливість використання для антиаліазингу зображень крокових траєкторій гексагональної моделі піксела, яку можна розглядати як апроксимацію кругової або гаусівської моделей.

На (рис. 1) зображено вигляд гексагональної моделі піксела, яка значно краще апроксимує круг порівняно з квадратом. Дійсно, якщо діаметр  $D$  піксела дорівнює 1, то його площа при використанні кругової моделі дорівнює  $\pi/4$ . Особливість правильного шестикутника - рівність його сторони і радіуса описаного кола. Площа гексагону при діаметрі описаного кола складає

$$S = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

Площа гексагону при діаметрі описаного кола складає 0,906. У випадку використання квадратної моделі піксела це співвідношення складе 0,785. Зрозуміло, що для гексагональної моделі піксела досягається підвищення точності антиаліазингу.

Особливістю моделі, яку зображено на (рис. 1), є те, що відстані від субпікселів (семплів) до координатних осей кратні  $1/2^i$  радіуса описаного кола. Це значно спрощує апаратну реалізацію пристрою антиаліазингу, оскільки ділення на степінь двійки досягається за рахунок реалізації мікрооперації зсуву.

Для збільшення точності визначення інтенсивності кольору можна ввести більшу кількість семплів, але при цьому доцільно досягти попередньої властивості.

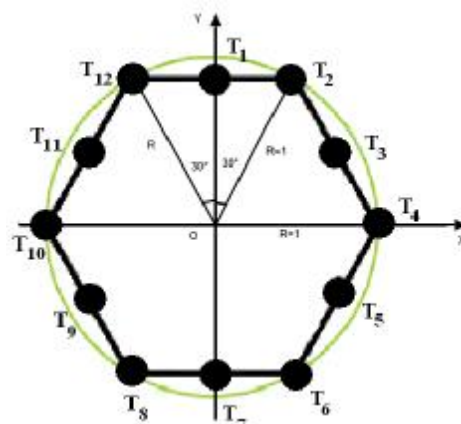


Рис. 1. Форма гексагональної моделі піксела

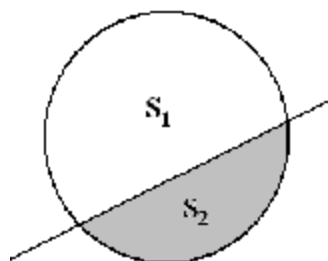


Рис.2. Перетин піксела відрізком прямої

Для визначення інтенсивності кольору точок траєкторії необхідно знайти площу ділянки від перетину піксела відрізком прямої, як показано на (рис. 2).

Якщо інтенсивність кольору для відтворення траєкторії відрізка прямої дорівнює  $I$ , то реальна інтенсивність кольору в поточній точці складе  $I \cdot \frac{S_1}{S_n}$ , де  $S_n$  - площа піксела.

Для визначення площі сегмента кола введено дванадцять додаткових субпікселів  $T_1 - T_{12}$ , у кожному з яких будемо визначати знак оцінювальної функції. З метою забезпечення високої продуктивності розрахунок оцінювальних функцій будемо проводити незалежно.

Визначимо ординатну відстань точки  $T_1$ . За властивістю гексагону трикутник  $O T_1 T_2$  - рівносторонній зі стороною, що дорівнює радіусу описаного навколо гексагону кола. Зрозуміло, що трикутник  $O T_1 T_2$  - прямокутний, тому  $O T_1 = O T_2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Точки  $T_2, T_3$  знаходяться посередині між точками на однаковій відстані. Координати всіх субпікселів такі :

$$T_1(x, y + \frac{\sqrt{3}}{2}), T_2(x + \frac{1}{2}, y + \frac{\sqrt{3}}{2}), T_3(x + \frac{3}{4}, y + \frac{\sqrt{3}}{4}), T_4(x + 1, y), T_5(x + \frac{3}{4}, y - \frac{\sqrt{3}}{4}),$$

$$T_6(x + \frac{1}{2}, y - \frac{\sqrt{3}}{2}), T_7(x, y - \frac{\sqrt{3}}{2}), T_8(x - \frac{1}{2}, y - \frac{\sqrt{3}}{2}), T_9(x - \frac{3}{4}, y - \frac{\sqrt{3}}{4}), T_{10}(x - 1, y),$$

$$T_{11}(x - \frac{3}{4}, y + \frac{\sqrt{3}}{4}), T_{12}(x - \frac{1}{2}, y + \frac{\sqrt{3}}{2}).$$

