

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Б. І. Мокін, О. О. Войцеховська, О. Б. Мокін

**СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ
ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ
В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ**

Монографія

Вінниця
ВНТУ
2024

УДК 303.732.4:378-047.22
М 74

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 31 жовтня 2024 р.)

Рецензенти:

Р. Н. Квєтний, доктор технічних наук, професор

А. Я. Кулик, доктор технічних наук, професор

Мокін, Б. І.

М74 Системний аналіз процесу здобування знань в університетському середовищі : монографія / Б. І. Мокін, О. О. Войцеховська, О. Б. Мокін. – Вінниця : ВНТУ, 2024. – 166 с.

ISBN 978-966-641-969-2

В монографії представлені результати системного дослідження процесу здобування знань в університетському середовищі. Здійснено системний аналіз процесу здобування знань в університетському середовищі – від постановки задачі до синтезу та ідентифікації математичних моделей процесу здобування знань в університетському середовищі. Монографія розрахована на науковців, студентів та аспірантів, які свої дослідження здійснюють в напрямку аналізу процесу здобування знань в закладах вищої освіти із застосуванням методології системного аналізу.

УДК 303.732.4:378-047.22

ISBN 978-966-641-969-2

© Б. Мокін, О. Войцеховська, О. Мокін, 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. ПЕРШИЙ ЕТАП СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....	27
1.1. Постановка задач дослідження ПЗЗУС	27
1.2. Формування критеріїв для оцінки результатів дослідження ...	29
РОЗДІЛ 2. ДРУГИЙ ЕТАП СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....	31
2.1. Виділення ПЗЗУС як об'єкта дослідження із навколишнього середовища.....	31
2.2. Структуризація ПЗЗУС та форматування множини змінних, які характеризують взаємодію внутрішніх складових ПЗЗУС, та множини змінних, які характеризують взаємодію об'єкта дослідження з навколишнім середовищем.....	32
2.3. Синергетизація ПЗЗУС.....	41
2.4. Форматування обмежень.....	47
РОЗДІЛ 3. СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПЗЗУС НА ТРЕТЬОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....	51
3.1. Удосконалення моделі процесу забування знань шляхом трансформації «кривої забування» Еббінгауза в «смуги забування».....	51
3.2. Удосконалення моделі процесу здобування знань шляхом трансформації моделі Пріснякової до реальних умов надходження знань від їх джерела	66
3.3. Синтез математичної моделі ПЗЗУС, що враховує вплив повторення ключових понять матеріалу, викладеного лектором студентам на попередніх лекціях, на ступінь засвоєння ними нового матеріалу, який лектор доносить їм на лекції поточній.....	73
3.4. Трансформація моделей ПЗЗУС на фазову площину	79
3.5. Синтез нечіткої математичної моделі для чіткого оцінювання якості навчального процесу в онлайн-режимі	83

РОЗДІЛ 4. ІДЕНТИФІКАЦІЯ СИНТЕЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПЗЗУС НА ЧЕТВЕРТОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ОБЛАСТЕЙ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ ПЗЗУС.....	90
4.1. Дослідження критеріїв на пріоритетність	90
4.2. Ідентифікація моделей у вигляді «смуг забування» та рекомендації по їх практичному застосуванню.....	99
4.3. Якісна інтерпретація результатів моделювання на фазовій площині	106
4.4. Адаптація нечіткої математичної моделі для чіткого оцінювання якості навчального процесу в онлайн-режимі.....	108
4.4.1. Постановка задачі адаптації.....	108
4.4.2. Адаптація методики чіткого оцінювання на нечітких моделях	112
4.5. Метод створення повноцінної бази даних, необхідних для ідентифікації законів розподілу випадкових величин для задач оцінки якості теоретичної та практичної підготовки студентів неповноформатних груп.....	116
4.5.1. Еквівалентування моделей законів розподілу випадкових величин.....	116
4.5.2. Методика створення повноцінної бази даних в задачах оцінки якості теоретичної та практичної підготовки студентів ..	124
4.6. Системний аналіз характеру особливих точок та траєкторій ПЗЗУС на фазовій площині.....	127
4.6.1. Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни.....	127
4.6.2. Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни студентом середніх здібностей.....	133
4.6.3. Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібним студентом	143
РОЗДІЛ 5. УЗАГАЛЬНЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	156
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	161

ВСТУП

Протягом достатньо значного відрізка часу групою науковців Вінницького національного технічного університету за програмою роботи науково-дослідної лабораторії «Проблем вищої школи» (НДЛ ПВШ), що була створена спільним наказом ректора ВНТУ, академіка НАПН України Бориса Мокіна та директора Інституту педагогічної освіти і освіти дорослих НАПН України, академіка НАПН України Івана Зязюна, здійснювались дослідження процесів засвоєння студентами закладів вищої освіти (ЗВО) знань, які вони отримували від викладачів на лекціях і практичних заняттях з певних навчальних дисциплін.

Частина результатів цих досліджень, що присвячена моделюванню процесів забування інформації, отриманої студентами на лекціях та практичних заняттях, була опублікована протягом 2010-2021 років в ряді наших наукових праць, у тому числі і в роботах [1] – [12].

В цих та інших публікаціях вчених з наукової школи академіка НАПН України, доктора технічних наук, професора Бориса Мокіна досліджено синергетичний ефект взаємодії студентів і викладачів університету, зокрема побудована структура університету як синергетичної багатозв'язної ієрархічної логіко-динамічної стохастичної системи у найбільш узагальненому вигляді (рис. В.1).

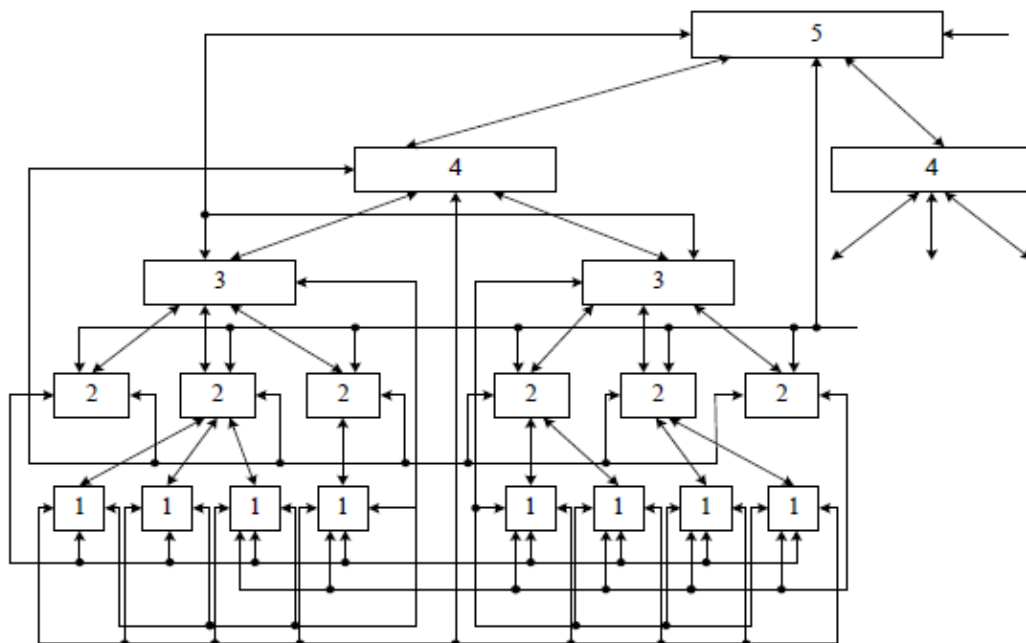


Рисунок В.1 – Структура університету як багатозв'язної ієрархічної системи

На рис. В.1 позначено: 1 – академічні групи; 2 – кафедри; 3 – органи управління і забезпечення факультетів; 4 – органи управління і забезпечення інститутів; 5 – органи управління і забезпечення університету в цілому.

Також в цих публікаціях створені узагальнені математичні моделі окремого студента та академічної групи студентів, окремого викладача та кафедрального колективу викладачів.

Розкрита структура синергетичної взаємодії викладачів та студентів університету на рівні кафедр і академічних груп, які знаходяться відповідно на 1-му та 2-му рівнях ієрархії синергетичної системи (рис. В.2), що будуть висвітлені нами в наступних розділах монографії в силу їх важливості і вагомості більш детально.

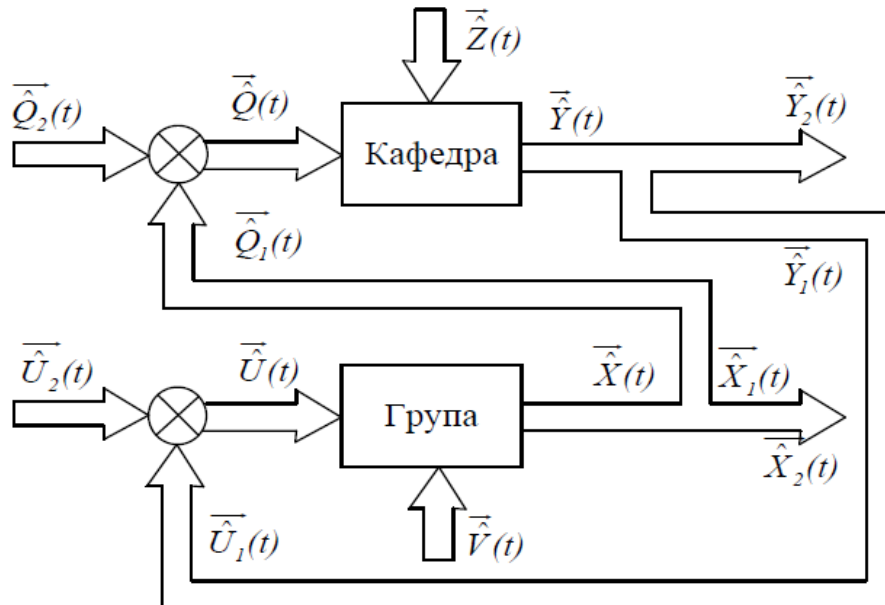


Рисунок В.2 – Структура взаємодії кафедри з академічною групою, як комплексних об'єктів 2-го та 1-го рівнів ієрархії синергетичної системи

В цих публікаціях побудовані узагальнені математичні моделі та внутрішні структури факультетів і інститутів як складових, відповідно, 3-го та 4-го рівнів ієрархії університету за умови, що університет розглядається як синергетична багатозв'язна ієрархічна логіко-динамічна стохастична система, в якій на 3-му рівні ієрархії системи, знаходяться органи управління і забезпечення факультетів, а на 4-му – органи управління і забезпечення інститутів.

Внутрішня структура структурного блоку Ф (органи управління і забезпечення факультетів) показана на рис. В.3.

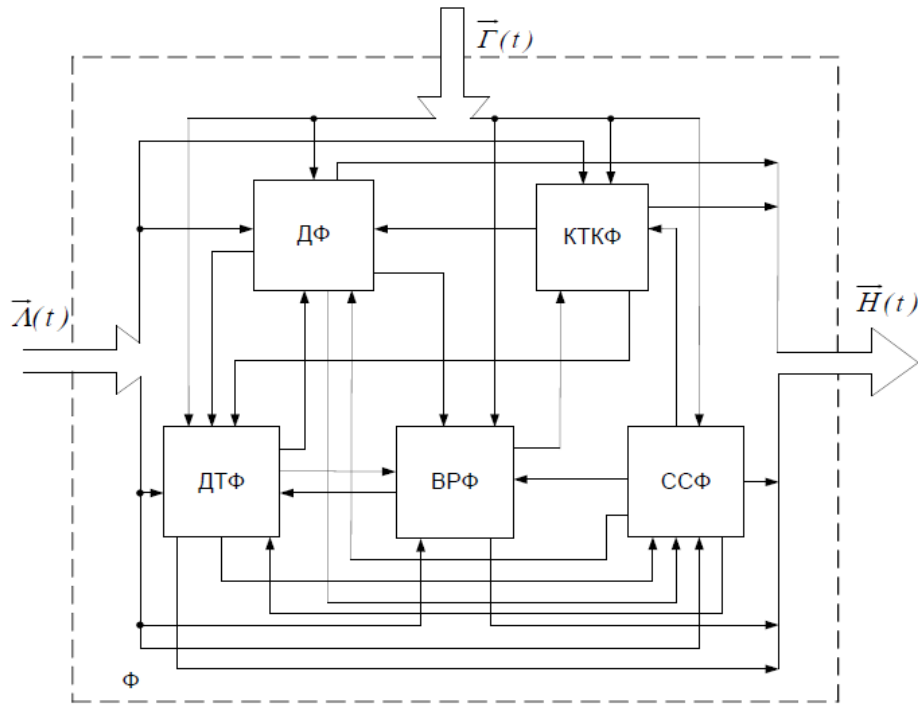


Рисунок В.3 – Внутрішня структура структурного блока Φ , який на 3-му рівні ієрархії університету уособлює в собі органи управління і забезпечення факультету

Як відомо, очолює факультет декан (ДФ), який обирається конференцією трудового колективу факультету (КТКФ) і керує як Вченою радою факультету (ВРФ), яка є виборчим дорадчим органом, так і деканатом (ДТФ), котрий є виконавчим органом, що складається з працівників, які призначаються наказами ректора. Усі ці органи взаємодіють як між собою, так і з органами студентського самоврядування факультету (ССФ).

Також в цих публікаціях синтезована узагальнена структура синергетичної взаємодії на рівні факультетів і інститутів університетської системи, у тому числі запропоновано математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині, фазовими координатами якої є відносна кількість знань, отримуваних студентом від викладача під час аудиторних занять, та відносна кількість знань, яку він отримує в результаті самостійної роботи, а також синтезовані математичні моделі процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині для i -го часового напівінтервалу протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає, а також з використанням «кривої забування» Г. Еббінгауза досліджено вплив

синергетичної складової у математичній моделі на основі диференціального рівняння процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни.

Показано, що, якби студент в міжлекційний період нічого не забував, то графік процесу засвоєння ним цієї навчальної дисципліни мав би вигляд «сходинкової кривої» 1 на рис. В.4.

А якби студент не мав синергетичної складової і математична модель процесу забування отриманих на лекції від викладача знань у міжлекційний період мала вигляд:

$$\frac{dx_1^*}{dt} = -\alpha_{11}x_1^*, \quad (\text{В.1})$$

то графік процесу засвоєння ним цієї навчальної дисципліни мав би вигляд «пилкоподібної кривої» 2 на рис. В.4.

Але, оскільки процес забування інформації, отриманої студентом від викладача на лекції, у міжлекційний період відбувається за «кривою забування» Г. Еббінгауза, то графік процесу засвоєння студентом цієї навчальної дисципліни матиме вигляд «пилкоподібної кривої» 3 на рис. В. 4.

Із графіків, приведених на рис. В.4, видно, що без синергетичної складової, обумовленої впливом тих доз знань, які самостійно набуваються у міжлекційний період шляхом спонтанного згадування почутого на лекції, у студента у пам'яті у кінці триместру від прослуховування лекцій викладача залишиться не більше 5 % від тієї кількості знань, яку необхідно засвоїти згідно з програмою навчальної дисципліни. Але і з врахуванням спонтанної синергетичної складової знань у студента в кінці триместру у пам'яті залишиться теж не дуже багато, а точніше, не більше 27 % від планової програмної кількості. І лише завдяки цілеспрямованому і систематичному самостійному засвоєнню студентом частини знань з навчальної дисципліни в кожен міжлекційний період у кінці триместру у його пам'яті закріпиться більше 27 % від запланованої програмою до засвоєння кількості знань.

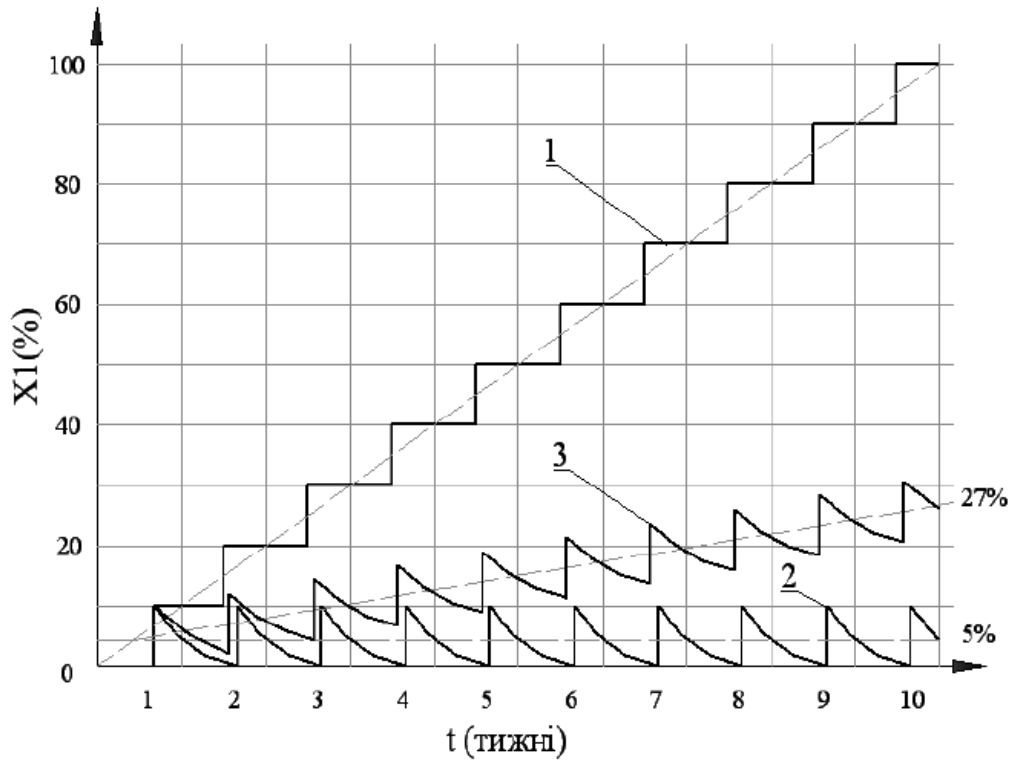


Рисунок В.4 – Графіки можливих траєкторій процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни протягом 10-тижневого триместру та їх трендів

Нами показано, що процес засвоєння студентом програми навчальної дисципліни у міжлекційний період 10-тижневого триместру з однією лекцією на кожному тижні не затухає до нуля у кінці першого періоду після першої лекції, а у пам'яті студента згідно з «кривою забування» Г. Еббінгауза залишається через тиждень після прослуховування лекції (тобто, через 168 годин) 18 % від тієї кількості знань, які він отримав на цій лекції. І тому цей процес може бути описаний функцією, що має вигляд:

$$x_1(t) = 10e^{(-\alpha_{11} + \alpha_{12}x_2)t}, \quad (B.2)$$

у якій

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= 0,08013, \\ \alpha_{12}x_2 &= 0,06980. \end{aligned} \quad (B.3)$$

На рис. В.5 представлені графіки процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у перший міжлекційний період в разі самостійного вивчення матеріалу, викладеного на першій лекції, через три дні

після неї (суцільна крива 1) та за дві години до наступної лекції (штрихова крива 2).

