

ЗАСТОСУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ТА ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ АЛГЕБРАЇЧНИХ ЗАДАЧ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ

Вінницький національний технічний університет

Анотація.

Розглянуто застосування елементів диференціального та інтегрального числення до розв'язування алгебраїчних завдань елементарної математики.

Ключові слова: функція, похідна, інтеграл, монотонність функції.

Abstract.

The application of elements of differential and integral calculus to solving algebraic problems of elementary mathematics is considered.

Key words: function, derivative, integral, monotonicity of a function.

Вступ

Якісна підготовка майбутніх фахівців на рівні міжнародних вимог та вимог ринку праці є одним із важливих завдань закладів вищої освіти України. [1]. Під час навчання в загальноосвітній школі під впливом загального розвитку, первинного орієнтування і залучення до різних сфер праці в учнів виникають і формуються професійні наміри, які з часом переростають у соціально і психологічно обґрунтований вибір професії. [2].

В Вінницькому національному технічному університеті працюють підготовчі курси, які допомагають слухачам курсів зорієнтуватись у виборі майбутнього фаху, а також якісно підготуватись до написання сертифікаційних робіт національного мультипредметного тесту (НМТ) з обов'язкових предметів.

Завдання блоку НМТ з математики складають згідно з Програмою зовнішнього незалежного оцінювання результатів вивчення математики, отриманих на основі повної загальної середньої освіти. Ці завдання охоплюють всі теми з алгебри та геометрії, які вивчаються в середній школі. Організація повторення необхідного теоретичного матеріалу, закріплення навичок розв'язування відповідних завдань, самостійної роботи та контролю знань слухачів підготовчих курсів вимагає відповідних підходів до викладання математики на підготовчих курсах.

Результати досліджень

В програмі НМТ блоку математика є питання з основ диференціального та інтегрального числення. Розглядається застосування похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків, а інтеграл застосовується для обчислення площ криволінійних трапецій.

Розглянемо приклади завдань з інших розділів елементарної математики, при розв'язанні яких можливе застосування похідної та інтеграла.

Приклад 1. Визначити, який із числових виразів більший $1800^{\frac{1}{15}} + 33^{\frac{1}{15}}$ чи $1833^{\frac{1}{15}}$.

Розв'язання. Розглянемо нашу задачу в більш загальному вигляді: визначити знак нерівності $(a^r + b^r) \vee (a + b)^r$. якщо $0 < a < b$ і $0 < r < 1$. Введемо допоміжну функцію $f(x) = x^r + 1 - (x+1)^r$, $x \in (0; 1)$. Знайдемо похідну цієї функції

$$f'(x) = rx^{r-1} - r(x+1)^{r-1} = rx^{r-1} - r\left(\frac{x+1}{x} \cdot x\right)^{r-1} = rx^{r-1} - rx^{r-1}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{r-1} = rx^{r-1}\left(1 - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{r-1}\right).$$

Якщо $x \in (0; 1)$ і $0 < r < 1$, то $f'(x) > 0$. Використаємо необхідну і достатню умову монотонності функції: якщо функція $y = f(x)$, неперервна на деякому проміжку X і в кожній його внутрішній точці

$f'(x) > 0$, то функція зростає на цьому проміжку, якщо $f'(x) < 0$ – спадає. Отже за цією умовою функція $f(x) = x^r + 1 - (x+1)^r$, $x \in (0; 1)$ зростає на даному інтервалі. Оскільки $f(0) = 0$, то $f(x) > 0$ для $x \in (0; 1)$, тобто на цьому інтервалі $x^r + 1 > (x+1)^r$. Нехай $x = \frac{a}{b}$. тоді $\left(\frac{a}{b}\right)^r + 1 > \left(\frac{a}{b} + 1\right)^r$. З цієї нерівності маємо, що $(a^r + b^r) > (a+b)^r$, отже $1800^{\frac{1}{15}} + 33^{\frac{1}{15}} > (1800 + 33)^{\frac{1}{15}}$, тобто $1800^{\frac{1}{15}} + 33^{\frac{1}{15}} > 1833^{\frac{1}{15}}$.

Приклад 2. Знайти всі значення параметра a при яких рівняння $12x^3 + 12ax^2 - 8ax - 3 = 0$ має хоча б один корінь на інтервалі $x \in (0; 1)$.

Розв'язання. Розглянемо функцію $f(x) = 12x^3 + 12ax^2 - 8ax - 3$. Обчислимо $f(0) = 12 \cdot 0^3 + 12a \cdot 0^2 - 8a \cdot 0 - 3 = -3 < 0$. Неперервна функція, $f(x)$, яка зберігає знак на деякому інтервалі не має коренів на цьому інтервалі. Оскільки виконується нерівність $f(0) < 0$ для $x \in (0; 1)$, тоді функція $f(x) = 12x^3 + 12ax^2 - 8ax - 3$, не має коренів на інтервалі $(0; 1)$ і значення інтеграла від цієї функції $\int_0^1 f(t) dt$ буде від'ємним. Обчислимо

$$\int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 (12t^3 + 12at^2 - 8at - 3) dt = (3t^4 + 4at^3 - 4at^2 - 3t) \Big|_0^1 = 0.$$

Отже при довільному $a \in R$ рівняння має хоча б один корінь на інтервалі $x \in (0; 1)$.

Висновки

При вивченні елементів математичного аналізу важливо звертати увагу не тільки на технічний, а і змістовний аспект навчання. Саме вдало підібрані завдання дають можливість захопити учнів навчальним матеріалом, а розв'язування задач сприяє активному засвоєнню теоретичних понять, розвитку інтересу до навчання, формуванню креативності учнів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на 2022-2032 роки. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/286-2022-%D1%80#Text>.
2. Кашканова Г. Г. Особливості формування базових сучасних професійних компетенцій студентів технічного вузу при вивченні загальнотехнічних дисциплін. Матеріали III міжнародної науково-практичної конференції «Сучасна наука та освіта: стан, проблеми, перспективи 20-21 березня 2023 року: збірник наукових праць. Полтава: ЛНУ ім. Т. Шевченка, 2023. С. 57-59.

Кашканова Галина Григорівна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, e-mail: g.kashkanova@vntu.edu.ua

Halyna Kashkanova – PhD in Pedagogy, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, e-mail: g.kashkanova@vntu.edu.ua