

РОЗШИРЕННЯ ЗАСТОСУВАННЯ КОРЕНЕВИХ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі розглянуто застосування кореневих показників якості для аналізу динамічних систем. Запропоновано методику визначення коефіцієнта перерегулювання коливальної ланки через корені характеристичного рівняння. Використання цього підходу дозволяє отримати точні результати без необхідності побудови часових характеристик. Описано практичні аспекти застосування методу та його переваги у порівнянні з традиційними підходами.

Ключові слова: кореневі показники якості, коефіцієнт перерегулювання, характеристичне рівняння, динамічні системи, автоматичне управління.

Abstract

The paper considers the application of root quality indicators for the analysis of dynamic systems. A method for determining the overshoot coefficient of an oscillatory link through the roots of the characteristic equation is proposed. The use of this approach allows obtaining accurate results without the need to construct time characteristics. Practical aspects of the method's application and its advantages compared to traditional approaches are described.

Keywords: root quality indicators, overshoot coefficient, characteristic equation, dynamic systems, automatic control.

Вступ

Оцінювання якості динамічних систем є важливим аспектом їх аналізу та проектування. В даній роботі розглядається метод визначення коефіцієнта перерегулювання коливальної ланки за коренями її характеристичного рівняння.

Мета роботи

Мета роботи полягає в розширенні застосування кореневих показників якості для аналізу динамічних систем. Використання кореневого підходу дозволяє оцінювати характеристики систем без необхідності побудови часових характеристик, що значно спрощує аналіз складних систем автоматичного управління.

Результати

Визначаємо коефіцієнт перерегулювання коливальної ланки, яка представлена передатною функцією:

$$W = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \quad (1)$$

де $0 < \xi < 1$ - коливальна ланка, якщо $\xi = 0$ - консервативна ланка, $\xi = 1$ - аперіодична другого порядку.

Визначити один із прямих показників якості ланки, перерегулювання, можна за відомим виразом. Загальна формула для визначення перерегулювання:

$$\sigma_m = \frac{h_m - h_{уст}}{h_{уст}} 100\%. \quad (2)$$

де h_{max} - максимальне значення перехідної характеристики; $h_{уст}$ - усталене значення $h_{уст} = h(\infty)$.

Для коливальної ланки перерегулювання σ_m можна визначити за формулою:

$$\sigma = e^{-\pi(\xi/\sqrt{1-\xi^2})} 100\%; \quad (3)$$

Але іноді, коли відомі корені характеристичного рівняння передаточної функції коливальної ланки, бажано отримати числове значення перерегулювання без побудови перехідної характеристики:

$$h(t) = K \left(1 - e^{-\frac{\xi}{T}t} \left(\cos\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right) \right) \right) \quad (4)$$

або без представлення передатної функції в класичній формі $W = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$.

Для отримання виразу перерегулювання через корені характеристичного рівняння пропонується наступне.

Запишемо корені характеристичного рівняння коливальної ланки у формі:

$$k1 = \frac{-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}}{T} = \frac{-\xi}{T} + \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}; \quad (5)$$

$$k2 = \frac{-\xi}{T} - \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T} \quad (6)$$

Находимо суму та різницю коренів:

$$k2 + k1 = \frac{-2\xi}{T} \quad (7)$$

$$k2 - k1 = -2 \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T} \quad (8)$$

З рівняння (7) визначаємо коефіцієнт демпфування ξ :

$$\xi = -\frac{T(k2+k1)}{2}, \quad (9)$$

З рівняння (8) визначаємо $\sqrt{1 - \xi^2}$:

$$\sqrt{1 - \xi^2} = -j\sqrt{\xi^2 - 1} = jT \frac{(k2 - k1)}{2} \quad (10)$$

Підставляємо отримані вирази у вираз (3):

$$\sigma = \exp\left(-\pi \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) 100\% = \exp\left(-\pi \frac{T(k2+k1)}{jT \frac{(k2 - k1)}{2}}\right) 100\% = \exp\left(\pi \frac{(k2+k1)}{j(k2 - k1)}\right) 100\% \quad (11)$$

Корені характеристичного рівняння є комплексно-спряженими числами: $k1 = -a + jb$; $k2 = -a - jb$, підставимо в рівняння (11) і отримаємо вираз (12):

$$\sigma = \exp\left(\pi \frac{-2a}{j(-2jb)}\right) 100\% = \exp\left(-\pi \frac{a}{b}\right) 100\% \quad (12)$$

Таким чином, отримана формула дозволяє безпосередньо обчислювати коефіцієнт перерегулювання за коренями характеристичного рівняння без необхідності побудови графіка перехідної характеристики або використання складних чисельних методів.

Висновок

Таким способом отримана формула визначення коефіцієнта перерегулювання коливальної ланки за відомими коренями характеристичного рівняння. При визначенні параметрів якості кореневим способом отриманою формулою буде зручно користуватися. Використання цього підходу дає можливість швидко аналізувати поведінку системи, що є особливо корисним при проектуванні систем автоматичного управління та оптимізації їх параметрів.

Подальше дослідження може бути спрямоване на застосування запропонованої методики для аналізу систем більш високого порядку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: Підручник. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К.: Либідь, 2007. – 656 с..
2. Теорія автоматичного управління : курс лекцій / Т. М. Боровська – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 253 с.р.
3. ДСТУ ГОСТ 7.1:2006. Система стандартів з інформації, бібліотечної та видавничої справи. Бібліографічний запис.

Присяжнюк Василь Васильович – старший викладач кафедри системного аналізу та інформаційних технологій, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

Кримчук Олександр Валерійович – студент групи ІАКІТ-22б, факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: krymchuk.o@gmail.com

Prisiazhniuk Vasyl V. – senior lecturer of the department of system analysis and information technologies, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Krymchuk Oleksandr V. – student of group ІАКІТ-22b, Faculty of Intelligent Information Technologies and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: krymchuk.o@gmail.com