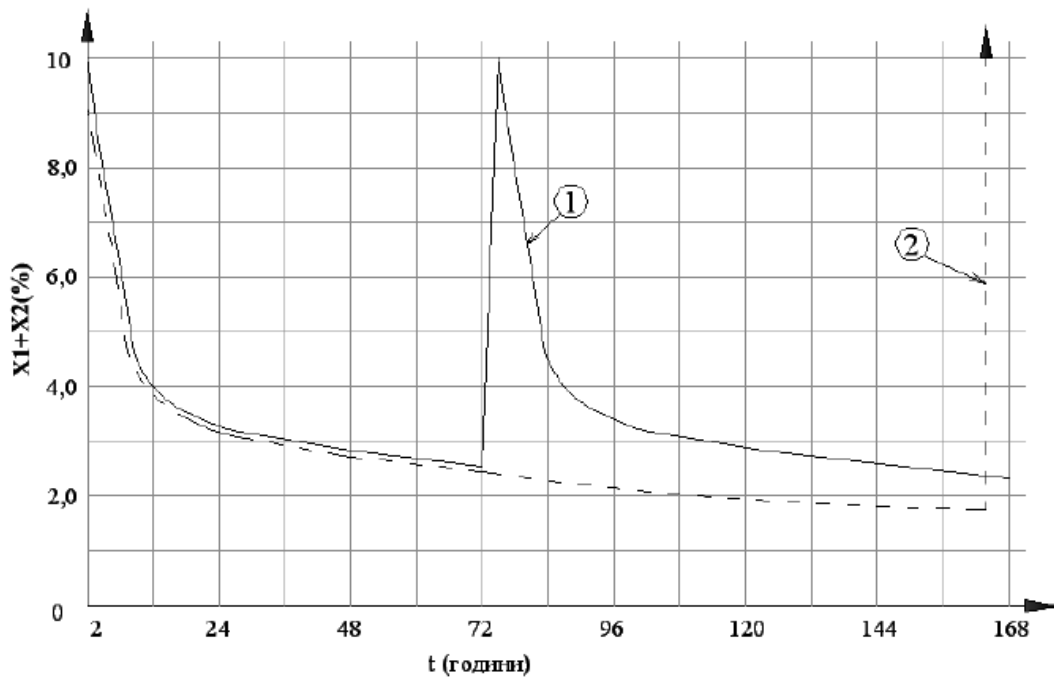


Рисунок В.5 – Графіки процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у перший міжлекційний період в разі самостійного вивчення матеріалу, викладеного на першій лекції, через три дні після неї (суцільна крива 1) та за дві години до наступної лекції (штрихова крива 2)

Цілком очевидно, що графіки процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни після наступних лекцій у наступних міжлекційних періодах будуть мати аналогічний вигляд. А тому графіки процесу засвоєння цієї навчальної дисципліни протягом триместру виглядатимуть так, як показано на рис. В.6, на якому суцільною лінією 1 зображено графік процесу засвоєння навчальної дисципліни у разі, якщо самостійно студент вивчатиме матеріал кожної лекції через три дні після її прослуховування, а штриховою лінією 2 зображено графік процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у разі, якщо самостійно студент вивчатиме матеріал кожної лекції за дві години до наступної лекції.

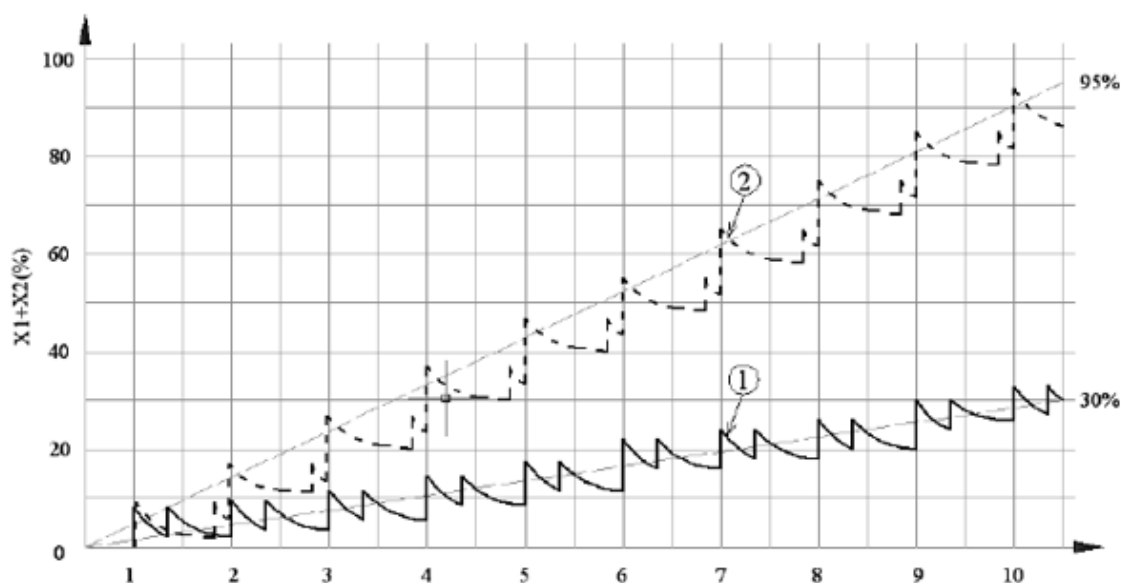


Рисунок В.6 – Графіки процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни для двох вищевказаних варіантів її вивчення ним самостійно у міжлекційні періоди

Тож цілком очевидно, що чим ближче до наступної лекції студент самостійно відновлює знання, отримані на попередній лекції, тим більшу кількість знань з даної навчальної дисципліни він матиме у кінці триместру.

Важливу роль у функціонуванні будь-якої організації відіграють інтелектуальний капітал і людські ресурси, які є безпосередньою рушійною силою розвитку системи. Проблема ефективного управління науково-педагогічним персоналом у закладах вищої освіти України відноситься до числа найбільш актуальних, оскільки від якості її розв'язання суттєво залежить соціально-економічний та науково-технічний розвиток держави. А одним із головних завдань при розв'язанні цієї проблеми є вдосконалення системи мотивації та підвищення задоволеності працею науково-педагогічного персоналу. Незважаючи на вже досягнуті результати, отримані при розв'язанні згаданої проблеми, ряд її аспектів потребують подальшого дослідження. Зокрема, недостатньо розробленими залишаються питання адекватного оцінювання та мотивації ефективної діяльності науково-педагогічних працівників закладів вищої освіти. Саме тому актуальною є задача формування і застосування ефективних науково обґрунтованих математичних моделей оцінювання діяльності науково-педагогічного персоналу ЗВО, придатних для управління ефективністю цієї діяльності.

У нашій науковій школі синтезовано структури систем управління ефективністю діяльності професорсько-викладацького складу ЗВО за трьома напрямками – підготовки кваліфікованих науково-педагогічних кадрів та високоякісної наукової продукції, створення нових інформаційних технологій навчання, виховної роботи зі студентами; розроблено математичну модель системи рейтингового управління ефективністю діяльності науково-педагогічного персоналу ЗВО у напрямку підготовки науково-педагогічних кадрів вищої кваліфікації, що ґрунтується на сингулярних стохастичних процесах з керованим трендом; розроблено нові математичні моделі для систем рейтингового управління ефективністю діяльності науково-педагогічного персоналу ЗВО у напрямках створення освітніх інформаційних технологій та виховання студентів, основані на нечітких множинах і теорії лінгвістичної змінної; створено бази знань для ідентифікації моделей та реалізації рейтингового управління науково-педагогічним персоналом ЗВО в трьох вказаних напрямках діяльності; запропоновано систему матеріального стимулювання професорсько-викладацького складу ЗВО, в основу якої покладено розроблені авторами цього дослідження структури систем управління та економіко-математичні моделі.

З використання сформульованих вище теоретичних посилок нами синтезовано систему управління ефективністю діяльності докторів наук, професорів закладів вищої освіти у напрямку підготовки ними висококваліфікованих науково-педагогічних кадрів та створення високоякісної наукової продукції з написанням і виданням монографій на заключному етапі досліджень. Запропоновано узагальнену математичну модель синтезованої системи, наповнення конкретним змістом якої приведе до ідентифікації цієї системи та алгоритмізації процесів управління. Запропонована методика оцінки ефективності діяльності елітної складової персоналу ЗВО, професорів та докторів наук, у напрямку підготовки висококваліфікованих науково-педагогічних кадрів та випуску високоякісної наукової продукції, яка, на наш погляд, дає змогу отримати достовірні та об'єктивні результати по даній категорії працівників ЗВО і визначити адекватний розмір надбавок за ефективну діяльність за запропонованим нами критерієм.

Визначено у нашій науковій школі критерії оцінювання ефективності діяльності науково-педагогічного персоналу ЗВО зі створення навчально-методичної бази для реалізації технології дистанційного

навчання і проведено адаптацію нечітких математичних моделей до умов оцінювання видів навчально-методичної діяльності науково-педагогічного персоналу ЗВО. Побудовано методику оцінювання видів навчально-методичної діяльності науково-педагогічного персоналу ЗВО, які можуть бути використані у процесі реалізації технології дистанційного навчання.

Дослідженню проблем фінансування вищої освіти у нашій науковій школі також приділено достатньо уваги, особливо в частині побудови узагальнених математичних моделей, та розкрита внутрішня структура складових ієрархічної синергетичної університетської системи на 5-му рівні ієрархії, на якому знаходяться органи управління і матеріального та фінансового забезпечення університету в цілому (блок УЗУ), які замикають університетську синергетичну систему; з'ясовані особливості взаємодії складових 5-го рівня ієрархії синергетичної університетської системи між собою.

Розкриваючи внутрішню структуру блоку УЗУ, звертаємо увагу, що університет очолює ректор (Р), який обирається колективом або конференцією трудового колективу університету (ККУ) і який разом з проректорами, котрі є його заступниками за основними напрямками діяльності університету, та головним бухгалтером (ГБ), складає ядро ректорату (РТ) – основного колективного органу виконавчої влади в університеті.

Як правило, до складу ректорату входять також директори навчально-наукових (ДННІ) та інтегруючих (ДІІ) інститутів і керівники адміністративно-управлінських відділів, які за статутом не через проректорів і головного бухгалтера, а безпосередньо підпорядковані ректору – це відділ кадрів (ВК), 1-й відділ (1В), 2-й відділ (2В), юридичний відділ (ЮВ), планово-фінансовий відділ (ПФВ), приймальна комісія (ПК), канцелярія (К), архів (А), відділ техніки безпеки (ТБ) та штаб цивільної оборони (ЦО). Оскільки згідно з міжнародним визначенням університет є регіональним центром вищої освіти, науки і інновацій, а також центром культурно-виховної роботи, то ректор університету зобов'язаний мати як мінімум трьох проректорів – з навчальної та методичної роботи (ПНМ), з наукової та інноваційної роботи (ПНР) та з виховної роботи (ПВР). Але, якщо університет не є карликовим і має розвинену інфраструктуру, то ректору потрібен ще й проректор з адміністративно-господарської роботи (ПАГ). Ну і ті університети, які є

членами міжнародних освітніх асоціацій та консорціумів, створюваних під спільні освітні або наукові проекти, а також центрами підготовки кадрів для інших країн, не можуть ефективно здійснювати цю діяльність, не маючи проректора з міжнародних зв'язків та внутрішньої і зовнішньої інтеграції (ПМЗІ).

Внутрішня структура ректорату РТ університету, як підсистеми блоку УЗУ на прикладі Вінницького національного технічного університету, наведена на рис. В.7.

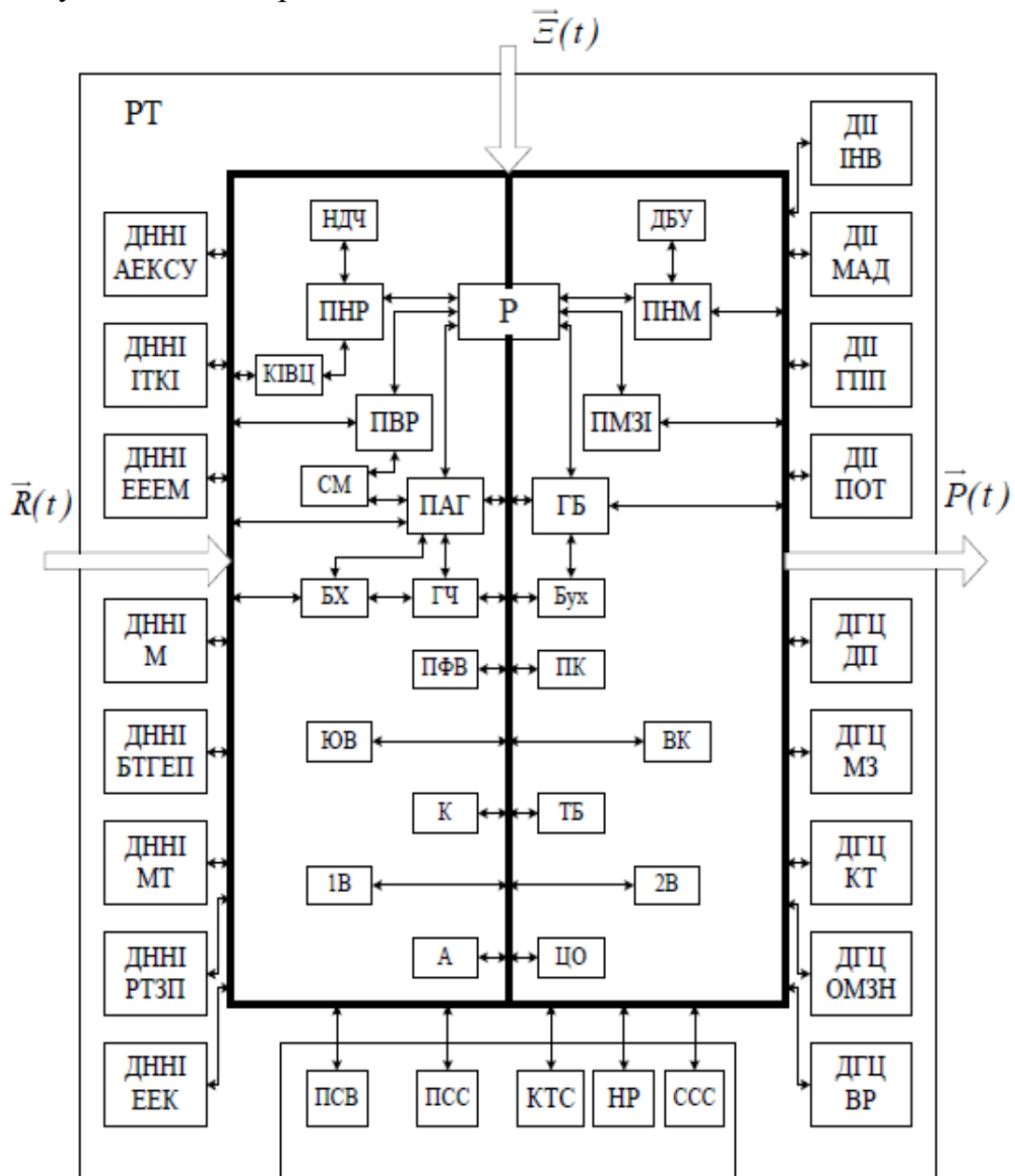


Рисунок В.7 – Внутрішня структура ректорату ВНТУ

На рис. В.7 аббревіатури інститутів у період написання публікації на цю тему були такими: АЕКСУ – автоматики, електроніки та комп'ютерних систем управління; БТЕГП – будівництва, теплоенергетики та газопостачання; ЕЕЕМ – електроенергетики та електромеханіки; ЕЕК – екології та екологічної кібернетики; ІТКІ – інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії; М – менеджменту; МТ – машинобудування і транспорту; РТЗП – радіоелектроніки, зв'язку та приладобудування; ІНВ – інтеграції навчання з виробництвом; МАД – магістратури, аспірантури та докторантури; ГПП – гуманітарно-педагогічних проблем; ПОТ – прогресивних освітніх технологій; ДП – довузівської підготовки; ВР – виховної роботи; МЗ – міжнародних зв'язків; ОМЗН – організації та методичного забезпечення навчання.

Аналогічно тому, як ректор має у своєму безпосередньому підпорядкуванні ряд структурних підрозділів, керівників яких введено до внутрішньої структури ректорату безпосередньо, так і кожний проректор має підпорядковані безпосередньо йому підрозділи, за допомогою яких він реалізує покладені на нього функції.

Як виконавчі органи, за допомогою яких проректор з навчальної та методичної роботи (ПНМ), реалізує свої функції, цьому проректору підпорядковані Головний центр організаційного та методичного забезпечення навчання (ГЦ ОМЗН) та бібліотека університету (БУ). У свою чергу до структури ГЦ ОМЗН входять навчальний відділ (НВ), інформаційно-аналітичний центр керування навчальним процесом (ІАЦ) та навчально-методичний відділ (НМВ), до складу якого входить і редакція підручників та навчальних посібників. Формально до структури ГЦ ОМЗН входять і диспетчерські центри інститутів (ДЦІ). А усі рішення структурних складових, підпорядкованих безпосередньо ПНМ, обговорюються і формуються методичною радою університету (МРУ), головою якої є ПНМ, а до її складу входять представники від усіх факультетів. Тож вона має прямі зв'язки з методичними радами факультетів (МРФ). Звичайно ж, саме цьому проректору підпорядковані інститут прогресивних освітніх технологій, який у свою чергу у своїй структурі має центр формування другої вищої освіти (ЦФДВО), центр розробки нових освітніх технологій, в тому числі дистанційних, (ЦРНОС(Д)), та центр освоєння нових інформаційних технологій на умовах отримання сертифікатів, а не дипломів (ЦОНІТ).

Структура підсистеми ПРТ–НМ ректорату РТ, яку очолює проректор ПНМ, представлена на рис. В.8.