Формула для розрахунку оцінювальної функції ( $OF$ ) має такий вигляд

$$OF_{i,j} = y_i \Delta x - x_i \Delta y.$$

Знайдемо значення оцінювальних функцій у точках  $T_1 - T_3$  :

$$OF_{1i} = (y + \frac{\sqrt{3}}{2}) \Delta x - x \Delta y = y \Delta x + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x - x \Delta y = OF_{i,j} + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x,$$

$$OF_{2i} = (y + \frac{\sqrt{3}}{2}) \Delta x - (x + \frac{1}{2}) \Delta y = y \Delta x + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x - x \Delta y - \frac{1}{2} \Delta y = OF_{i,j} + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x - \frac{1}{2} \Delta y,$$

$$OF_{3i} = (y + \frac{\sqrt{3}}{4}) \Delta x - (x + \frac{3}{4}) \Delta y = y \Delta x + \frac{\sqrt{3}}{4} \Delta x - x \Delta y - \frac{3}{4} \Delta y = OF_{i,j} + \frac{\sqrt{3}}{4} \Delta x - \frac{3}{4} \Delta y,$$

Аналогічно можна знайти значення оцінювальних функцій і для інших субпікселів. Нижче наведено формули для розрахунку  $OF_{4i} - OF_{12i}$

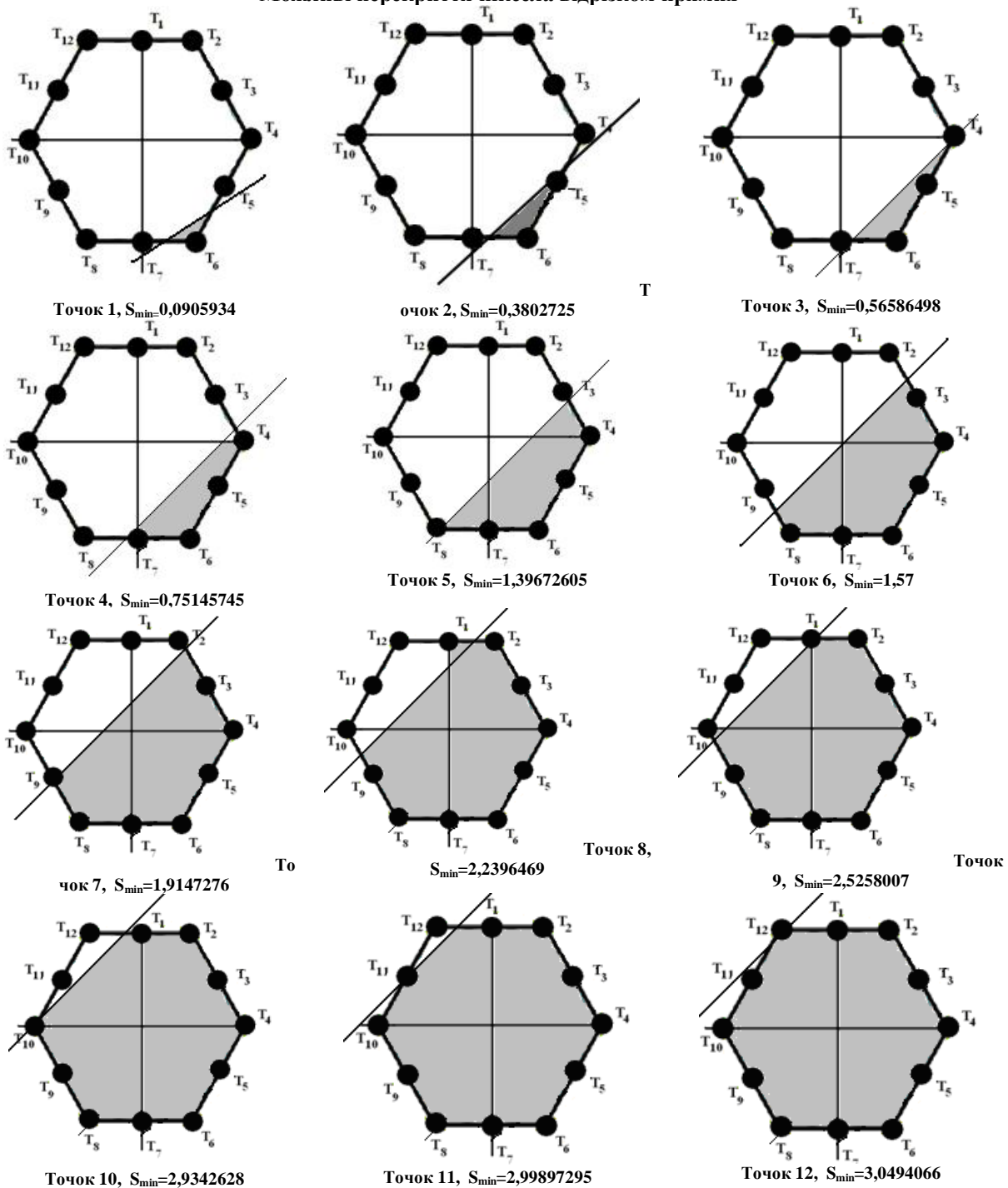
$$OF_{4i} = OF_{i,j} - \Delta y, OF_{5i} = OF_{i,j} - \frac{\sqrt{3}}{4} \Delta x - \frac{3}{4} \Delta y, OF_{6i} = OF_{i,j} - \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x - \frac{1}{2} \Delta y,$$

