

ОЦІНЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗА ГЕОМЕТРИЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ ПЕРЕРІЗУ

¹ Вінницький національний технічний університет;

² ТОВ «САРМАТ ЛТД»

Анотація

Запропоновано визначення напружено-деформованого стану стрижневої конструкції за методом геометричного місця точок. Встановлено зміну показника геометричних властивостей поперечного перерізу. Отримано загальне уявлення про формування сталих величин моментів інерції перерізу. Це відповідає різним загальним видам поперечних перерізів стрижневих конструкцій за рахунок відповідних співвідношень інтегральних функцій.

Ключові слова: метод геометричних точок, геометричні характеристики плоских перерізів, напружено-деформований стан, моменти інерції перерізу.

Abstract

The determination of the stress-strain state of a rod structure by the method of the geometric points is proposed. The change in the index of the geometric properties of the cross-section is established. A general idea of the formation of constant values of the moments of inertia of the section is obtained. This corresponds to various general types of cross-sections of rod structures due to the corresponding ratios of integral functions.

Keywords: method of geometric points, geometric characteristics of plane sections, stress-strain state, moments of inertia of the section.

Вступ

Якісна картина зміни напружень та деформацій в стрижневих конструкціях не може бути отримана без визначення геометричних характеристик перерізу. Для отримання кількісної оцінки інженеру необхідно вміти визначати відповідні значення геометричних властивостей поперечного перерізу стрижня. Геометричні властивості перерізу в курсі механіки матеріалів та конструкцій базуються на знаннях, отриманих в розділах вищої математики, загальної фізики, теоретичної механіки та опору матеріалів [1–3, с. 270].

Метою роботи є розроблення математичної моделі для визначення напружено-деформованого стану з урахуванням геометричних властивостей перерізу на основі методу геометричного місця точок (ГМТ).

Результати дослідження

Для забезпечення надійності експлуатації стрижневої конструкції необхідно визначити напружено-деформований стан. Метод геометричного місця точок може бути використаний при дослідженні геометричних властивостей перерізів. Загальний вигляд функцій, що виражаються інтегралом по площі $F_{(x,y)}$ плоского перерізу стрижня довжиною по осі Z , мають такий вигляд:

$$\Pi_{(z)} = \int_{F_{(z)}} \Phi_{(x,y)} dF$$

В залежності від конкретного вигляду питомої функції $\Phi_{(x,y)}$ можна отримати різні інтегральні характеристики стрижня по довжині OZ , котрі в механіці називають геометричними характеристиками плоских перерізів (ГХПП), а саме площа, статичні моменти, осьові, відцентрові та полярні моменти інерції [4]. Підтвердженням вирішальної значущості є те, що в підручнику з опору матеріалів [4, с. 7] перший розділ присвячено дослідженню ГХПП.

Метод геометричного місця точок (ГМТ), що широко застосовується в математиці, може бути корисним для оцінки ГХПП. У такий спосіб як визначається коло – як геометричне місце точок площини рівновіддалених від однієї точки, яка називається центром кола, можна дати визначення деяких властивостей перерізів плоских фігур, які зазнають деформацій згину, кручення або інших більш складних видів навантаження.

Поняття про полярний момент інерції плоскої фігури зазвичай визначається через осьові моменти інерції і навпаки осьові моменти круга визначають через полярний момент інерції. При цьому визначальним виразом виступає закон інваріантності:

$$J_p = J_x + J_y \quad (1)$$

де J_p – полярний момент інерції;

J_x, J_y – осьові моменти інерції відповідно осей OX та OY .

Тоді постає питання: як знайти геометричне місце точок сталих полярних моментів інерції довільного плоского перерізу?

Якщо позначити через J_{p0} – полярний момент інерції довільного перерізу відносно центра ваги т. O , а через J_p – осьовий момент інерції відносно деякої довільної точки $M(a; b)$ зображеної на рис. 1, то відповідно до (1) маємо:

$$J_p = J_{x1} + J_{y1} = J_x + J_y + (a^2 + b^2)F, \quad (2)$$

де F – площа довільного плоского перерізу.