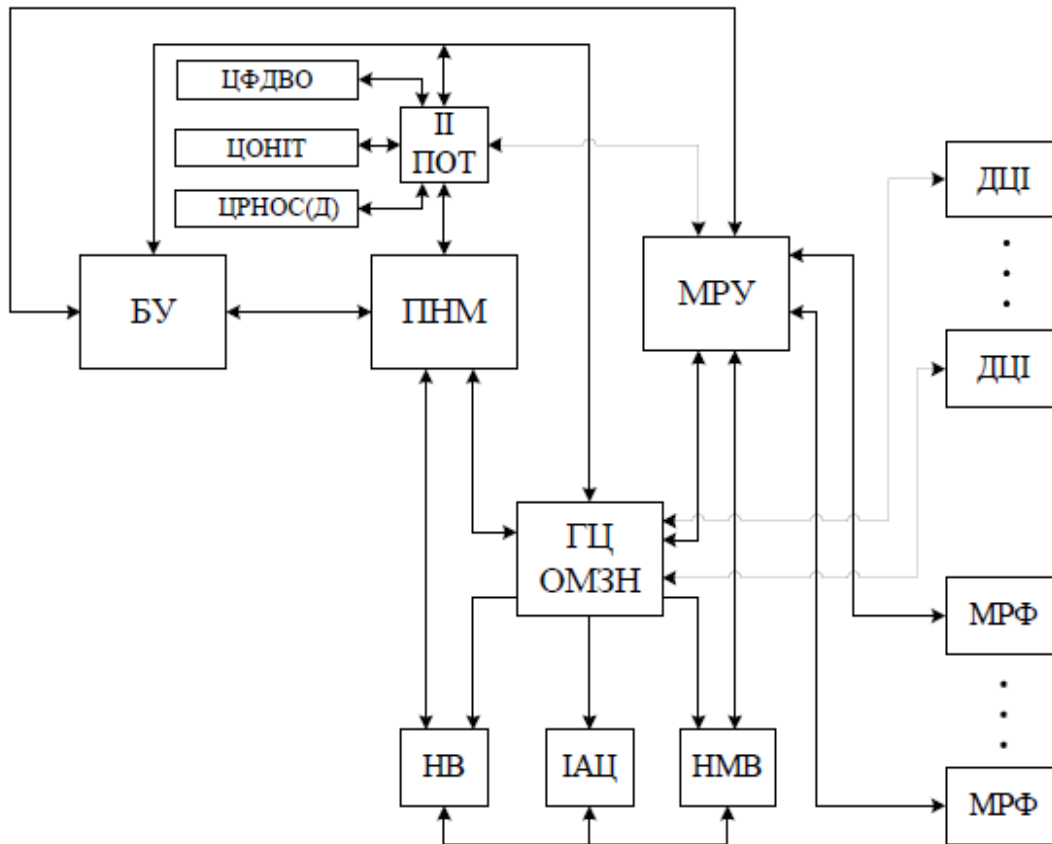


Рисунок В.8 – Внутрішня структура підсистеми, яку очолює проректор з навчальної та методичної роботи

Підсистему ПРТ–НР ректорату РТ очолює проректор з наукової та інноваційної роботи ПНР.

В якості виконавчих органів проректор з наукової та інноваційної роботи має чотири організаційні структури – науково-дослідну частину НДЧ, інтегральний інститут магістерської підготовки наукового напрямку, аспірантури та докторантури ПМАД, головний центр комп’ютерної техніки та її програмного забезпечення (ГЦКТ) та комп’ютерно-інформаційний видавничий центр (КІВЦ).

Структура підсистеми ПРТ–НР ректорату РТ, яку очолює проректор ПРН, представлена на рис. В.9.

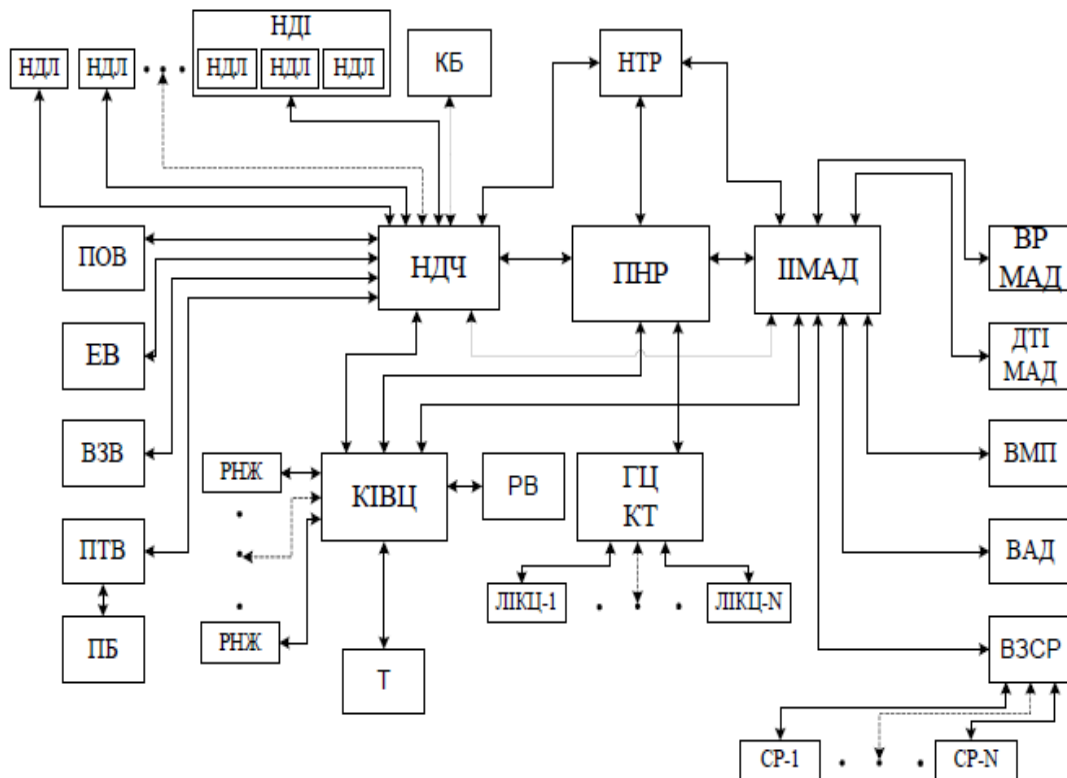


Рисунок В.9 – Внутрішня структура підсистеми, яку очолює проректор з наукової роботи

Підсистему ПРТ–ВР очолює проректор з виховної роботи ПВР. В якості виконавчих структур цей проректор має три організаційні структури – Головний центр виховної роботи ГЦВР та інтеграційний інститут гуманітарно-педагогічних проблем, які є йому підпорядкованими по адміністративній лінії, а також система студентського самоврядування ССС, на яку він здійснює вплив через співпрацю.

На рис. В.10 представлена підсистема ПРТ–ВР ректорату РТ, яку очолює проректор ПВР.

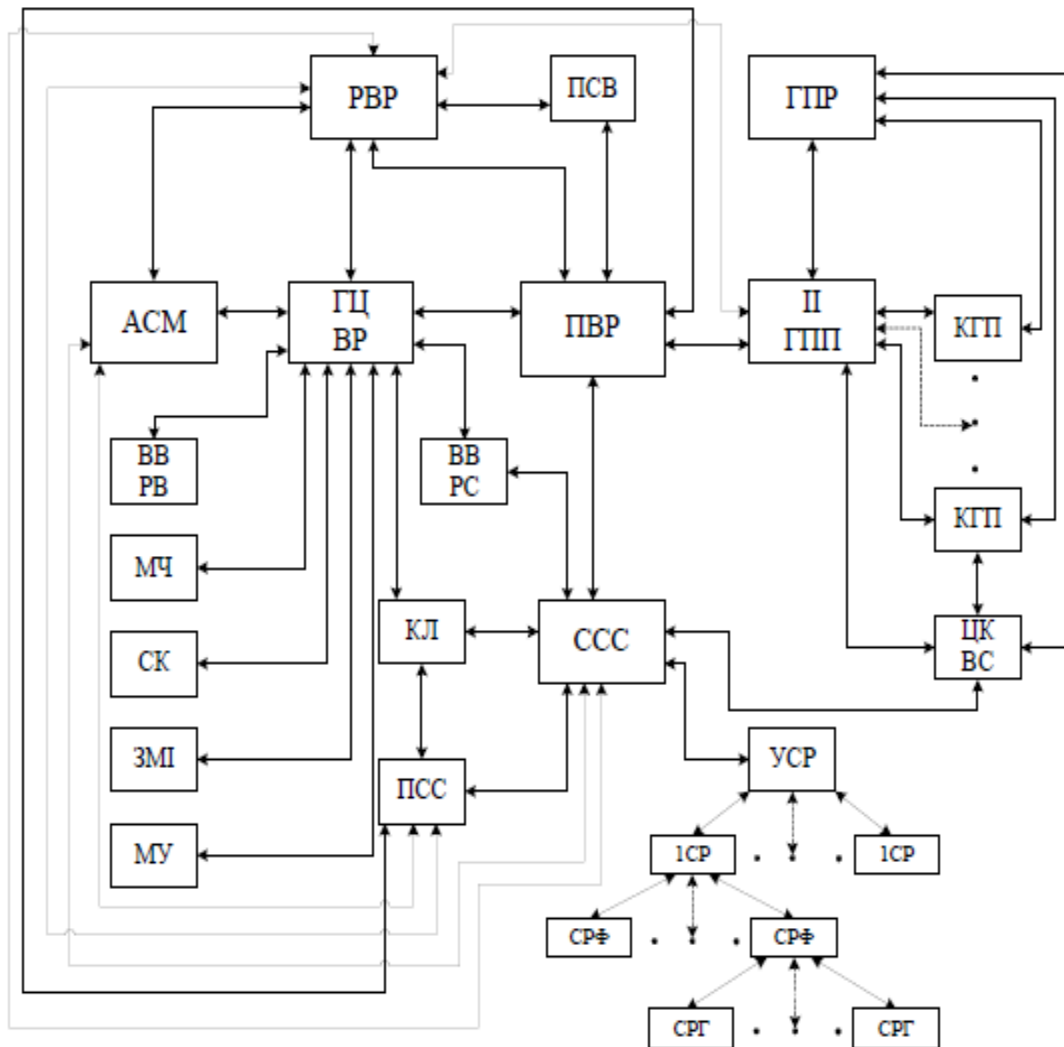


Рисунок В.10 – Внутрішня структура підсистеми, які очолює проректор з виховної роботи

Підсистему ПРТ–МЗІ ректорату РТ відповідно очолює проректор з міжнародних зв'язків та внутрішньої і зовнішньої інтеграції ПМЗІ. В якості виконавчих структур цей проректор має дві організаційні структури: Головний центр міжнародних зв'язків (ГЦМЗ) та інститут інтеграції навчання з виробництвом ІНВ, потужність яких залежить від масштабу університету.

На рис. В.11 представлена підсистема ПРТ–МЗІ ректорату РТ, яку очолює проректор ПМЗІ.

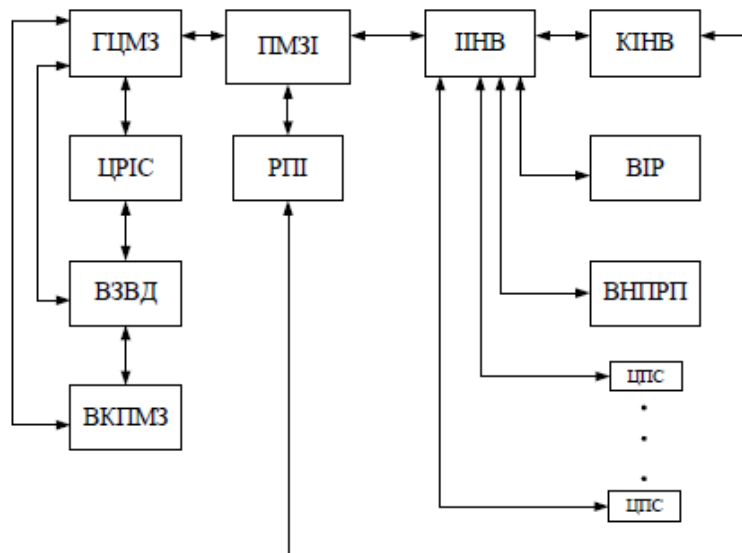


Рисунок В.11 – Внутрішня структура підсистеми, яку очолює проректор з міжнародних зв'язків та внутрішньої і зовнішньої інтеграції

Підсистему ПРТ–ГР ректорату РТ очолює проректор з адміністративно-господарської роботи ПАГ, який реалізує свої функції за допомогою однієї структури – господарської частини ГЧ.

Підсистема ПРТ–ГР ректорату РТ, яку очолює проректор ПАГ, представлена на рис. В.12.

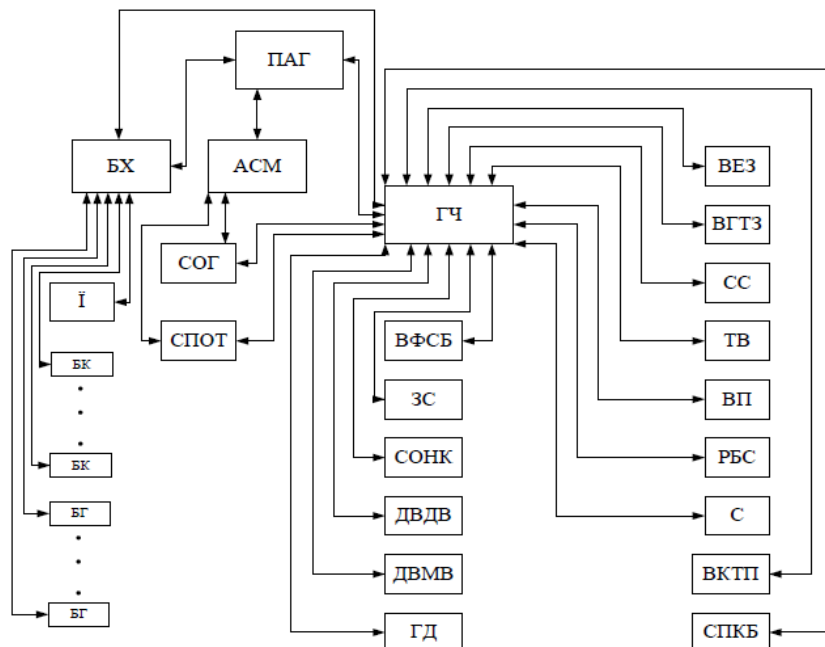


Рисунок В.12 – Внутрішня структура підсистеми, яку очолює проректор з адміністративно-господарчої роботи

Підсистему ПРТ–ГБ, очолює головний бухгалтер університету (ГБ).

Структура, за допомогою якої реалізує свої функції головний бухгалтер ГБ, представлена на рис. В.13, де ББ – бухгалтерія, що обслуговує фінансові потоки з коштів державного бюджету, БН – бухгалтерія, що обслуговує фінансові потоки з коштів, виділених на наукові дослідження, БПП – бухгалтерія, яка обслуговує фінансові потоки платних послуг, що надаються університетом населенню, КРС – контрольно-ревізійна служба, БСОМП – бухгалтерська служба обслуговування матеріальних потоків, БСОЗК – бухгалтерська служба обслуговування зарплатних карток, К – каса, БСВБК – бухгалтерська служба взаємодії з банками і казначейством, БЦОКПЗ – бухгалтерський центр обслуговування комп'ютерів і їх програмного забезпечення.

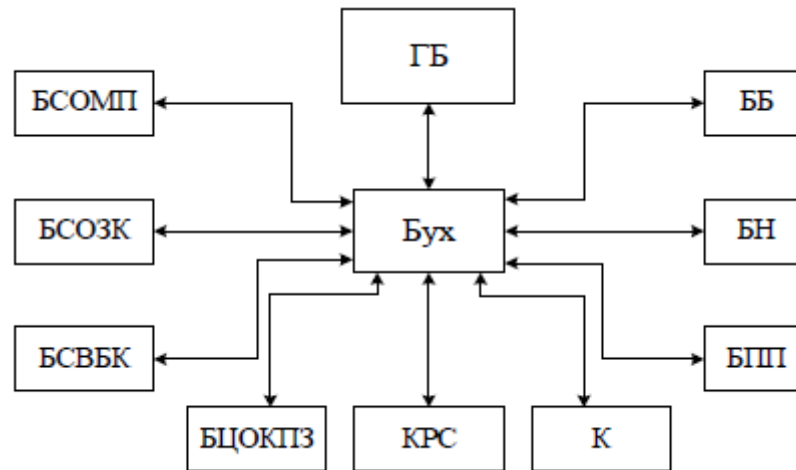


Рисунок В.13 – Внутрішня структура підсистеми, яку очолює головний бухгалтер університету

В блок управління і забезпечення університету УЗУ крім головного виконавчого органу влади – ректорату РТ входять ще кілька підсистем, а саме: конференція трудового колективу (ККУ), яка обирає ректора, а тому є аналогом системи виборщиків від народу; вчена рада університету (ВРУ), рішення якої втілює в життя ректор своїми наказами, а проректори – своїми розпорядженнями, що робить її аналогом законодавчого органу влади; наглядова рада університету (НРУ), яка є аналогом прокуратури, та троїстий аналог судової влади КТС (комісія по трудовим спорам) – ССС (система студентського самоврядування) – ПСК

(профспілковий комітет, який представляє профспілку викладачів ПСВ і профспілку студентів ПСС).

Тож структуру блоку УЗУ [15], який знаходиться на 5-му рівні ієрархії університетської системи, можна представити так, як показано на рис. В.14.

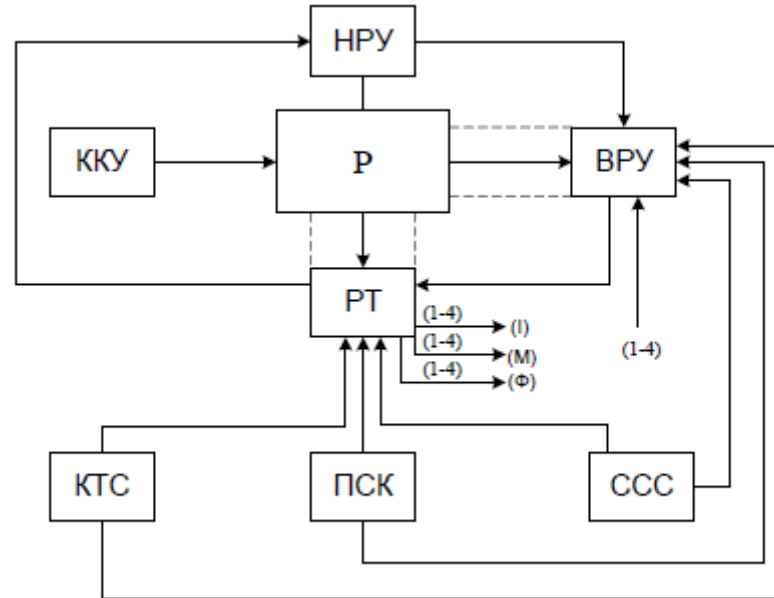


Рисунок В.14 – Структура блоку управління і матеріального та фінансового забезпечення університету, який знаходиться на 5-му рівні університетської ієрархічної системи

Підсумовуючи вище викладене, варто зауважити, що університет є «живим» організмом, який з роками і зі змінами керівників та їх вподобань має тенденцію до структурних змін, тож не виключено, що на момент виходу цієї монографії у світ деякі структурні підрозділи із приведених вище змінять свої назвам, деякі об'єднуються, а деякі зникнуть з поля зору.