$$OF_{7i} = OF_{i,j} - \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x, OF_{8i} = OF_{i,j} - \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x + \frac{1}{2} \Delta y, OF_{9i} = OF_{i,j} - \frac{\sqrt{3}}{4} \Delta x + \frac{3}{4} \Delta y,$$

Відомо, що оцінювальна функція має додатній знак за умови, що піксель знаходиться вище відрізка прямої і від'ємний знак для всіх інших випадків. По знаках оцінювальних функцій  $OF_1 - OF_{12}$  можна ідентифікувати всі можливі випадки перетину відрізка прямої гексагону, який задає модель пікселя (див. табл. 1). Ці випадки характерні для  $\Delta x \geq \Delta y$ . Відомо [6], що якщо  $\Delta x < \Delta y$ , то розглядається випадок для  $\Delta x \geq \Delta y$ , але елементарні крокові прирости виконують в в ординатному напрямку.

Таблиця 1

Можливі перекриття пікселя відрізком прямих



Розглянемо конкретний випадок. Якщо знаки  $OF_4 - OF_7$  від'ємні, а знаки  $OF_8 - OF_{12}$ ,  $OF_1 - OF_3$  додатні, то має випадок, зображений на (рис. 3).

Для цього випадку площа сегмента, що відтинається дорівнює  $S_{\min} = 0,75145745$ , а тому інтенсивність кольору буде мати значення  $I \cdot \frac{S_4}{S_n} = I \cdot \frac{0,75145745}{p} = 0,23931766 \cdot I$ .

Якщо відрізок прямої проходить між двома субпікселями, то площу сегменту можна знайти більш точно за рахунок віднесення для нього того пікселя, який ближче знаходиться до відрізка прямої. Доведено [7], що похибка інтерполяції пропорційна значенню модуля оцінювальної функції. На (рис. 4) відображено абсолютні похибки інтерполяції для двох сусідніх субпікселів. Для верхнього субпікселя значення оцінювальної функції буде додатнім, а для нижнього – від'ємним.

Якщо знайти модуль оцінювальної функції для нижнього субпікселя та порівняти знайдене значення з значенням оцінювальної функції для верхнього субпікселя, то до сегменту відносять той субпіксел, для якого значення модуля оцінювальної функції менше.

Зрозуміло, що таке уточнення вимагає додаткових обчислювальних затрат.

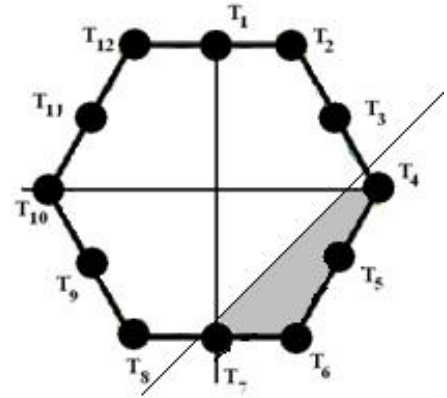


Рис. 3. Випадок перетину пікселя відрізка прямої за умови, що знаки  $OF_4 - OF_7$  від'ємні, а знаки  $OF_8 - OF_{12}$ ,  $OF_1 - OF_3$  додатні

