

ПРИНЦИП НАЙМЕНШОЇ ДІЇ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЦІ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ СУЧАСНИХ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Проаналізовано застосування принципу найменшої дії в електротехніці. Особливу увагу приділено аналізу методів, що базуються на цьому принципі для розв'язання задач оптимізації електроенергетичних систем.

Ключові слова: принцип найменшої дії, принцип Гамільтона-Остроградського, інтегральний варіаційний принцип Гамільтона-Остроградського, оптимізація режимів роботи електроенергетичних систем, економічний струморозподіл.

Abstract

The application of the principle of least action in electrical engineering is analyzed. Special attention is given to methods based on this principle for solving optimization problems in power systems.

Keywords: principle of least action, Hamilton-Ostrogradsky principle, Hamilton-Ostrogradsky variational integral principle, optimization of operating modes of electric power systems, economic load distribution.

Вступ

Принцип найменшої дії (ПНД), який також відомий як принцип стаціонарної дії або принцип Гамільтона-Остроградського — це просте правило, виражене однією формулою, що є найбільш стислим вираженням основних законів природи. ПНД дозволяє математично формулювати і пояснювати ключові закони фізики, зокрема класичної механіки, оптики, електродинаміки, термодинаміки, квантової механіки та теорії поля.

Окрім того, ПНД широко використовується для вирішення різноманітних інженерних задач оптимального управління і також має значні перспективи в прикладних галузях, зокрема в енергетиці та електротехніці [1].

Основна частина

Відомо, що основною величиною в лагранжевій механіці є лагранжіан — функція, що визначається як різниця між кінетичною та потенціальною енергіями системи [2].

$$L = W_K - W_P, \quad (1)$$

де L - лагранжіан, W_K - кінетична енергія, W_P - потенціальна енергія.

Функція Лагранжа є функцією узагальнених координат $q_i(t)$, узагальнених швидкостей $\dot{q}_i(t)$ та часу t і записується в наступній формі

$$L(q_i(t), \dot{q}_i(t), t), \quad (2)$$

де $i = 1, 2 \dots n$ — число ступенів свободи механічної системи.

Згідно з принципом найменшої дії, серед усіх можливих траєкторій системи в конфігураційному просторі між двома фіксованими моментами часу t_1 та t_2 реалізується та, яка відповідає стаціонарному значенню (як правило, мініимальному) функціоналу S , який також називають дією. Таким чином, S є функціоналом від i функціональних змінних $q_i(t)$ [3]

$$S[q_1(t), q_2(t) \dots q_i(t)] = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i(t), q'_i(t), t) dt \quad (3)$$

Доведено, що необхідними та достатніми умовами стаціонарності функціонала S , отриманими за допомогою методів варіаційного числення, є виконання диференціального рівняння Ейлера-Лагранжа [4]. Для системи з одним ступенем свободи воно має вигляд

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial q'} = 0 \quad (4)$$

Це рівняння є основою класичної механіки, аналітичної механіки та широко застосовується в інших галузях фізики, таких як оптика, електродинаміка, квантова механіка, релятивістська механіка та теорія поля [5].

Важливим досягненням на шляху до прикладного застосування ПНД в електротехніці стала побудова електромеханічної аналогії та припущення можливості застосування рівнянь аналітичної механіки до електричних кіл. Показано, що диференціальні рівняння для паралельних та послідовних RLC-коливальних контурів, мають вигляд аналогічний до диференціальних рівнянь, що описують колювання механічних систем. Крім того, доведено, що на основі ПНД можуть бути отримані перший і другий закони Кірхгофа [2].

На основі ПНД виводиться рівняння Ейлера для усталеного режиму електроенергетичної системи (ЕЕС) з активними і реактивними елементами, джерелами енергії та споживачами. В такому випадку це виведення відбувається з використанням модифікованого лагранжіана

$$L(q(t), q'(t), t) = W_L - W_C + W_R + W_e, \quad (5)$$

де W_L - енергія магнітного поля індуктивних елементів (кінетична), W_C - енергія електричного поля ємнісних елементів (потенціальна), W_R - енергія дисипації, яка перетворюється на тепло, W_e - енергія, що надходить від джерел енергії і поглинається електроспоживачами.

Оскільки в усталеному режимі електроенергетичної системи генерація та споживання збалансовані, варіативною складовою залишається лише енергія внутрішньої та зовнішньої дисипації. Мінімізація цієї варіації в замкненій системі можлива шляхом перерозподілу електроенергії між джерелами та споживачами, що відповідає досягненню стаціонарного (мінімального) значення функції енергії дисипації.

В такому випадку функція Лагранжа, в яку входить тільки енергія дисипації, для досягнення стаціонарного значення дії S має задовільняти трансформоване з (4) рівняння Ейлера

$$-\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_R}{\partial I} \right) = 0 \quad (6)$$

де I – діюче значення струму, значення якого в часі змінюється у відповідності до зміни генерування і споживання електроенергії [2].