В ряді публікацій нашої наукової школи проаналізовано особливості фінансування закладів вищої освіти в Україні та закордоном. Здійснено синтез математичних моделей для прогнозування надходжень грошових коштів до закладів вищої освіти за платні послуги та для управління цим процесом. Також приведено застосування синтезованих математичних моделей для прогнозування та управління процесом надходжень грошових коштів за платні послуги ЗВО. Визначено структури моделей процесу надходження до університету коштів за надання платних освітніх послуг вітчизняним студентам, що навчаються за

контрактом, які придатні для управління цим процесом, оскільки у них використані такі змінні, на які можна здійснювати вплив.

Дуальна форма здобуття освіти – це спосіб здобуття освіти, що передбачає поєднання навчання осіб у закладах освіти з навчанням на робочих місцях на підприємствах, в установах та організаціях для набуття певної кваліфікації, як правило, на основі договору про здійснення навчання за дуальною формою здобуття освіти.

Основне завдання впровадження елементів дуальної форми навчання – усунути основні недоліки традиційних форм і методів навчання майбутніх кваліфікованих працівників, подолати розрив між теорією і практикою, освітою і виробництвом та підвищити якість підготовки кваліфікованих кадрів, враховуючи вимоги роботодавців у межах нових організаційно відмінних форм навчання.

В ряді публікацій нашої наукової школи представлені результати дослідження з розроблення та впровадження в університетську практику концепції інтеграції навчання студентів інженерних спеціальностей з виробництвом як варіанта реалізації ідеології дуальної освіти з метою підвищення якості професійної підготовки студентів і рівня готовності випускників закладів вищої технічної освіти до виконання інженерних обов'язків на підприємствах, на яких вони працюватимуть після закінчення навчання у ЗВО. Розглянуто теоретичні основи професійної підготовки майбутніх фахівців інженерних спеціальностей на засадах інтеграції навчання з виробництвом, методичні засади професійної підготовки майбутніх фахівців інженерних спеціальностей на засадах інтеграції навчання з виробництвом. Експериментально перевірено ефективність запропонованої методики організації навчального процесу на основі інтеграції навчання з виробництвом.

В ряді публікацій нашої наукової школи запропоновано науково-обґрунтовану методику формування вмінь з інженерної та комп'ютерної графіки (ІКГ), адаптовану до різних форм організації навчального процесу в технічному ЗВО. Розроблено інформаційно-методичний матеріал, що містить методичні вимоги для організації дистанційного навчання ІКГ.

В роботі [21] для чіткого оцінювання якості процесу засвоєння знань студентами вищих технічних навчальних закладів і набуття ними відповідних компетентностей за ідеологією інтеграції навчання з виробництвом синтезовано нечітку математичну модель у вигляді бази знань

Мамдані, лінгвістичні змінні $y, x_{111}, x_{112}, x_{121}, x_{122}, x_{211}, x_{212}, x_{221}, x_{222}$ в якій зв'язують між собою оцінку рівня якості засвоєння студентами знань (y) з різними параметрами цього процесу, такими як: x_{111} – рівень засвоєння теоретичних основ професії студентом на лекції; x_{112} – рівень доступу студента до електронних і друкованих джерел інформації, в яких наведено теоретичні основи професії; x_{121} – рівень внутрішньої мотивації студента до вивчення теоретичних основ професії; x_{122} – рівень здатності студента до вивчення теоретичних основ професії; x_{211} – рівень відповідності навчального обладнання завданням набуття студентом практичних навичок професії; x_{212} – рівень доступу студента під час практичних занять до навчального обладнання, виділеного для набуття практичних навичок професії; x_{221} – рівень внутрішньої мотивації студента до набуття практичних навичок професії; x_{222} – рівень здатності студента до набуття практичних навичок професії.

І, як показано в роботі [21], для побудови узагальненої математичної моделі

$$y = f(x_{111}, x_{112}, x_{121}, x_{122}, x_{211}, x_{212}, x_{221}, x_{222}), \quad (B.4)$$

у вигляді бази знань Мамдані ці лінгвістичні змінні доцільно поєднати між собою за допомогою ієрархічної структури у вигляді трирівневого дерева нечіткого виведення зображеного на рис. В.15, з якого бачимо, що між вихідною лінгвістичною змінною y та вхідними лінгвістичними змінними $x_{111}, x_{112}, x_{121}, x_{122}, x_{211}, x_{212}, x_{221}, x_{222}$ з'явився ряд проміжних лінгвістичних змінних, а саме: x_1 – рівень засвоєння студентом теоретичних основ професії, x_2 – рівень набуття студентом практичних навичок професії, x_{11} – рівень позитивного впливу зовнішніх факторів на засвоєння студентом теоретичних основ професії, x_{12} – рівень позитивного впливу внутрішніх факторів на засвоєння студентом теоретичних основ професії, x_{21} – рівень позитивного впливу зовнішніх факторів на набуття студентом практичних навичок професії, x_{22} – рівень позитивного впливу внутрішніх факторів на набуття студентом практичних навичок професії.

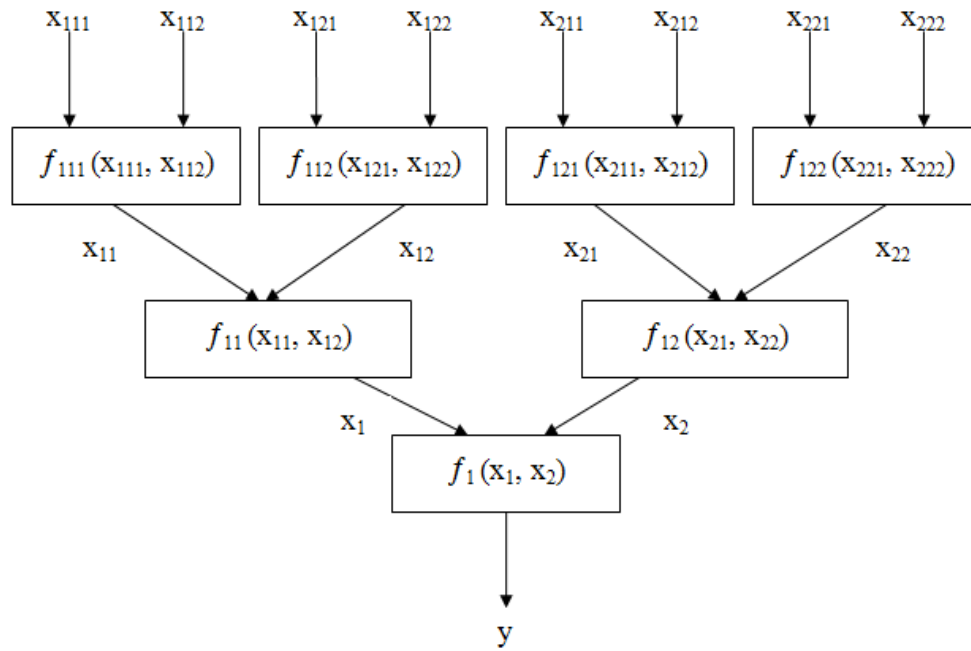


Рисунок В.15 – Дерево нечіткого логічного виведення для залежності (В.4)

А тому, як показано в роботі [21], використовуючи це дерево нечіткого логічного виведення, узагальнену математичну модель (В.4) можна представити і так:

$$\begin{aligned}
 y &= f_1(x_1, x_2), \\
 x_1 &= f_{11}(x_{11}, x_{12}), \quad x_2 = f_{12}(x_{21}, x_{22}), \\
 x_{11} &= f_{111}(x_{111}, x_{112}), \quad x_{12} = f_{112}(x_{121}, x_{122}), \\
 x_{21} &= f_{121}(x_{211}, x_{212}), \quad x_{22} = f_{122}(x_{221}, x_{222}).
 \end{aligned}
 \tag{В.5}$$

На основі цієї узагальненої математичної моделі розроблена методика оцінювання якості процесу засвоєння знань за критеріями ефективності, побудованими з використанням нормалізованих функцій належності значень лінгвістичних змінних та нормального закону розподілу дефазифікованих значень кожної лінгвістичної змінної. При цьому враховано, що оскільки в узагальненій моделі усі лінгвістичні змінні належать до одного типу – «рівень чогось», то структурувати їх можна однією і тією ж множиною термів, а саме:

«високий (В)», «достатній (Д)», «середній (С)», «низький (Н)», (В.6)

що відповідає оцінкам: «відмінно (5)», «добре (4)», «задовільно (3)», «незадовільно» в 5-бальній системі оцінок.

Результати, отримані в роботах нашої наукової школи у цьому напрямку, узагальнені і здійснена їх апробація у Вінницькому

національному технічному університеті, результати якої підтвердили їх ефективність.

Але після того, як у світі було оголошена пандемія Covid-19 і навчальний процес в усіх навчальних закладах в усьому світі переведений з очного в онлайн-режим, і математична модель для оцінювання якості процесу засвоєння знань, що синтезована в роботі [21], і методика її реалізації, що запропонована в роботі [40], і їх узагальнення та реалізація на практиці, що викладені в роботах [21], [42], уже не можуть гарантувати отримання прийнятних результатів, оскільки очний режим реалізації навчального процесу і онлайн-режим суттєво відрізняються.

Тому постала необхідність адаптувати і математичну модель, синтезовану для оцінювання якості навчального процесу в технічних закладах вищої освіти, і методику її реалізації, до умов, що склалися у зв'язку з переведенням навчального процесу в університетах в онлайн-режим.

Саме тому дослідження, присвячені підвищенню якості процесу здобування знань в університетському середовищі, отримали новий імпульс і саме завдяки цим дослідженням відома психологам «крива забування Г. Еббінгауза» спочатку була розширена до «смуг забування», а математична модель процесу забування інформації, що запропонована в монографії Л. М. Пріснякової «Системний аналіз поведінки особистості», опублікованій у Дніпропетровську у 2007 році, доповнена синергетичною складовою, трансформованою до кожної із шести «смуг забування».

В подальших роботах авторів [13], [14] розроблено метод створення баз даних, необхідних для коректної ідентифікації математичних моделей законів розподілу випадкових величин, якими є оцінки якості засвоєння студентами неповнокомплектних груп теоретичного та практичного матеріалу навчальної дисципліни, а також запропоновано метод синтезу еквівалентних законів їх розподілу.

А в роботі [15] запропоновано метод ідентифікації синтезованих в попередніх роботах авторів еквівалентних математичних моделей верхніх меж «смуг забування» для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю. Створено, також, Python-програми для реалізації розробленого методу ідентифікації верхніх меж «смуг забування» і запропоновано алгоритм віднесення конкретних людей до однієї із «смуг забування», визначених авторами для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам'яттю.

Оскільки результати досліджень, що описані вище, створювались і публікувались у вигляді окремих статей та монографій протягом досить довгого періоду часу, а саме – з 2010 по 2024 роки, то автори цих результатів розуміли, що багато з тих із них, що опубліковані у статтях, можуть ніколи не потрапити в очі тим дослідникам, які, як і вони, приділяють увагу дослідженням аналогічного характеру, а тому виникла ідея узагальнити ці результати в монографії, в яку усі вище згадані публікації увійдуть до списку використаних джерел. Текст такої монографії ми і виносимо на суд наших читачів. Але попереджаємо, що результати, які уже опубліковані в наших монографіях [18], [19], [20], [21], [28] у цій нашій монографії дублюватись не будуть, а використовуватимуться лише по дотичних положеннях, що мають спільні корені.

Завершуючи цей вступ, згадаємо також і про те, що частина результатів, опублікованих у цій монографії, використана аспіранткою О. О. Войцеховською в її дисертації «Системний аналіз процесу реформування вищої технічної освіти за ідеологією дуальності» на здобуття наукового ступеню доктора філософії за спеціальністю 124 – Системний аналіз, яку вона виконала під науковим керівництвом професора Б. І. Мокіна і сприяння професора О. Б. Мокіна та яку успішно захистила у 2022 році.

РОЗДІЛ 1. ПЕРШИЙ ЕТАП СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

1.1. Постановка задач дослідження ПЗЗУС

Перш ніж ставити задачі визначимо об'єкт дослідження, яким для нас буде процес здобування знань в університетському середовищі і для якого ми використаємо аббревіатуру у вигляді ПЗЗУС.

Як узагальнено в роботі [16], системний аналіз є одночасно як ідеологією дослідження, що передбачає розгляд об'єкта дослідження як складної системи, яка функціонує в умовах структурної та параметричної невизначеності, так і методом дослідження, що реалізує системний підхід в чотири етапи, на першому з яких визначається об'єкт дослідження та ставляться задачі і вибираються критерії для оцінки отриманих в подальшому результатів; на другому етапі об'єкт дослідження виокремлюється із навколишнього середовища і визначаються точки, лінії чи поверхні їх контактів та формуються множини змінних, що характеризують процеси в об'єкті і контактні сигнали, а також задаються можливі обмеження на його координати; на третьому етапі синтезуються математичні моделі процесів, що протікають в об'єкті, та математичні моделі сигналів, якими об'єкт обмінюється з навколишнім середовищем, а на четвертому етапі здійснюється ідентифікація синтезованих математичних моделей і в багатьох випадках їх одночасне використання для реалізації програми досліджень об'єкта без втручання в його роботу, а виключно з використанням лише моделей та їх програмно-комп'ютерної реалізації.

Результати системного аналізу, як правило, використовують для поліпшення умов функціонування об'єкта дослідження, що досягається розв'язанням задачі оптимізації, а тому багато хто з дослідників оптимізацію включають в якості п'ятого етапу з загальний алгоритм методу системного аналізу. Але це не є обов'язковою умовою, тож в разі, якщо дослідник застосовує для дослідження метод системного аналізу в межах лише його перших чотирьох етапів, то він не порушує ні вимоги системного підходу, ні вимоги методу системного аналізу, особливо ж якщо в результаті дослідження він з'ясував, що об'єкт функціонує так,

як треба, і нічого в ньому оптимізувати для поліпшення його роботи не треба.

Ось, виходячи з вище висловленого, ми і продовжимо викладення результатів нашого дослідження.

Отже, як уже проголошувалось у вступній частині монографії, однією із основних наукових задач, які ми розв'язуватимемо, є узагальнення матеріалів досліджень, виконаних групою науковців Вінницького національного технічного університету упродовж 2010-2024 років за програмою роботи НДЛ ПВШ та опублікованих в роботах [1] – [15], в напрямку дослідження процесів засвоєння студентами ЗВО знань, які вони отримували від викладачів на лекціях і практичних заняттях з певних навчальних дисциплін.

А в якості локальних наукових задач в межах цієї глобальної наукової задачі ми розв'язуватимемо задачі наступні: 1) формування критеріїв для оцінки результатів дослідження; 2) визначення пріоритетності вибраних критеріїв; 3) виділення ПЗЗУС як об'єкта дослідження із навколишнього середовища; 4) структуризація ПЗЗУС в контексті підготовки до розв'язання поставлених задач; 5) форматування множини змінних, які характеризують взаємодію внутрішніх складових ПЗЗУС, та множини змінних, які характеризують взаємодію об'єкта дослідження з навколишнім середовищем; 6) форматування обмежень; 7) удосконалення моделі процесу забування знань шляхом трансформації «кривої забування» Еббінгауза в «смуги забування»; 8) удосконалення моделі процесу здобування знань шляхом трансформації моделі Пріснякової до реальних умов надходження знань від їх джерела; 9) синтез математичної моделі ПЗЗУС, що враховує вплив повторення ключових понять матеріалу, викладеного лектором студентам на попередніх лекціях, на ступінь засвоєння ними нового матеріалу, який лектор доносить їм на лекції поточній; 10) ідентифікація моделей у вигляді «смуг забування» та рекомендації по їх практичному застосуванню; 11) обґрунтування хибності рекомендацій Пріснякової про застосування «теорії катастроф» при ідентифікації моделі ПЗЗУС; 12) трансформація моделей ПЗЗУС на фазову площину та якісна інтерпретація отриманих результатів; 13) розроблення метода створення повноцінної бази даних, необхідних для ідентифікації законів розподілу випадкових величин для задач оцінки якості теоретичної та практичної підготовки студентів неповноформатних груп; 14) еквівалентування моделей

законів розподілу випадкових величин в задачах оцінки якості теоретичної та практичної підготовки студентів.

Слід відзначити, що у ці ж 2010-2024 роки паралельно з нами розв'язанням багатьох задач, аналогічних нашим, займалась група науковців Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України на чолі з академіком НАПН України, професором Валерієм Биковим, тож не дивно, що частина отриманих нами результатів перегукується з результатами, отриманим ними і узагальненими в їх монографії [17] та висвітлених в інших їх роботах, які опубліковані пізніше.

1.2. Формування критеріїв для оцінки результатів дослідження

Згідно з черговістю постановки задач на першому етапі системного аналізу перейдемо далі до вибору критеріїв оцінки результатів, в якості яких пропонуємо імідж ЗВО та затрати, необхідні для функціонування цього ЗВО. Цілком очевидно, що кожний із цих критеріїв є інтегральним і, якщо перший із них – імідж – вимагає максимізації при обмеженнях на затрати, то другий критерій – затрати – вимагає мінімізації при обмеженнях на імідж, тобто, при розв'язанні поставленої задачі стратегія може бути або максимінною, або мінімаксною, а точка оптимуму – сідловою.

Оскільки будь-яка динамічна система, у тому числі і система вищої освіти, функціонує в умовах антагонізму локальних критеріїв, з використанням яких реалізується досягнення режимів її функціонування, оптимальних або за одним із цих критеріїв при накладенні обмежень на усі інші, або оптимальних на зваженій сумі усіх критеріїв. У першому випадку має місце однокритеріальна оптимізація, а у другому – багатокритеріальна.