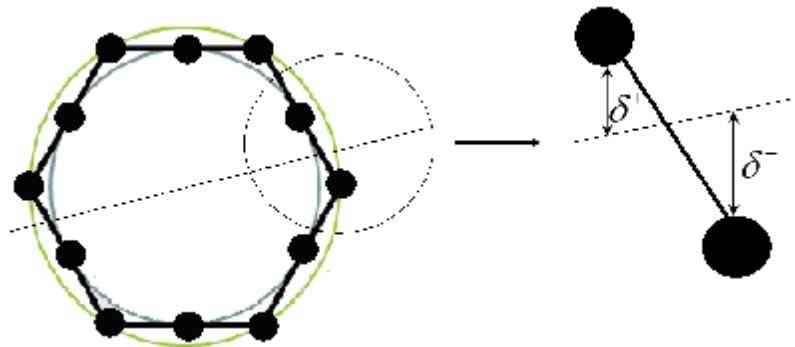


Рис. 4. Абсолютні похибки інтерполяції для двох сусідніх субпікселів

Структурну схему блоку антиаліазингу для розрахунку основної оцінювальної та додаткових оцінювальних функцій, а також визначення інтенсивності кольору пікселя залежно від площі ділянки пікселя зображено на (рис. 5).

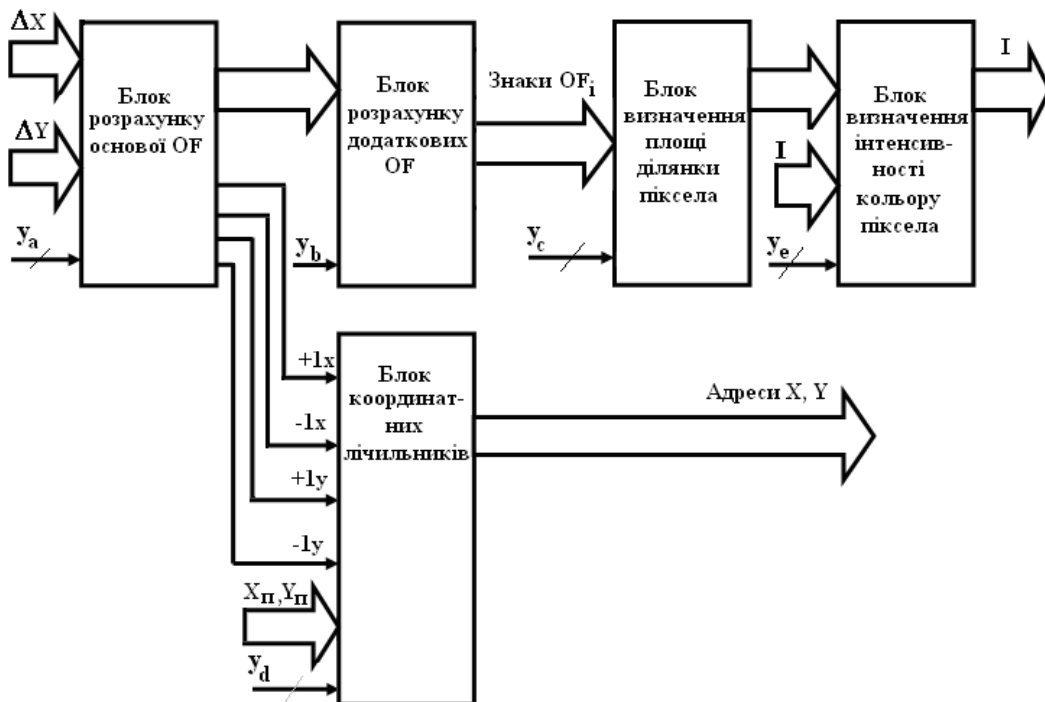


Рис. 5. Структурна схема блоку антиаліазингу

По значеннях приростів  $\Delta x, \Delta y$  розраховується значення основної оцінювальної функції. У блоці розрахунку додаткових оцінювальних функцій визначаються  $OF_1 - OF_{12}$ , по знаках яких ідентифікується випадок перетину пікселя відрізком прямої. У найпростішому випадку блок визначення площі ділянки пікселя можна виконати у вигляді постійного запам'ятовуючого пристрою, на адресні входи якого поступають знаки  $OF_1 - OF_{12}$ .

Гексагональна модель пікселя дозволяє апроксимувати конусну або гаусівську моделі пікселя за рахунок введення додаткових субпікселів і надання їм відповідних ваг, як показано на (рис. 6). Зрозуміло, що по мірі віддалення від центрального пікселя ваги розрядів зменшуються.

У цьому випадку крайові субпіксели використовуються для ідентифікації конкретного випадку перетину пікселя відрізком прямої. У подальшому підсумовуються всі ваги субпікселів, які потрапили у сегмент.