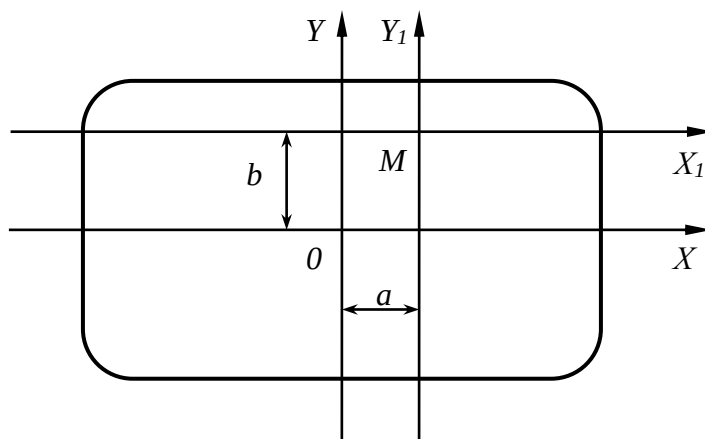


Рис. 1. Довільний плоский переріз стрижня

З виразу (2) маємо:

$$a^2 + b^2 = (J_p - J_{p0})/F \quad (3)$$

Формула (3) визначає коло з радіусом:

$$R^2 = \frac{J_p - J_{p0}}{F}.$$

Тобто, геометричне місце сталих полярних моментів інерції плоского перерізу є множина концентричних кіл з центром в т. O (Рис. 2). Для кожного кола радіус є величиною, що визначається полярним моментом інерції J_p :

$$R = \sqrt{(J_p - J_{p0})/F}$$

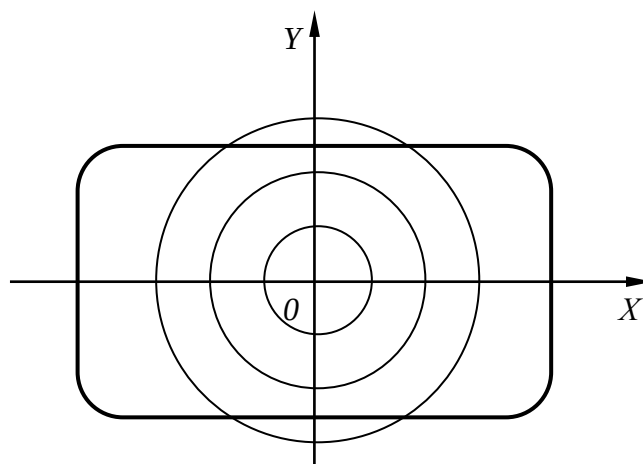


Рис. 2. Множина концентричних кіл з центром в т. 0

З рис. 2 випливає, що метод ГМТ може бути використаний при визначенні геометричних властивостей перерізів. Виконані узагальнення про ГМТ полярних моментів інерції дозволять визначити напружено-деформований стан стрижневої конструкції з метою забезпечення надійності її експлуатації.

Висновки

Встановлено, що запропонований підхід з використанням метода ГМТ дозволяє визначити напружено-деформований стан за рахунок визначення якісного та кількісного оцінювання множини концентрованих кіл та у такий спосіб забезпечити загальне уявлення про геометричні властивості перерізу. Це відповідає різним загальним видам поперечних перерізів стрижневих конструкцій за рахунок відповідних співвідношень інтегральних функцій ГХПП.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Вища математика. Базовий підручник для студентів вищих навчальних закладів / В. Пономаренко, Л. Малярець, А. Бойко та інші: Харків : Фоліо, – 2014. – 434 с.
2. Архіпова Т. Ф. Механіка матеріалів та конструкцій: Лабораторний практикум. – Вінниця: ВНТУ, 2045. – 74 с.
3. Величкович А. С. Опір матеріалів. Збірник тестових завдань. Том 1 : Базові моделі : Навч. посіб. /А. С. Величкович, І. Й. Попадюк, І. П. Шацький та ін. : – Івано-Франківськ : ФІНТУНГ, 2012. – 291 с.
https://iq.vntu.edu.ua/method/getfile.php?fname=69355.pdf&x=1&card_id=88412&id=69355
4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів : Навч. посібник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. – К. : Вища шк., 2004. – 655 с.

Архіпова Тетяна Федорівна – к. т. н., доцент, старший науковий співробітник, факультет машинобудування та транспорту, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: tfarhipova@gmail.com

Архіпов Олексій Валентинович – провідний інженер, ТОВ «Сармат ЛТД», м. Вінниця.

Arhipova Tetiana F. – Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor of Machine Building and Transport, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: tfarhipova@gmail.com

Arhipov Alex V. – Senior Engineer, LTD «Sarmat LTD», Vinnytsia