Приклади однокритеріальної оптимізації режиму функціонування системи вищої освіти наведені в роботах [18], [19], [20], [21]. Критерієм оптимізації в роботі [18] є вклад в науку колективу університету, в роботі [20] – якість підготовки фахівців в дистанційному режимі навчання, в роботі [19] – кошти, зароблені колективом університету за надання платних послуг, а в роботі [21] – якість практичної підготовки студентів зв ідеологією дуальної освіти. Цілком очевидно, що усі ці критерії є антагоністичними, оскільки оптимізація за одним із них вводить інші за межі їх оптимальних значень.

Тому, враховуючи вище висловлене, реалізовувати варто нечіткий варіант багатокритеріальної оптимізації в умовах критеріального антагонізму, занурюючи кожен із локальних критеріїв в нечітку базу знань, побудовану на множині областей оптимальності кожного з них.

І, оскільки в кінцевому варіанті ми запропонуємо такий системний план розвитку університету, який сприятиме нарощенню з року в рік іміджу університету як закладу вищої освіти, в якому забезпечується висока якість навчального та наукового процесів, основаних на оптимальному співвідношенні структурних складових, оптимальних за кожним із локальних критеріїв оптимізації, то і в якості локальних критеріїв оцінки результатів дослідження пропонуємо використовувати саме ці критерії оптимізації.

А при побудові системного плану розвитку університету, будемо використовувати методику нечіткого багатокритеріального аналізу варіантів, опубліковану у 2007 році професором Сергієм Штовбою в роботі «Проектування нечітких систем засобами MATLAB», схему Беллмана-Заде [22] прийняття рішень в нечітких умовах, що базується на матрицях парних порівнянь варіантів, уведених її автором Сааті у 1979 році у вітчизняну наукову періодику під заголовком «Взаємодія в ієрархічних системах», та алгоритм врахування критеріальних пріоритетів Ціммермана [23].

Але на відміну від роботи професора Сергія Штовби, в якій продемонстровано реалізацію процедури Беллмана-Заде на прикладах побудови планів розвитку об'єктів абстрактного характеру, цю процедуру застосуємо до конкретного об'єкту – університету з його специфічними умовами функціонування. Але є ще й друга відмінність, яка полягає у тому, що в роботі професора Сергія Штовби для здійснення конкретних числових розрахунків використано ППП MATLAB, а ми для розрахунків аналогічного характеру використовуємо ППП Anaconda, створений на основі мови програмування Python [24], багато прикладів застосування якої приведено в наших роботах [25], [26].

РОЗДІЛ 2. ДРУГИЙ ЕТАП СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

2.1. Виділення ПЗЗУС як об'єкта дослідження із навколишнього середовища

А тепер згідно зі структурою методу системного аналізу [16] перейдемо до його другого етапу, який починається з виділення ЗВО як об'єкта дослідження (ОД) із навколишнього середовища (НС) та визначення точок їх контакту і сигналів, якими обмінюються об'єкт і навколишнє середовище в цих точках.

На рис. 2.1 зображена геометрична інтерпретація виділення ЗВО як об'єкта дослідження з навколишнього середовища та ідентифікація точок їх взаємодії.

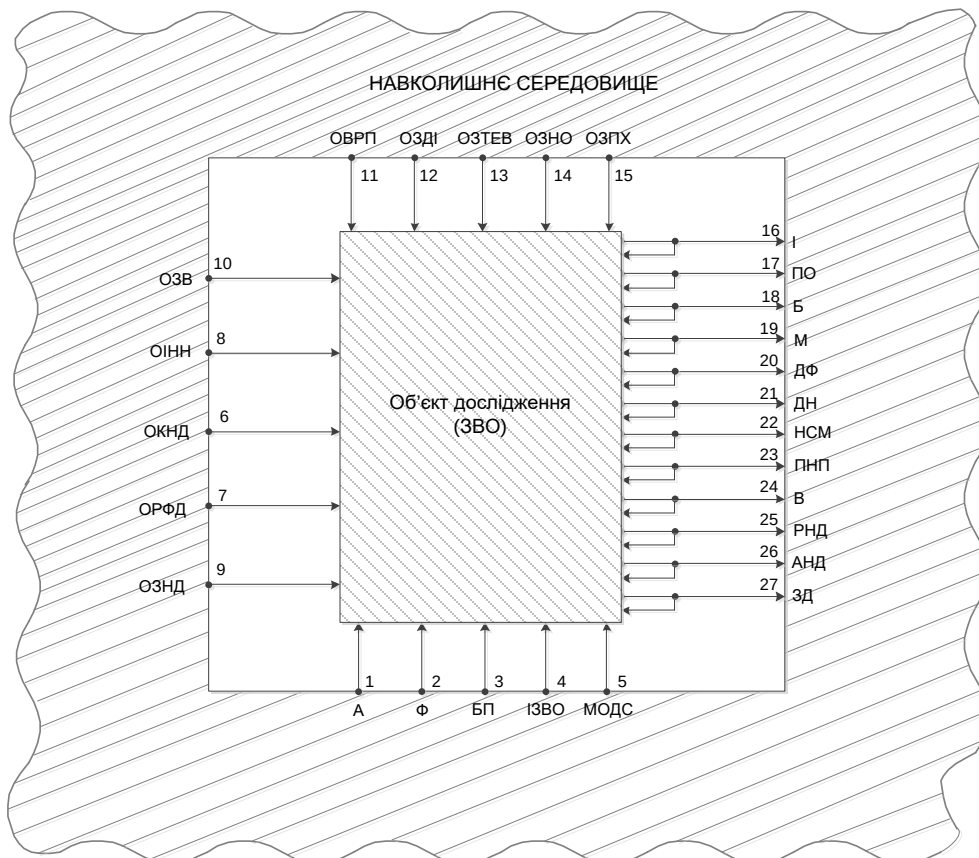


Рисунок 2.1 – Геометрична інтерпретація виділення закладу вищої освіти як об'єкта дослідження з навколишнього середовища та ідентифікація точок їх взаємодії

Абревіатури множин і організацій, які контактують з ЗВО на рис. 2.1, розшифровуються таким чином: А – абітурієнти; Ф – фінанси; БП – бази практики; ІЗВО – інші ЗВО згідно з договорами про співпрацю; МОДС – міжнародні організації, з якими є договори про співпрацю; ОКНД – організації, що генерують керівні та нормативні документи; ОРФД – організації, що здійснюють ревізію фінансової діяльності; ОІНН – організації, що здійснюють інспекцію навчальної і наукової діяльності; ОЗНД – організації, що замовляють наукові дослідження; ОЗВ – організації, що замовляють або беруть на роботу випускників; ОВРП – організації, що вводять нові або ремонтують існуючі площі; ОЗДІ – організації, що забезпечують новими джерелами інформації; ОЗТЕВ – організації, що забезпечують теплом, електроенергією та водою; ОЗНО – організації, що забезпечують новим обладнанням; ОЗПХ – організації забезпечення харчами студентів і життєздатності обладнання; І – імідж ЗВО; ПО – профорієнтація за межами ЗВО; Б – бакалаври; М – магістри; ДФ – доктори філософії; ДН – доктори наук; НСМ – наукові статті і монографії; ПНП – підручники, навчальні посібники та інші навчальні матеріали; В – винаходи; РНД – результати наукових досліджень; АНД – апробація наукових досліджень; ЗД – звітні документи.

Направленість стрілок на рис. 2.1 вказує на те, в яких контактних точках (з 1-ої до 15-тої) навколишнє середовище здійснює вплив на ЗВО, а в яких (з 16-ї до 27-ї) ЗВО здійснює вплив на навколишнє середовище.

2.2. Структуризація ПЗЗУС та форматування множини змінних, які характеризують взаємодію внутрішніх складових ПЗЗУС, та множини змінних, які характеризують взаємодію об'єкта дослідження з навколишнім середовищем

Впливи навколишнього середовища на ЗВО є вхідними сигналами для даного об'єкта дослідження, позначимо їх символами x_i , $i = 1, 2, \dots, 15$ (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1 – Перелік та зміст вхідних величин

Символ вхідної величини	Зміст вхідної величини
x ₁	Рівень шкільної підготовки абітурієнтів
x ₂	Обсяг фінансування ЗВО
x ₃	Рівень забезпеченості ЗВО базами практики
x ₄	Рівень співпраці з іншими ЗВО
x ₅	Рівень співпраці з міжнародними організаціями
x ₆	Рівень відповідності функціонування ЗВО вимогам керівних та нормативних документів
x ₇	Рівень відповідності функціонування ЗВО вимогам фінансового контролю та банківської системи
x ₈	Рівень відповідності функціонування ЗВО вимогам органів інспекції якості підготовки фахівців
x ₉	Обсяг наукових досліджень, що виконуються у ЗВО
x ₁₀	Обсяг замовлення випускників ЗВО
x ₁₁	Рівень відповідності площ для навчального і наукового процесів та підрозділів, що їх забезпечують, нормативним вимогам
x ₁₂	Рівень забезпечення ЗВО джерелами інформації
x ₁₃	Рівень забезпечення приміщень ЗВО тепловою та електричною енергією, водою та засобами водовідливу
x ₁₄	Рівень забезпечення ЗВО сучасним лабораторним та комп'ютерним обладнанням
x ₁₅	Рівень забезпечення ЗВО продуктами харчування, підтримки обладнання та приміщеннями санітарно-гігієнічного обслуговування

А впливи ЗВО на навколишнє середовище є вихідними сигналами з об'єкта дослідження, позначимо їх символами $y_j, j=16,17,...,27$ (таблиця 2.2).

Таблиця 2.2 – Перелік та зміст вихідних величин

Символ вихідної величини	Зміст вихідної величини
y ₁₆	Імідж ЗВО за матеріалами ЗМІ та зовнішніх організацій
y ₁₇	Рівень профорієнтації спеціальностей ЗВО його працівниками
y ₁₈	Рівень компетентності бакалаврів, підготовлених у ЗВО
y ₁₉	Рівень компетентності магістрів, підготовлених у ЗВО
y ₂₀	Рівень компетентності докторів філософії, підготовлених у ЗВО
y ₂₁	Рівень компетентності докторів наук, підготовлених у ЗВО
y ₂₂	Науковий рівень статей і монографій, опублікованих працівниками ЗВО

Продовження таблиці 2.1

у ₂₃	Ступінь відповідності сучасним вимогам підручників, навчальних посібників та методичних розробок, що створені працівниками ЗВО
у ₂₄	Ступінь відповідності світовому рівню винаходів, створених працівниками ЗВО
у ₂₅	Ступінь задоволеності результатами наукових досліджень, виконаних працівниками ЗВО, їх замовників
у ₂₆	Рівень апробації результатів наукових досліджень, виконаних працівниками ЗВО
у ₂₇	Рівень доступності усіх звітних матеріалів про функціонування ЗВО для його працівників, ЗМІ та контролюючих органів

В таблиці 2.3 показано, які вхідні сигнали, що поступають на об'єкт дослідження з навколишнього середовища, впливають на формування відповідного вихідного сигналу, що поступає з об'єкта дослідження в навколишнє середовище. Про наявність впливу свідчить знак «+» на перетині рядка, яким задається вхідний сигнал, та стовпця, яким задається відповідний вихідний сигнал.

Таблиця 2.3 – Структура взаємних зв'язків вхідних та вихідних величин

		у _j											
	i\j	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
x _i	1	+	+	+									
	2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
	3	+	+	+	+				+				
	4	+	+		+	+	+	+	+	+		+	
	5	+	+			+	+	+	+			+	
	6	+	+	+	+	+	+	+	+				
	7	+	+										+
	8	+	+	+	+				+				+
	9	+	+		+	+	+	+		+		+	+
	10	+	+	+	+						+	+	+
	11	+	+	+	+	+	+	+	+				
	12	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
	13	+	+	+	+	+					+		
	14	+	+	+	+	+	+			+	+	+	
	15	+	+	+	+	+	+						

На рис. 2.1 бачимо, що стрілки, що відображають вихідні сигнали об'єкта дослідження, мають зворотні відгалуження, спрямовані назад до об'єкта дослідження, що надає цим вихідним сигналам одночасно і статус додаткових входних. Наприклад, вихідний сигнал y_{18} , який характеризує рівень компетентності бакалаврів, окрім впливу на навколишнє середовище завдяки тим бакалаврам, які після отримання цього рівня вищої освіти одразу йдуть працювати у фірму чи в організацію або на підприємство, здійснює вплив і на об'єкт дослідження, оскільки від нього залежить і вихідний сигнал y_{19} , який характеризує рівень компетентності випускників ЗВО, які отримують вищу освіту на рівні магістрів.

У таблиці 2.4 відображено взаємний вплив кожного вихідного сигналу з об'єктом дослідження, обумовлений наданням їм статусу додаткових входних. Про наявність впливу свідчить знак «+» на перетині рядка, яким задається вихідний сигнал, та стовпця, яким задається інший вихідний сигнал.

Таблиця 2.4 – Структура взаємовпливу вихідних величин

	$j \backslash j$	y_j											
		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
y_j	16	+	+	+	+	+							+
	17	+	+	+	+	+							+
	18	+	+	+	+	+							
	19	+	+	+	+	+		+		+	+	+	
	20	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
	21					+	+	+	+	+	+	+	
	22				+	+	+	+	+	+	+	+	
	23					+	+	+	+				
	24				+	+	+	+		+	+	+	
	25				+	+	+	+		+	+	+	
	26				+	+	+	+		+	+	+	
	27	+	+										+

Якщо формально підійти до визначення математичних моделей, які зв'язують між собою сигнали x_i , $i = 1, 2, \dots, 15$, що поступають на входи об'єкта дослідження, виділеного на рис. 2.1 із навколишнього

середовища, з його вихідними сигналами y_j , $j = 16, 17, \dots, 27$, наприклад, для y_{24} згідно з таблицями 2.3 і 2.4 – це

$$y_{24} = f(x_2, x_4, x_9, x_{12}, x_{14}, y_{19}, y_{20}, y_{21}, y_{22}, y_{24}, y_{25}, y_{26}), \quad (2.1)$$

то може скластись хибне уявлення, що за визначення В. М. Захарова в його монографії «Автомати з розподіленою пам'яттю», опублікованою ще у 1975 році, ми маємо справу з автоматом Мура, який кожному набору значень вхідних сигналів, заданих в даний момент часу, ставить у відповідність конкретне числове значення вихідної величини, задане у той же момент часу, тобто, з автоматом, що не має пам'яті. Саме такий підхід і має місце у більшості публікацій у педагогічних наукових журналах, де фактор пам'яті, який відображається у змінах параметрів у часі, до уваги не береться. Натомість здійснюється прив'язка до якихось конкретизованих значень цих параметрів без їх прив'язки до часу, наприклад, розглядається залежність якості підготовки бакалаврів від балу ЗНО (зовнішнього незалежного оцінювання) абітурієнтів чи кількості годин, що відводиться на ту чи іншу навчальну дисципліну, або від кількості публікацій викладача цієї дисципліни в НМБ Scopus чи Web of Science.

Але, якщо подивитись на структурну схему ЗВО, яка зображена на рис. 2.2, то легко бачити, що в ній міститься багато підрозділів, які вносять суттєві затримки в навчальний та науковий процеси. Тому математичні моделі, що зв'язують вхідні і вихідні сигнали в цьому об'єкті дослідження, обов'язково повинні містити в собі координату часу t . Тобто, замість використання узагальненої моделі, що має вигляд (2.1), необхідно синтезувати конкретні математичні моделі зв'язку між цими ж сигналами, виходячи з узагальненої математичної моделі

$$y_{24} = f(x_2, x_4, x_9, x_{12}, x_{14}, y_{19}, y_{20}, y_{21}, y_{22}, y_{24}, y_{25}, y_{26}, t), \quad (2.2)$$

що містить в собі час і переводить об'єкт дослідження в клас автоматів Мілі [28], які кожному набору вхідних сигналів ставлять спочатку у відповідність певні набори змінних стану, визначених для певного моменту часу, а потім уже на розширеній множині вхідних сигналів та змінних стану визначаються значення вихідних сигналів.

Структурна схема ЗВО приведена на рис. 2.2.

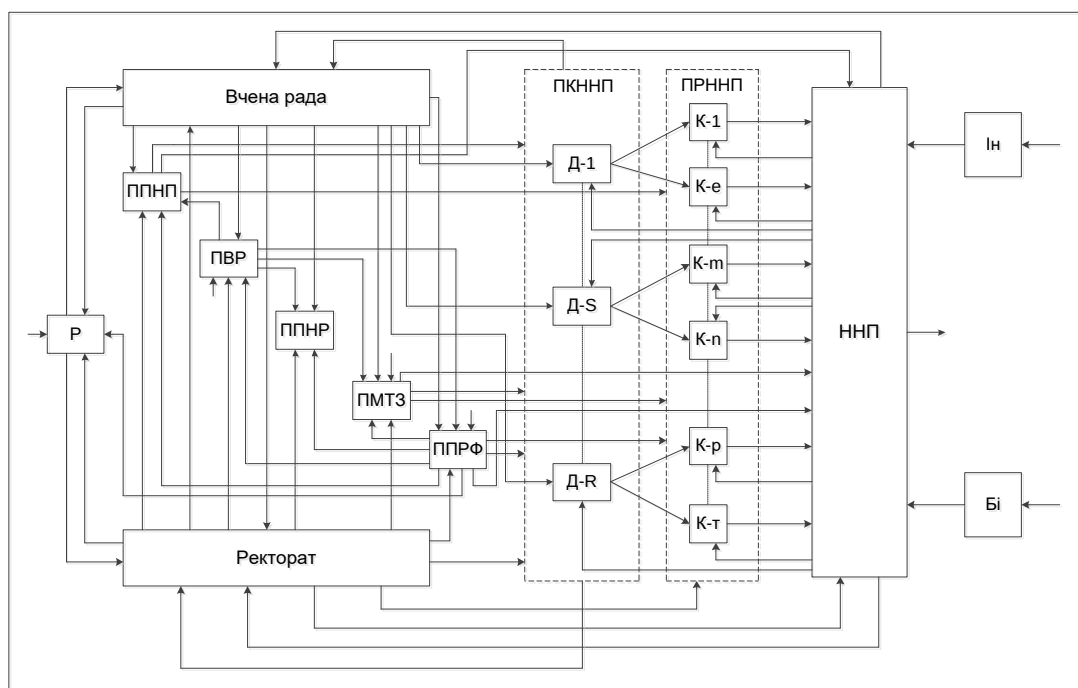


Рисунок 2.2 – Структурна схема ЗВО

Абревіатури на структурній схемі ЗВО (рис. 2.2) розшифровуються таким чином: Р – ректор; ППНП – підрозділи планування навчального процесу; ППНР – підрозділи планування наукового процесу; ППРФ – підрозділи планування і розподілу фінансів; ПВР – підрозділи, що здійснюють виховну роботу; ПМТЗ – підрозділи матеріально-технічного забезпечення; ННП – навчально-науковий процес; ПКННП – підрозділи, що керують реалізацією навчального та наукового процесів; ПРННП – підрозділи, що реалізують навчальний та науковий процеси; Д-S, $s = 1, 2, \dots, R$ – деканати факультетів; К-1, ..., l, ..., m, ..., n, ..., p, ..., T – кафедри; Бі – бібліотека; Ін – інтернет.