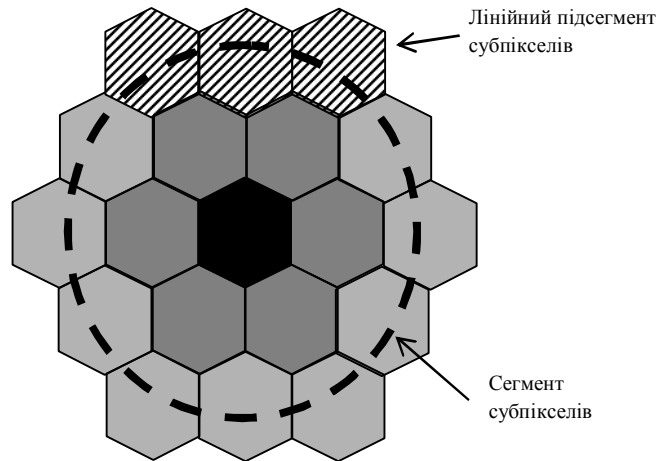


Рис. 6. Розбиття гексагонального пікселя на субпіксели

### Висновки

Запропоновано нову модель пікселя у вигляді гексагону, яка порівняно з найпоширенішою квадратною моделлю є значно точнішою. Розглянуто апроксимацію гексагоном кругової моделі пікселя. Запропоновано для визначення площі сегмента, яку відтинає відрізок прямої, використати додатково розраховані оцінювальні функції для дванадцяти семплів. Розроблено структурну схему пристрою для антиаліазингу.

### Література

1. Woligroski Don. Сглаживание (anti-aliasing) в играх: часть I теоретическая - [Електронний ресурс]; Режим доступу: <http://cheklab.ru/archives/857>
2. Анализ методов сглаживания на основе super-sampling – [Електронний ресурс]; Режим доступу : <http://www.ixbt.com/video/fsaa-an-1.html>
3. Романюк О. Н. Використання конусної моделі пікселя для антиаліазингу відрізків прямих / О. Н. Романюк, М. С. Курінний // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2004. — № 4. — С. 76—81.
4. Фоли Дж., Ван Дем А. Основы интерактивной машинной графики/ Дж. Фоли, А. Ван Дем : Пер. С англ. - М.: Мир, 1985. - 384 с.
5. Романюк О. Н. Суміщення процедур визначення точок траєкторії та їх інтенсивностей кольору під час формування векторів / О. Н. Романюк // Відбір і обробка інформації, № 29(105), 2008. С. 91-95
6. Романюк О. Н. Методи та засоби антиаліазингу контурів об'єктів у системах комп'ютерної графіки. Монографія / О. Н. Романюк, М. С. Курінний. — Вінниця: УНІВЕСУМ-Вінниця, 2006. — 163 с.
7. Романюк О. Н. Антиаліазинг границі кола з використанням модифікованої оцінювальної функції / О. Н. Романюк, М. С. Курінний // Вісник Херсонського державного технічного університету. — 2003. — Вип. 3(19). — С. 206— 208.

### References

1. Don Woligroski. Smoothing (anti-aliasing) in games: a theoretical part - [E resource]; Mode of access: : <http://cheklab.ru/archives/857>
2. Analysis of smoothing methods based on super-sampling - [E resource]; Mode of access: <http://www.ixbt.com/video/fsaa-an-1.html>
3. Romaniuk O. The use of conical models for antyaliayznhu pixel line segments / O. Romaniuk, MS Kurinnyi // Bulletin of Vinnitsa Polytechnic Institute. - 2004. - № 4. - P. 76-81.
4. Foulis J., Van Dam A. Fundamentals of interactiv computer graphics. / J. Foulis, A. van Dam: Trans. C Eng. - Moscow: Mir, 1985. - 384 y .
5. Romaniuk O. Combination of procedures to identify the points of the trajectory and intensity of color formation during vector selection and processing of information, № 29 (105), 2008. P. 91-95
6. Romaniuk O., Kurinnyi MS, Methods and tools antyaliayzhu contours of objects in computer graphics systems. The book, the universe, Vinnitsa, Vinnitsa, 2006 - 163 y.
7. Romaniuk O. Antyaliayznh boundary circle by using the modified assessment tool / O. Romaniuk, MS Kurinnyi // Bulletin of Kherson State Technical University. - 2003. - Vol. 3 (19). - P. 206 - 208.

Рецензія/Peer review : 14.5.2014 р.

Надрукована/Printed :2.7.2014 р.