Таким чином, оптимальний розподіл навантаження між електростанціями в енергосистемі можна моделювати на основі принципу найменшої дії. У такій моделі електростанція розглядається як узагальнений активний опір, де, наприклад, вартість втрат електроенергії еквівалентна витратам на її виробництво. Визначення оптимального навантаження зводиться до розрахунку усталеного режиму ЕЕС за її еквівалентною r -схемою, яка складається тільки із активних опорів елементів мережі та узагальнених активних опорів станцій. Відповідно, активний опір станції має назву “економічний опір”, а найоптимальніший розподіл навантаження між станціями — “економічний струморозподіл”. Варто відмітити, що саме економічний струморозподіл забезпечує найменші втрати активної потужності, а різні методики розрахунку такого режиму є широко відомими.

Оптимізаційна задача для ЕЕС на основі ПНД в загальному вигляді може бути сформульована як задача наближення поточного режиму ЕЕС до економічного (ідеального з позиції втрат електроенергії)

$$F(x, u, t) \rightarrow F(x_e, u_e, t) \text{ за умови } x \in D_x, u \in D_u, \quad (7)$$

де x і x_e – параметри режиму ЕЕС в поточному і економічному станах; u і u_e – параметри керування ЕЕС, зміна яких з u на u_e наближає стан ЕЕС до економічного; D_x , D_u – допустимі області параметрів режиму x і параметрів керування u .

Залежно від заданого критерію оптимальності, на основі ПНД отримані вирази для економічних опорів, які включають різні техніко-економічні параметри, наприклад: потоки перетікання активної та реактивної потужності, коефіцієнт потужності для електростанцій, вартість втрат електроенергії, ціну 1 кВт·год електроенергії, поточний річний прибуток, річні амортизаційні відрахування на реновацію, податок на прибуток, річні витрати на обслуговування кредиту та інші [6].

Висновки

На основі проведеного аналізу можна зробити висновок, що принцип найменшої дії є універсальним методом дослідження фізичних систем, зокрема електроенергетичних.

Застосування ПНД в оптимізації режимів роботи ЕЕС дозволяє розробляти економічно ефективні методики розподілу навантаження, зменшувати втрати активної потужності, підвищувати загальну ефективність енергетичних процесів та розв'язувати складні техніко-економічні оптимізаційні задачі. Використання економічних опорів як узагальнених параметрів моделювання режимів енергосистеми відкриває можливості для розробки нових способів оптимізації управління сучасними електроенергетичними системами, що є критично важливим у новітніх умовах розвитку енергетики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Coopersmith J. The Lazy Universe. An introduction to the principle of least action / Jennifer Coopersmith. - Oxford : Oxford University Press, 2017. - 280 p.
2. Лежнюк П. Д. Принцип найменшої дії в електротехніці та електроенергетиці : монографія / П.Д. Лежнюк, В.В. Кулик, В.В. Нетребський, В.В. Тепля. - Вінниця : ВНТУ, 2014. - 211 с.
3. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Підручник / Моклячук Михайло Павлович. - Київ : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2009. - 380 с.
4. Susskind L., Hrabovsky G. Classical mechanics: The theoretical minimum / Susskind Leonard, Hrabovsky George. - London : Penguin Books, 2014. - 256 p.
5. Feynman R. The Feynman lectures on physics. Mainly electromagnetism and matter / R.Feynman, R.Leiton, M.Sends. Oxnard : Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1964. - 536 p.
6. Лежнюк П.Д., Нагул В.І., Нетребський В.В. Метод та алгоритм оптимального керування режимами ЕЕС на підставі принципу найменшої дії /П.Д. Лежнюк, В.І. Нагул, В.В. Нетребський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2012, № 3. - С. 85-88.

Залізник Максим Пилипович - аспірант кафедри електричних станцій та систем, факультет електроенергетики та електромеханіки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: mzaliznyak2013@gmail.com.

Нетребський Володимир Васильович - кандидат технічних наук, доцент, факультет електроенергетики та електромеханіки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: netrebskiy@ukr.net.

Таранюк Ярослав Сергійович - асистент, факультет електроенергетики та електромеханіки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: vinyar155@gmail.com.

Maksym ZALIZNYAK – PhD student at the Department of Electrical Power Stations and Systems, Faculty of Electrical Power Engineering and Electromechanics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: mzaliznyak2013@gmail.com.

Volodymyr NETREBSKYI – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Faculty of Electrical Power Engineering and Electromechanics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: netrebskiy@ukr.net.

Yaroslav TARANIUK – assistant, Faculty of Electrical Power Engineering and Electromechanics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vinyar155@gmail.com.