В структурній схемі ЗВО, приведений на рис. 2.2, ніде явно не проглядається студент, який є основним суб'єктом навчального процесу. Тому для підкреслення ролі студента в процесі функціонування ЗВО і можливості врахування при здійсненні системного аналізу цього об'єкта дослідження на рис. 2.3 приведена розгорнута структурна схема зображеного на рис. 2.2 узагальненого структурного блоку ННП, в якому зосереджено навчально-науковий процес.

На структурній схемі, зображеній на рис. 2.3 абревіатури розшифровуються таким чином: ОП – освітня програма спеціальності;

НД- k , $k=1,2,\dots,n$ – навчальна дисципліна; КПр – курсова практика; ПДП – переддипломна практика; ДП – дипломне проектування; ЗДП – захист дипломного проекту; НП – науковий процес; НДЛ – науково-дослідна лабораторія; ПК – підвищення кваліфікації викладача; ДжІ – джерело інформації; ПВ – професійність (знання дисципліни) викладача; НА – науковий авторитет викладача; ЛМ – лекційна майстерність викладача; ЛЯ – людські якості викладача; НРВ – наукові роботи викладача; UVB – сумарний потенціал викладача; НЛ – навчальна лабораторія; АУ – аудиторія для лекцій; ЛР – лабораторна робота, якою керує викладач; Л – лекція, яку читає викладач; ПЗ – практичне заняття, яке проводить викладач; РДП – рівень попередніх знань студента, необхідний для розуміння дисципліни; РІ – рівень інтелекту студента; ЯП – якість пам'яті студента; КЧ – кількість часу; UBC – сумарний потенціал студента; ЗЛР – захист лабораторної роботи студентом; СРС – самостійна робота студента по вивченню даної навчальної дисципліни; НРС – наукова робота студента; КР – підготовка до виконання контрольної роботи; Кол – підготовка до колоквиуму; КП – виконання курсового проекту; М- i , $i=1,2,\dots,m$ – навчальні модулі; ЗЕС – заліково-екзаменаційна сесія з НД- k ; З- k – залік з НД- k ; Е- k – екзамен з НД- k ; НасК – наступний курс; ОсК – останній курс; Б/М – бакалавр/магістр.

Із структурної схеми блоку ННП, приведеної на рис. 2.3, ще більш постає необхідність системного аналізу процесу функціонування ЗВО на основі ідеології автоматів Мілі, доповненої іншими ідеологемами, обумовленими затримками в часі під час відпрацювання вхідних сигналів складовими структури ЗВО та втратою частини інформації як в процесі її засвоєння студентом, так і в проміжках часу між черговим її сприйняттям від викладача чи самостійно з використанням відповідних джерел. Тому на основі цієї ідеології та відповідних ідеологем необхідно на третьому етапі системного аналізу синтезувати необхідну для реалізації цього методу дослідження множину математичних моделей, які зв'язуватимуть між собою вхідні сигнали об'єкта дослідження з його змінними стану, Z_q , $q=1,2,\dots,9$; c_μ , $\mu=1,2,\dots,12$, які у взаємодії формуватимуть вихідні сигнали, якими об'єкт дослідження збурюватиме навколишнє середовище (табл. 2.5, 2.6).

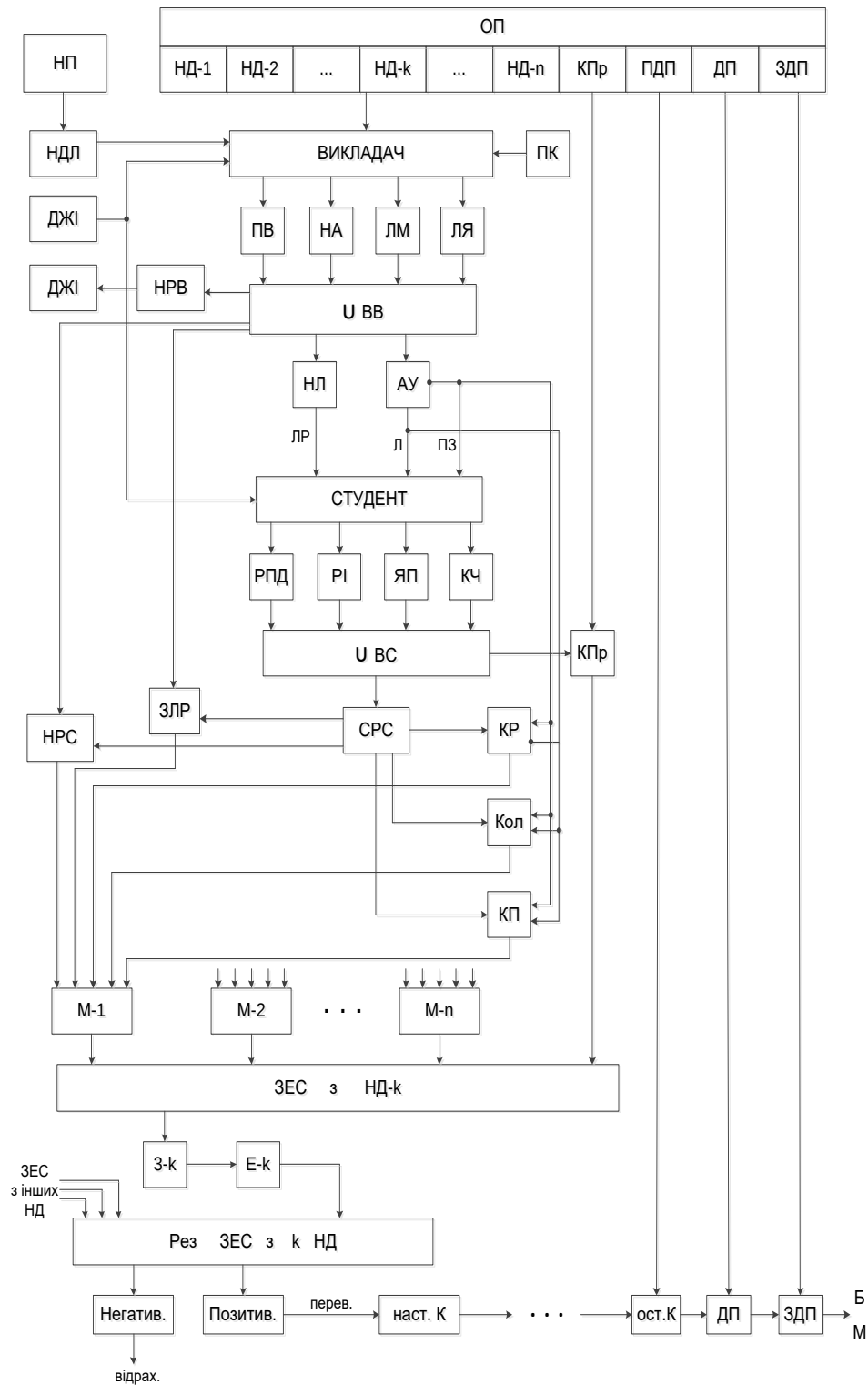


Рисунок 2.3 – Структурна схема навчального процесу у ЗВО за освітньою програмою підготовки бакалаврів (магістрів) за спеціальністю (спеціалізацією), що містить n навчальних дисциплін, із яких k на кожному курсі, контрольні роботи, колоквиуми та курсові проекти, курсову і переддипломну практику, дипломне проектування та захист дипломних проектів

Таблиця 2.5 – Перелік та зміст змінних стану викладача

Символ змінної стану викладача	Зміст змінної стану викладача
z ₁	Рівень професійності викладача, який він демонструє при викладанні навчальної дисципліни
z ₂	Рівень наукового авторитету викладача
z ₃	Рівень лекторської майстерності викладача
z ₄	Ступінь загальної культури стосунків викладача зі студентами
z ₅	Рівень якості лекцій викладача
z ₆	Рівень якості практичних занять викладача
z ₇	Рівень якості лабораторних занять викладача
z ₈	Рівень керівництва викладачем студентських наукових досліджень
z ₉	Рівень забезпечення викладачем умов засвоєння основних положень навчальної дисципліни, яку він викладає

Таблиця 2.6 – Перелік та зміст змінних стану студента

Символ змінної стану студента	Зміст змінної стану студента
c ₁	Рівень знань, необхідних для успішного засвоєння програми навчальної дисципліни, що викладається
c ₂	Рівень націленості інтелекту студента на сприйняття навчальної дисципліни, що викладається
c ₃	Якість пам'яті студента в напрямку запам'ятовування положень навчальної дисципліни, що викладається
c ₄	Кількість часу, яку використовує студент для засвоєння навчальної дисципліни, що викладається
c ₅	Ступінь засвоєння навчальної дисципліни студентом з лекцій викладача
c ₆	Кількість часу, яку використовує студент, самостійно працюючи з джерелами інформації з навчальної дисципліни
c ₇	Кількість часу, яку використовує студент, готуючись до контрольної роботи
c ₈	Кількість часу, яку використовує студент, готуючись до колоквіуму
c ₉	Кількість часу, яку використовує студент, готуючись до захисту лабораторних робіт
c ₁₀	Кількість часу, яку використовує студент, працюючи над курсовим проектом
c ₁₁	Кількість часу, яку використовує студент, виконуючи наукові дослідження
c ₁₂	Рівень засвоєння студентом навчальної дисципліни, що викладається

2.3. Синергетизація ПЗЗУС

Під синергетизацією процесу здобування знань в університетському середовищі будемо розуміти загальне підсилення потужності цього процесу за рахунок взаємодоповнюючого впливу його різних складових одна на одну.

Відомо усім, хто працює в університетах усього світу, що університет як соціальне середовище, являє собою багатозв'язну, багатоконтурну, динамічну нелінійну систему з багатьма входами, з дискретно-неперервним, стохастичним характером внутрішніх процесів і наявністю обмежень на змінні стану та явних і прихованих внутрішніх зворотних зв'язків між ними.

На даний час різними дослідниками запропоновано чимало програмних засобів для комп'ютеризованих систем аналізу і управління університетом. Нажаль, навіть останні з них не враховують наявності взаємовпливу змінних стану, існування внутрішніх явних та неявних зворотних зв'язків між ними. Як наслідок, ефективність отриманих рішень є низькою і тому можливість використання таких автоматизованих систем, навіть в дорадчому режимі, є сумнівним.

Тож не втрачає актуальності необхідність у побудові математичних моделей всіх рівнів університетської структури, які враховуватимуть наявність всіх видів зв'язків між ними, що дозволить враховувати синергетичний ефект взаємодії [47] останніх в процесі прийняття управлінських рішень.

Структуру університету в роботі [48] запропоновано подати у вигляді п'яти рівнів: 1 – академічні групи; 2 – кафедри; 3 – органи управління і забезпечення факультетів; 4 – органи управління і забезпечення інститутів; 5 – органи управління і забезпечення університету в цілому.

Узагальнену математичну модель академічної групи як елемента синергетичної багатозв'язаної ієрархічної системи (університету) можна записати вектор-функцією

$$\overline{\widehat{X}}(t) = \overline{F}_r \left(\overline{\widehat{U}}, \overline{\widehat{V}}, t \right), \quad (2.3)$$

де $\overline{\widehat{X}}(t)$ – усереднений вектор реакції студента; $\overline{\widehat{U}}(t)$ – усереднений

вектор управління студента; $\vec{\bar{V}}(t)$ – усереднений вектор впливу завад на окремого студента.

Проекції кожного з цих векторів є функціями від часу. Усереднення в одних випадках може бути алгебраїчним чи геометричним, в інших – імовірнісним чи дефазифікаційним або секвенціальним.

Кафедру, основними елементами якої є викладачі (асистент, старший викладач, доцент, професор) подамо у вигляді такої узагальненої математичної моделі:

$$\vec{\bar{Y}}(t) = \vec{F}_K(\vec{\bar{Q}}, \vec{\bar{Z}}, t), \quad (2.4)$$

де $\vec{\bar{Y}}(t)$ – усереднений вектор реакції викладача; $\vec{\bar{Q}}(t)$ – усереднений вектор управління викладача; $\vec{\bar{Z}}(t)$ – усереднений вектор завад.

Враховуючи, що частина проекцій вихідних векторів $\vec{\bar{X}}(t)$, $\vec{\bar{Y}}(t)$ збігається з частиною векторів управління $\vec{\bar{U}}(t)$, $\vec{\bar{Q}}(t)$, а інша частина має самостійне значення, адресоване до об'єктів інших рівнів ієрархії системи, виділимо ці частини у вигляді такої сукупності підвекторів:

$$\vec{\bar{U}}(t) = \left\| \begin{matrix} \vec{\bar{U}}_1(t) \\ \vec{\bar{U}}_2(t) \end{matrix} \right\|; \vec{\bar{Q}}(t) = \left\| \begin{matrix} \vec{\bar{Q}}_1(t) \\ \vec{\bar{Q}}_2(t) \end{matrix} \right\|; \vec{\bar{X}}(t) = \left\| \begin{matrix} \vec{\bar{X}}_1(t) \\ \vec{\bar{X}}_2(t) \end{matrix} \right\|; \vec{\bar{Y}}(t) = \left\| \begin{matrix} \vec{\bar{Y}}_1(t) \\ \vec{\bar{Y}}_2(t) \end{matrix} \right\|. \quad (2.5)$$

Виходячи з запропонованих вище підвекторів, справедливими будуть тотожності

$$\begin{cases} \vec{\bar{U}}_1 = \vec{\bar{Y}}_1; \\ \vec{\bar{Q}}_1 = \vec{\bar{X}}_1. \end{cases} \quad (2.6)$$

Структуру взаємодії комплексних об'єктів 1-го і 2-го рівнів ієрархії синергетичної системи показано на рис. 2.4

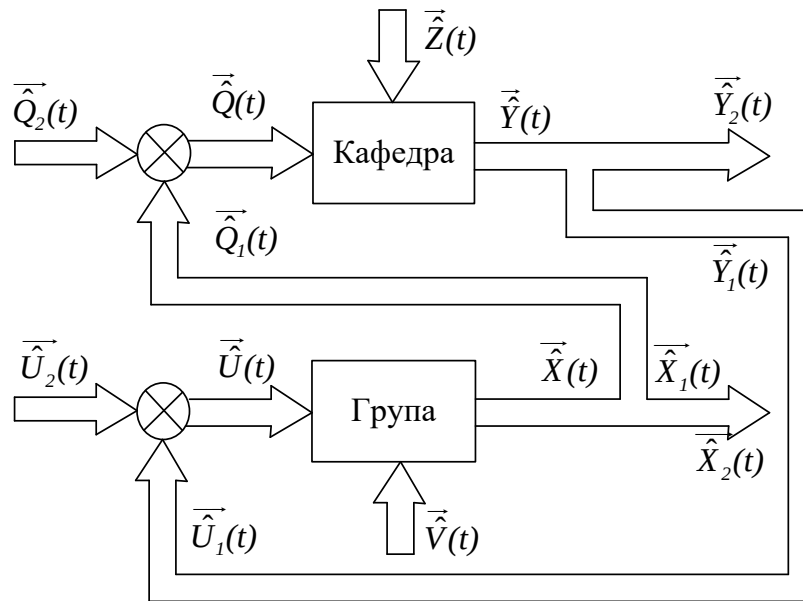


Рисунок 2.4 – Структура взаємодії кафедри з академічною групою як комплексних об'єктів 2-го та 1-го рівнів ієрархії синергетичної системи

Третій рівень університетської структури – органи управління і забезпечення факультетів (блок Ф) – можна описати такою узагальненою математичною моделлю:

$$\vec{H}(t) = \vec{f}_\phi(\vec{\Lambda}, \vec{\Gamma}, t), \quad (2.7)$$

де $\vec{H}(t)$ – вектор управління; $\vec{\Lambda}(t)$ – вектор впливів; $\vec{\Gamma}(t)$ – вектор завад.

Факультет очолює декан (ДФ), який обирається конференцією трудового колективу факультету (КТКФ). ДФ керує Вченою радою факультету (ВРФ) і деканатом (ДТФ), що складається з працівників, які призначаються наказами ректора. Усі ці органи взаємодіють між собою і з органами студентського самоврядування факультету (ССФ).

Органи управління і забезпечення інститутів (блоки І_н) можна описати так:

$$\vec{\Omega}(t) = \vec{f}_{in}(\vec{\Theta}, \vec{\Psi}, t), \quad (2.8)$$

де $\vec{\Omega}(t)$ – вектор управління; $\vec{\Theta}(t)$ – вектор впливу; $\vec{\Psi}(t)$ – вектор завад.

Інститут очолює директор (ДІ), який призначається на цю посаду наказом ректора на умовах суміщення з базовою професорсько-викладацькою посадою за погодженням з Вченою радою інституту (ВРІ). Директор інституту є Головою ВРІ, яка має дорадчий виборний статус, а

також керівником директорату інституту (ДТІ), до складу якого входять секретар, інспектор і методист, а також декани факультетів на правах заступників директора з навчально-виховної роботи. Іншою відмінністю структури блока І_н від структури блока Ф є поява в ньому такої посадової фігури як заступник директора інституту з наукової роботи (ЗДІН), який є головним координатором наукової роботи в межах інституту і який не має факультетського аналогу.

Оскільки частина управлінських рішень факультетського рівня повинна узгоджуватись з інститутським, частина їх подається на власний вхід, а частина надходить на входи інших блоків безпосередньо, то вектор $\vec{H}(t)$ має чотири складові, а саме:

$$\vec{H}(t) = \begin{pmatrix} \vec{H}_1(t) \\ \vec{H}_2(t) \\ \vec{H}_3(t) \\ \vec{H}_4(t) \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

де $\vec{H}_1(t)$ – складова вектора $\vec{H}(t)$, яка надходить на вхід блока І_н; $\vec{H}_2(t)$ – складова вектора $\vec{H}(t)$, яка надходить на входи інших блоків безпосередньо; $\vec{H}_3(t)$ – складова вектора $\vec{H}(t)$, яка надходить на вхід блока Ф, утворюючи контур зворотного зв’язку, а $\vec{H}_4(t)$ – складова вектора $\vec{H}(t)$, яка в перетворювачі П модулюється складовою $\vec{\Omega}_1(t)$ вектора $\vec{\Omega}(t)$, котрий має ще три складові – $\vec{\Omega}_2(t)$, $\vec{\Omega}_3(t)$ та $\vec{\Omega}_4(t)$, перша із яких $\vec{\Omega}_2(t)$ надходить на вхід самого блока І_н, утворюючи контур зворотного зв’язку, друга $\vec{\Omega}_3(t)$ – надходить на вхід блока Ф, а третя $\vec{\Omega}_4(t)$ надходить на входи інших блоків системи безпосередньо. Очевидно, що після модуляції в перетворювачі П складова $\vec{H}_4(t)$ перетворюється у $\vec{H}_{4\Omega}(t)$.

Тож реально вектор $\vec{\Omega}(t)$ має вигляд:

$$\vec{\Omega}(t) = \begin{pmatrix} \vec{\Omega}_1(t) \\ \vec{\Omega}_2(t) \\ \vec{\Omega}_3(t) \\ \vec{\Omega}_4(t) \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Втілюючи описану евристику в графічний образ, отримаємо структуру синергетичної взаємодії блоків Φ та I_H у вигляді, приведену в роботі [49] і наведеному на рис. 2.5.

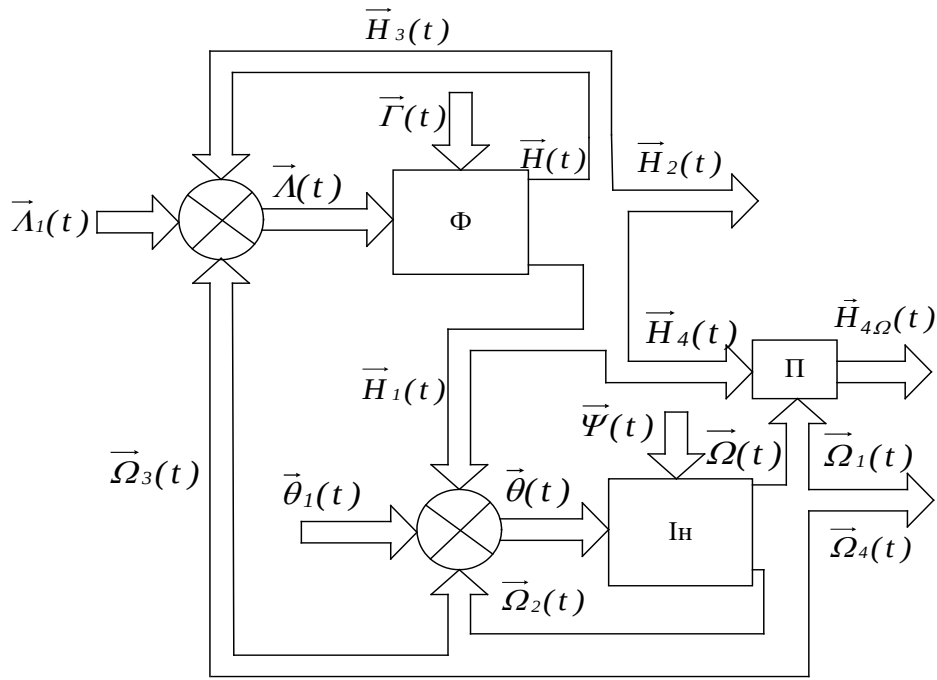


Рисунок 2.5 – Узагальнена структура синергетичної взаємодії блоків Φ та I_H

Із рис. 2.5 видно, що кожен із вхідних векторів впливів $\vec{\Lambda}(t)$ і $\vec{\theta}(t)$ має по три складових, тобто

$$\vec{\Lambda}(t) = \begin{pmatrix} \vec{\Lambda}_1(t) \\ \vec{H}_3(t) \\ \vec{\Omega}_3(t) \end{pmatrix}; \quad \vec{\theta}(t) = \begin{pmatrix} \vec{\theta}_1(t) \\ \vec{H}_1(t) \\ \vec{\Omega}_2(t) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

На входи блоків Φ та I_H обов'язково повинна надходити відповідна інформація від усіх академічних груп та від усіх кафедр, що входять до складу факультету та інституту, а також деяка інформація з інших підрозділів університету.

Виходячи з того, що вихідні вектори академічної групи і кафедри позначені відповідно $\vec{X}_2(t)$ та $\vec{Y}_2(t)$, для однієї академічної групи і однієї кафедри графічний образ формування векторів $\vec{\Lambda}_1(t)$ та $\vec{\Theta}_1(t)$ матиме вигляд, показаний на рис. 2.6.

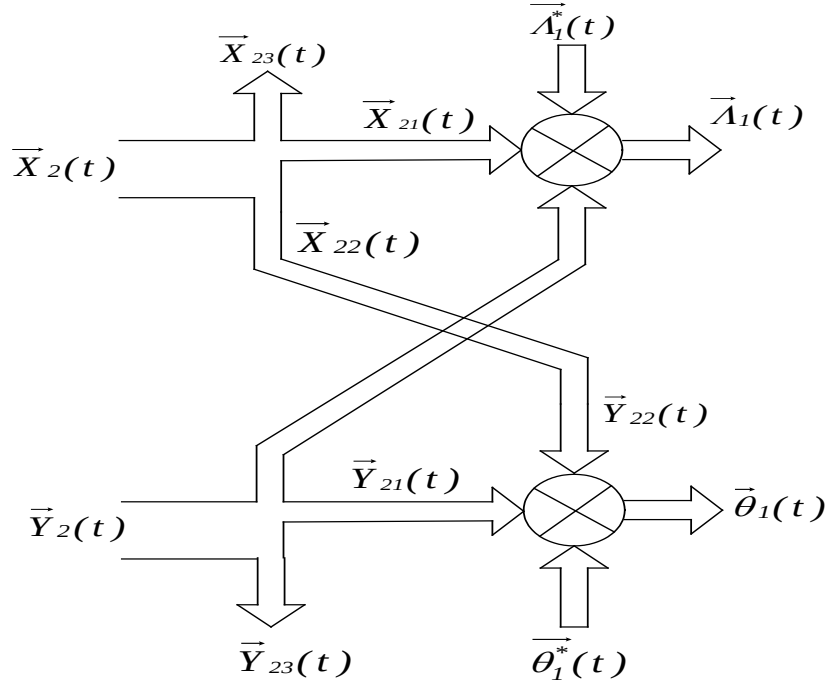


Рисунок 2.6 – Графічний образ формування векторів $\vec{\Lambda}_1(t)$ та $\vec{\Theta}_1(t)$

Із цього рисунка видно, що вихідні вектори академічної групи і кафедри можна подати у вигляді

$$\vec{X}_2(t) = \begin{Bmatrix} \vec{X}_{21}(t) \\ \vec{X}_{22}(t) \\ \vec{X}_{23}(t) \end{Bmatrix}; \quad \vec{Y}_2(t) = \begin{Bmatrix} \vec{Y}_{21}(t) \\ \vec{Y}_{22}(t) \\ \vec{Y}_{23}(t) \end{Bmatrix}, \quad (2.12)$$

а складові $\vec{\Lambda}_1(t)$ та $\vec{\Theta}_1(t)$ вихідних векторів факультету і інституту – у вигляді

$$\vec{\Lambda}_1(t) = \begin{Bmatrix} \vec{\Lambda}_1^*(t) \\ \vec{X}_{21}(t) \\ \vec{Y}_{22}(t) \end{Bmatrix}; \quad \vec{\Theta}_1(t) = \begin{Bmatrix} \vec{\Theta}_1^*(t) \\ \vec{Y}_{21}(t) \\ \vec{X}_{22}(t) \end{Bmatrix}, \quad (2.13)$$

де $\vec{X}_{23}(t)$ та $\vec{Y}_{23}(t)$ – це складові вихідних векторів академічних груп і кафедр, які надходять на інші структурні блоки університету, а $\vec{\Lambda}_1^*(t)$, $\vec{\Theta}_1^*(t)$ – це складові вихідних векторів інших структурних блоків університету, що надходять на входи даного факультету і інституту для участі в формуванні складових $\vec{\Lambda}_1(t)$, $\vec{\Theta}_1(t)$ вихідних векторів $\vec{\Lambda}(t)$ та $\vec{\Theta}(t)$.

Узагальнена математична модель останнього рівня структури університету – ректорату (РТ) – може бути подана у такому вигляді [50]:

$$\vec{P}(t) = \vec{f}_{PT}(\vec{R}, \vec{\Xi}, t), \quad (2.14)$$

де $\vec{P}(t)$ – вектор управління; $\vec{R}(t)$ – вектор впливів; $\vec{\Xi}(t)$ – вектор завад.

2.4. Форматування обмежень

Здійснюючи системний аналіз ПЗЗУС, обов’язково слід враховувати об’єктивні обмеження, що супроводжують процеси в університетському середовищі, оскільки в іншому випадку дослідник буде уподібнюватись шукачу загубленого, який шукає загублене не у тому місці, де загубив, а у тому, над яким горить лампа.

Які ж обмеження слід враховувати, аналізуючи процеси в університетському середовищі, у першу чергу?

Очевидно, що на перший план виходять обмеження фінансові, бо якщо фінансів обмаль, то і про якість процесів можна говорити не в абсолютному критеріальному вимірі, а лише в межах того, що можна досягти за таких обмежень. Адже при нестачі фінансів і найсучасніше обладнання придбати не вдасться для його використання в університетських навчальних та наукових лабораторіях, і найталановитіших вчених із-за низьких зарплат не вдасться залучити до досліджень та викладання навчальних дисциплін з використанням цих лабораторій. Та й комфортної температури в цих лабораторіях за фінансових обмежень не вдасться досягти ні влітку із-за недостатньої кількості кондиціонерів для її зниження до оптимальних значень, ні взимку із-за недостатньої кількості тепла, що постачатиметься котельнями. Ну і, звичайно ж, при скудності фінансового забезпечення не може бути навіть мови про будівництво житла для заохочення рішенням квартирному питанню

талановитих вчених до їх переходу на роботу з приватних компаній в університет. І нові корпуси під нові перспективні спеціальності з сучасними лабораторіями та нові сучасні гуртожитки для студентів із-за відсутності відповідного фінансування теж збудувати не вдасться. А без цього навіть ті університети, що за старих спеціальностей були на слуху, втрачатимуть імідж і бажаючих в них навчатись і бажаючих в них навчати.

А в якості другого глобального обмеження виступає кількість місць, які виділяє міністерство з бюджетним забезпеченням під кожну спеціальність в кожний університет. І наслідки цього обмеження є не менш впливовими на ПЗЗУС за наслідки від обмежень фінансових. Адже, як правило, при отриманні ліцензії на нову спеціальність університет не отримує бюджетне замовлення, достатнє для створення повноформатної групи. А при малому обсязі державного замовлення абітурієнти не пишуть першими в своїх заявах цей університет та щойно ліцензовану спеціальність. Тому, знову ж таки, як правило, абітурієнтів, які взяли порогову суму балів з першим пріоритетом, на цій спеціальності буде в підсумку менше навіть ніж виділено під неї місць державного замовлення, що приводить автоматично до скорочення міністерством цього замовлення у наступному році – і далі в наступні роки цей процес буде йти по спадній аж до ситуації, коли це державне замовлення уже складатиме лише 2-3 місця на спеціальність. І, оскільки кожен абітурієнт у першу чергу бажає вступити до університету на бюджетне місце, то на спеціальності з малим числом виділених бюджетних місць і заяв від бажаючих навчатись на умовах надання платних послуг, тобто за контрактом – в разі не вступу на бюджет, теж буде менше ніж на спеціальності, під які виділено багато бюджетних місць. В результаті в університеті з'являться багато неповнокомплектних груп, під які виділяється лише по кілька годин на консультації по кожній навчальній дисципліні, що, фактично, приводить до ситуації, коли кожен студент таку дисципліну вивчає самостійно, спілкуючись з викладачем лише на заліках та екзаменах. А це суттєво впливає на якість ПЗЗУС у бік її зниження. А додатковий понижувальний вклад в якість ПЗЗУС створюватиметься у цьому випадку ще й тим, що кожен викладач для набору достатньої кількості навчальних годин змушений погоджуватись викладати не лише ті навчальні дисципліни, за якими він сам є фахівцем вищої кваліфікації, а і викладати ще з десяток навчальних дисциплін, про які він сам

знає, як і студенти, теж лише з підручників і дослідженнями за програмою яких особисто не займається. А оскільки нормативи навчального навантаження на викладача (наприклад, нині цей норматив складає 10 студентів на одного викладача) диктують залежність кількості викладачів від загальної кількості студентів, у той час, як кількість навчальних дисциплін і виділені на них навчальні години є однаковими як для повноформатних груп, так і для неповноформатних, то збільшення неповноформатних груп приводить до зменшення загальної кількості викладачів і, як наслідок, до збільшення числа навчальних дисциплін, які змушений викладати кожен викладач випускової кафедри.

Ну а в якості третього об'єктивного обмеження, локального, варто враховувати при системному аналізі ПЗЗУС географічне розміщення університету, бо, зрозуміло, що абітурієнти з кращою сумою вступних балів, першими в своїх заявах завжди будуть писати університети, що розміщені в столиці Києві та в крупних наукових – Харків, Дніпропетровськ – або культурних – Львів, Одеса – центрах, в яких є більше привабливих місць, де можна розважитись в позаурочний час, та більшою є ймовірність гарно працевлаштуватись по закінченню університету.

Нині в Україні на слуху реформування вітчизняних університетів шляхом їх об'єднання. На наш погляд в кожному регіональному центрі такої індустріально-аграрної країни, якою є Україна, потрібно залишити по 4 університети: технічний – для забезпечення промислових підприємств і фірм інженерними кадрами з місцевою пропискою, бо випускники, наприклад, гірничого факультету із Київської політехніки до Кривого Рогу на роботу працевлаштовуються не поїдуть, навіть якщо вони в Кривому Розі народились і школи закінчували; аграрний – для забезпечення фірм, що присвятили себе обслуговуванню фермерських господарств, бо випускники, наприклад, аграрного факультету Київського НУБІП навіть обслуговувати фермерів Вінниччини не поїдуть, не кажучи уже про Волинь чи Буковину, знову ж таки, навіть якщо вони в цих регіонах народились і закінчували школи; медичний – для забезпечення усіх регіонів медичними працівниками, бо випускники, наприклад, Київського НМУ не поїдуть працювати медиками ні до Прикарпаття, ні до Херсонщини, знову ж таки навіть якщо вони в цих регіонах народились і школи закінчували: педагогічний – для забезпечення усіх регіонів вчителями шкіл, бо випускники, наприклад, Київського ДПУ

імені Драгоманова не поїдуть працювати вчителями в сільські школи Сумщини чи Полтавщини, навіть якщо вони в цих регіонах народились і школи закінчували. Ці університети в сумі не перевищать сотню ЗВО. Ще 6 ЗВО складуть класичні університети в Києві, Харкові, Дніпропетровську, Одесі, Львові, Донецьку, а ще 3 ЗВО – у Сімферополі, Чернівцях та Ужгороді привнесуть національну специфіку, ще 11 ЗВО в столиці і крупних містах можна надати специфічних спеціальностей – ось цих 120 ЗВО і повинні скласти становий хребет української цивільної вищої освіти, до якої Міністерство оборони та Міністерство внутрішніх справ додадуть ще з десятків своїх ЗВО специфічного характеру.

Ось, поклавши в основу саме охарактеризовані вище обмеження, ми і будемо здійснювати системний аналіз ПЗЗУС.

РОЗДІЛ 3. СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПЗЗУС НА ТРЕТЬОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Синтез математичних моделей ПЗЗУС на третьому етапі системного аналізу процесу здобування знань в університетському середовищі ми розпочнемо з удосконалення моделі процесу забування знань шляхом трансформації «кривої забування» Еббінгауза в «смуги забування».

3.1. Удосконалення моделі процесу забування знань шляхом трансформації «кривої забування» Еббінгауза в «смуги забування»

В розділі 2 запропоновано системний підхід до аналізу процесу функціонування закладу вищої освіти, згідно з яким в процесі цього аналізу необхідно використовувати увесь комплекс математичних моделей, що зв'язують між собою усі змінні, як зовнішні так і внутрішні, що характеризують цей процес, і визначена структура усіх можливих зв'язків між цими змінними.

Однією із ключових ланок у цій структурі, як показано на рис. 2.3, є студент, який засвоює знання як на аудиторних заняттях з викладачем, так і самостійно, користуючись інформацією, добутою самостійно з навчальних посібників, монографій, наукових статей та інтернету.

А однією із базових математичних моделей, за допомогою яких здійснюється прогнозування ступеню засвоєння студентом інформації, отриманої від викладача на аудиторних заняттях з вивчення конкретної навчальної дисципліни, є математична модель процесу забування цієї інформації в проміжку між двома послідовними заняттями, які проводить даний викладач.

Першу таку модель у вигляді «кривої забування» запропонував у 1885 році Г. Еббінгауз, яку ми приводимо в інтерпретації роботи [29] – ця «крива» приведена у наших роботах [6], [7], [8] і продубльована у монографії у вигляді лінії 1 на рис. 3.1. Для апроксимації «кривої Г. Еббінгауза» в наших роботах [6], [7] запропоновано математичну модель, яка враховує синергетичну складову $\alpha_{12} x_1 x_2$, і має вигляд функції

$$x_1^*(t) = 100e^{(-0,08013 + \alpha_{12} x_2)t}, \quad (3.1)$$

у якій змінна x_2 грає роль параметра, а значення синергетичної складової у показнику експоненти, тобто, $\alpha_{12}x_2$, перед наступною лекцією через тиждень, тобто, через 168 годин, дорівнює 0,06980, що й забезпечує можливість отримати на «кривій забування» за Г. Еббінгаузом точку

$$x_1(168) = 18\%. \quad (3.2)$$

Тобто, саме за рахунок такої зваженої відносної кількості знань по темі лекції, обумовленої спонтанною синергетичною складовою, викликаною нецілеспрямованим згадуванням, у пам'яті студента залишається через тиждень після її прослуховування 18% від тієї кількості знань, які він отримав на цій лекції.

Але, як показано в роботі [6], «крива Г. Еббінгауза» фактично задає у часі t не графік процесу забування отриманих знань $x_1(t)$, а графік змінного математичного очікування $m_{x_1(t)}$ цього процесу, визначеного шляхом усереднення результатів по групі індивідумів $k = 1, 2, \dots, n$.

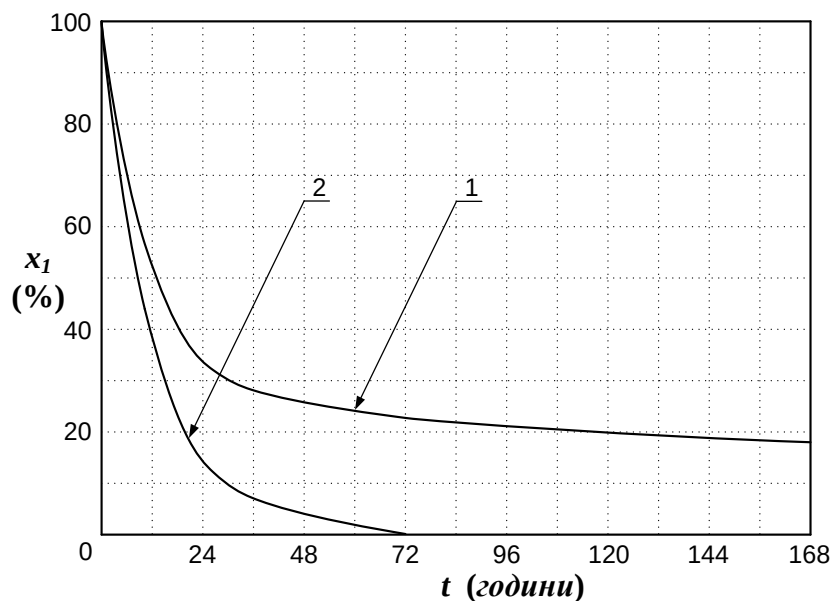


Рисунок 3.1 – Тижневі графіки кривої забування за Г. Еббінгаузом (лінія 1) та кривої чистого забування (лінія 2)

Також у нашій роботі [8] запропоновано і обґрунтовано замість «кривої забування» використовувати «смугу забування», для якої «крива Г. Еббінгауза» є «осьовою» лінією, і доведено, що для визначення границь «смуги забування» доцільно використовувати

нормальний закон розподілу, який для випадкової величини $x_1(t_k), k = 1, 2, \dots, n$ у вигляді густини її ймовірностей $f(x_1(t_k))$ має вигляд -

$$f(x_1(t_k)) = \frac{1}{\sigma_{x_1(t_k)} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x_1(t_k) - m_{x_1(t_k)}}{\sigma_{x_1(t_k)}} \right)^2}, k = 1, 2, \dots, n, \quad (3.3)$$

в чому нескладно переконатись, скориставшись будь-яким підручником з теорії ймовірностей, де $m_{x_1(t_k)}$ – усереднене значення (математичне очікування) випадкової величини $x_1(t_k)$ в контрольний момент часу t_k (точка на «кривій забування» Г. Еббінгауза в момент часу t_k , а $\sigma_{x_1(t_k)}$ – середньоквадратичне відхилення випадкових значень $x_1(t_k)$ від математичного очікування $m_{x_1(t_k)}$ цієї випадкової величини в даний контрольний момент часу, числове значення для якого з використанням кривої «чистого забування», яка витікає із математичної моделі (3.1) при нульовій синергетичній складовій і приведена у вигляді лінії 2 на рис. 3.1, та правила «трьох сігм» [30] запропоновано знаходити з рівняння

$$24 - 3\sigma_{x_1(t_k=72)} = 0, \quad (3.4)$$

тобто, у вигляді –

$$\sigma_{x_1(t_k=72)} = \frac{24}{3} = 8\%. \quad (3.5)$$

У нашій роботі [8] показано, що три «смуги забування» в процентних діапазонах ймовірностей 65; 95; 99,7, які визначаються співвідношеннями:

$$J_{65\%} = (m_{x_1(t_k)} - \sigma_{x_1(t_k)}, m_{x_1(t_k)} + \sigma_{x_1(t_k)}), \quad (3.6)$$

$$J_{95\%} = (m_{x_1(t_k)} - 2\sigma_{x_1(t_k)}, m_{x_1(t_k)} + 2\sigma_{x_1(t_k)}), \quad (3.7)$$

$$J_{99,7\%} = (m_{x_1(t_k)} - 3\sigma_{x_1(t_k)}, m_{x_1(t_k)} + 3\sigma_{x_1(t_k)}), \quad (3.8)$$

мають вигляд приведений нами у роботі [8] і продубльований у даній монографії на рис. 3.2.

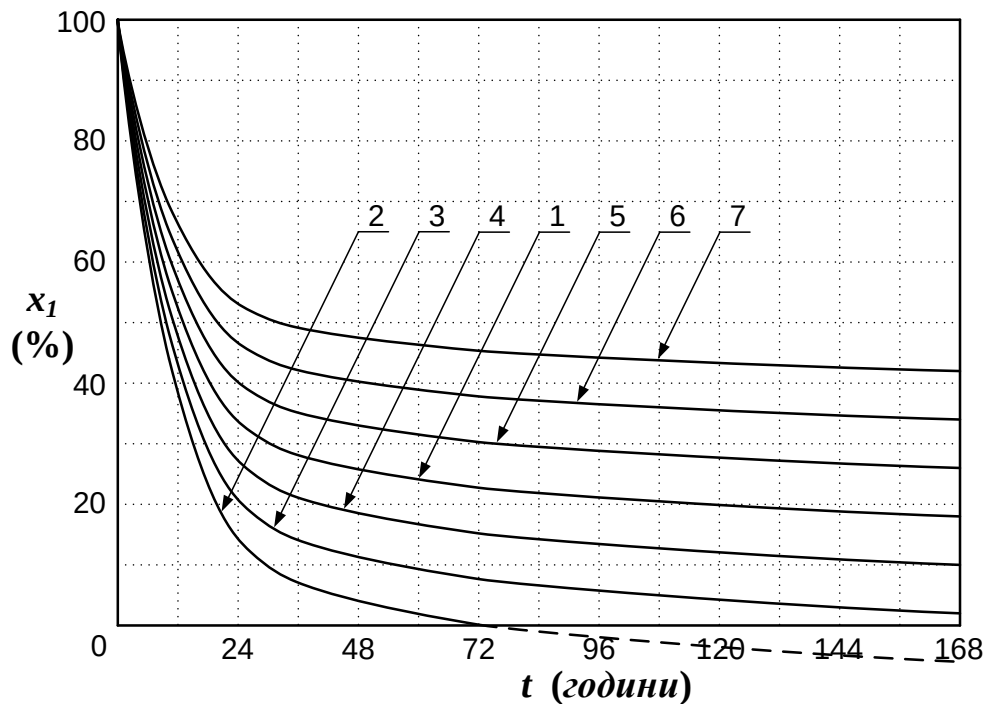


Рисунок 3.2 – Тижневі графіки кривої забування за Г. Еббінгаузом (лінія 1), та смуг забування, обмежених лініями 2 і 7, лініями 3 і 6, та лініями 4 і 5

Смуга забування, що обмежена лініями 4 і 5 на рис. 3.2, задається виразом (3.6), та, що обмежена лініями 3 і 6, – виразом (3.7), а та, що обмежена лініями 2 і 7, – виразом (3.8).

Обговорення концепції розширення «кривої забування», експериментально побудованої Г. Еббінгаузом, до запропонованих нами – авторами роботи [8] «смуг забування», на семінарах за участю професійних психологів, привели до висновків, що сама концепція розширення «кривої» до «смуг» є плідною і такою, що не суперечить даним експериментальних досліджень, але ця концепція потребує удосконалення в частині:

- 1) уточнення базової для синтезу «смуг забування» математичної моделі «кривої Г. Еббінгауза», оскільки згідно з тією моделлю, що запропонована виразом (3.1), з плином часу забувається все, у той час, як практика свідчить, що, на якомусь, хоча б незначному рівні, інформація, отримана в аудиторії за тематикою навчальної дисципліни від викладача, зберігається не лише упродовж усього терміну вивчення цієї навчальної дисципліни, але і упродовж подальшого життя за межами не лише цього терміну, але і по закінченні навчального закладу;

2) необхідності «упакування» навіть найбільш широкої «смуги забування» в межах квадранту площини з позитивною оцінкою рівнів забування інформації, оскільки забування зі знаком мінус не буває, а тому недоцільно його інтерпретувати в термінах генерування дезінформації.

Тому далі перейдемо до удосконалення концепції розширення «кривої» до «смуг» з метою її «очищення» від недоліків, приведених вище.

І почнемо з уточнення базової для синтезу «смуг забування» математичної моделі «кривої Г. Еббінгауза».

Серед професійних психологів знаходить підтримку математична модель, що запропонована у монографії Л. М. Пріснякової «Системний аналіз поведінки особистості», опублікованій у 2007 році в Дніпропетровську у приватному видавництві, і має вигляд

$$\bar{I} = \bar{\phi} + (1 - \bar{\phi}) e^{-\frac{t}{T}} \quad (3.9)$$

в якій відносними величинами $\bar{I} = \frac{I}{I_0}$ та $\bar{\phi} = \frac{I_c}{I_0}$ задається поточне значення інформації I , що забувається піддослідним індивідом, після отримання її ним у кількості I_0 в початковий момент часу $t = 0$, і та частка I_c від початкової інформації, що залишається в пам'яті індивідуума назавжди, а параметром T позначено відрізок часу, за який забувається $\frac{2}{3}$ від початкової кількості інформації, тобто, від I_0 .

Зауважимо, що зв'язок між лівою частиною моделі (3.1), в якій процес забування інформації виражається в процентах від початкової її кількості, та лівою частиною моделі (3.9), в якій процес забування інформації виражається в долях від початкової її кількості, має вигляд

$$x_1 = 100 \bar{I}. \quad (3.10)$$

Другою відмінністю цих моделей є те, що в моделі (3.1) час t задається в годинах, відлік яких починається від моменту отримання індивідом початкової інформації, тобто, ця модель задає процес забування інформації у вигляді $x_1(t)$, а в моделі (3.9) час задається у відносних одиницях τ , пов'язаних з поточним часом t співвідношенням

$\tau = \frac{t}{T}$, а тому ця модель задає процес забування інформації у вигляді $\bar{I}(\tau)$.

Третя відмінність цих моделей полягає в тому, що модель (3.9) в якості відносного параметру $\bar{\phi}$ містить в собі складову, що задає значення I_c тієї долі початкової інформації, яка ніколи з пам'яті індивідуума не стирається, а модель (3.1) такого параметру не містить.

Четвертою відмінністю цих моделей є те, що модель (3.1) враховує синергетичну складову $\alpha_{12}x_2$, де x_2 – інформація, що генерується мозком індивідуума самостійно за тематикою, пов'язаною з початковою інформацією у той період часу, в який уже від викладача ця інформація не надходить і йде процес її забування, а тому ця складова уповільнює процес забування, у той час як модель (3.9) такої складової не містить взагалі.

Проаналізувавши ці чотири відмінності, синтезуємо математичну модель процесу забування інформації студентом у вигляді:

$$x_{1(\%)}(\tau) = \bar{\phi}_{(\%)} + (100 - \bar{\phi}_{(\%)})e^{-(1-\alpha_{12}x_2)\tau}, \quad (3.11)$$

який є симбіозом моделей (3.1), (3.9) та не містить в собі відзначених вище недоліків кожної із цих моделей при їх самостійному використанні.

Якщо, як це пропонується у вищезгаданій монографії Л. М. Пріснякової, параметр T визначати як час, за який забувається дві третини від початкової інформації, то, як витікає із «кривої Г. Еббінгауза», приведеної на рис. 3.1 у вигляді лінії 1,

$$T = 24 \text{ години}, \quad (3.12)$$

а тому для ідентифікації синтезованої математичної моделі (3.11) скориставшись цією ж «кривою Г. Еббінгауза», чисельно визначимо ще параметр $\bar{\phi}_{(\%)}$, який характеризує той процент початкової інформації, що не забувається з часом, та параметр $\alpha_{12}x_2$, який характеризує синергетичну складову, що уповільнює процес забування за рахунок внутрішньої роботи мозку у той відрізок часу, в який нова інформація до цього мозку не надходить. Для знаходження чисельних значень цих

параметрів, скориставшись моделлю (3.11) та «кривою Г. Еббінгауза», складемо відносно них і розв'яжемо систему двох рівнянь з двома невідомими.

З «кривої Г. Еббінгауза» легко бачити, що для моменту часу $t_1 = 48$ годин маємо:

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{t_1}{T} = \frac{48}{24} = 2, \\ x_{1(\%)}(t_1) = x_{1(\%)}(\tau_1) = 25,5; \end{cases} \quad (3.13)$$

а для моменту часу $t_2 = 120$ годин маємо:

$$\begin{cases} \tau_2 = \frac{t_2}{T} = \frac{120}{24} = 5, \\ x_{1(\%)}(t_2) = x_{1(\%)}(\tau_2) = 20. \end{cases} \quad (3.14)$$

Підставляючи значення відповідних параметрів із виразів (3.13), (3.14) в математичну модель (3.11), отримаємо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{25,5 - \bar{\Phi}_{(\%)}}{100 - \bar{\Phi}_{(\%)}} = e^{-(1 - \alpha_{12}x_2)^2}, \\ \frac{20 - \bar{\Phi}_{(\%)}}{100 - \bar{\Phi}_{(\%)}} = e^{-(1 - \alpha_{12}x_2)^5}, \end{cases} \quad (3.15)$$

розв'язуючи які відносно $\bar{\Phi}_{(\%)}$ та $\alpha_{12}x_2$ отримаємо числові значення цих параметрів, підстановкою яких в модель (3.11) завершується процес її ідентифікації.

Але цей простий і прозорий алгоритм ідентифікації моделі (3.11) не приносить коректних результатів в разі використання при його реалізації координат далеко віддалених одна від одної точок з «кривої Г. Еббінгауза». А в процесі досліджень вдалося з'ясувати, що отримувати коректні розв'язки системи рівнянь (3.15) при вільному виборі координат точок з «кривої Г. Еббінгауза» можна лише у тих випадках, коли і параметр T , який характеризує відрізок часу, протягом якого індивідум забуває дві третини початкової інформації, і параметр $\alpha_{12}x_2$, який характеризує сповільнення процесу забування за рахунок синергетичної складової, що генерується мозком в проміжку часу між новими

надходженнями інформації за даною темою, є не константами, а величинами, що змінюються в часі, або ж ці величини визначаються методом найменших квадратів з використанням випадкових числових значень ступеню забування, розкиданих навколо «кривої Г. Еббінгауза», що породить нову модель, графік якої буде наближеним до «кривої Г. Еббінгауза» в середньому квадратичному сенсі, але не співпадатиме з нею. І це стало ще одним підтвердженням того, що при аналізі процесів забування інформації необхідно переходити від використання «кривої забування», породженої Г. Еббінгаузом, до «смуг забування», у вигляді, приведеному на рис. 2 в нашій роботі [8] і відображеному на рис. 3.2. Але, для того, щоб врахувати зауваження психологів стосовно того, що забування не повинно набувати від'ємного знаку в «смузі забування», а також врахувати уже і математичну модель осьової лінії цих смуг у вигляді (3.11), при побудові удосконалених «смуг забування, як і в роботі [8], використаємо вирази (3.3), (3.6), (3.7), (3.8), але по іншому підійдемо до визначення середньоквадратичного відхилення $\sigma_{x_1(\tau_k)}$ та вкладемо дещо інший зміст в параметр T , з використанням якого будемо формувати відносний час

$$\tau_k = \frac{t_k}{T}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.16)$$

В нашій роботі [8] параметр T дорівнював відріzkу часу, протягом якого відбувалося забування індивідуумом двох третин початкової інформації, а у даному випадку цей параметр є лише базовим для визначення відносного часу за виразом (3.16) і дорівнює кількості годин в добі, тобто, для нього теж буде справедливим співвідношення (3.12), але наповнене іншим змістом.

Що ж до середньоквадратичного відхилення $\sigma_{x_1(\tau_k)}$, то його визначимо не з виразу $24 - 3\sigma_{x_1(t_k=72)} = 0$, як в роботі [8], а з виразу

$$18 - 3\sigma_{x_1(\tau_7)} = 0, \quad (3.17)$$

яким описуватимемо нижню границю крайньої полоси за законом «трьох сігм» через тиждень після початкової подачі інформації, тобто, перед подачею наступної порції інформації на наступній за розкладом лекції за умови, що розкладом передбачена лише одна лекція з даної навчальної дисципліни на тиждень. Цілком очевидно, що якщо за

розкладом на тиждень заплановано буде дві і більше лекцій, то рівняння (3.17) необхідно буде записувати відносно дня, в який відбудеться наступна за розкладом лекція, що означає, що «смуги забування» не є раз і назавжди закріпленими конструкціями, а можуть мати рухомі границі, положення яких обумовлюватиметься розкладом занять з даної навчальної дисципліни.

Із рівняння (3.17) знайдемо, що

$$\sigma_{x_1(\tau_7)} = \sigma_{x_1(7)} = \frac{18}{3} = 6. \quad (3.18)$$

А далі, застосовуючи той же алгоритм, що і в нашій роботі [8], але з використанням значення середньоквадратичного відхилення, визначеного виразом (3.18), знайдемо, що в точці з абсцисою $\tau_7 = 7$ ординати верхньої та нижньої граничних точок набувають значень:

для «смуги забування» (3.6) –

$$\begin{cases} x_{1(\%)}^v(7) = x_{1(\%)}^E(7) + \sigma_{x_1(7)} = 18 + 6 = 24, \\ x_{1(\%)}^n(7) = x_{1(\%)}^E(7) - \sigma_{x_1(7)} = 18 - 6 = 12; \end{cases} \quad (3.19)$$

для «смуги забування» (3.7) –

$$\begin{cases} x_{1(\%)}^v(7) = x_{1(\%)}^E(7) + 2\sigma_{x_1(7)} = 18 + 12 = 30, \\ x_{1(\%)}^n(7) = x_{1(\%)}^E(7) - 2\sigma_{x_1(7)} = 18 - 12 = 6; \end{cases} \quad (3.20)$$

для «смуги забування» (3.8) –

$$\begin{cases} x_{1(\%)}^v(7) = x_{1(\%)}^E(7) + 3\sigma_{x_1(7)} = 18 + 18 = 36, \\ x_{1(\%)}^n(7) = x_{1(\%)}^E(7) - 3\sigma_{x_1(7)} = 18 - 18 = 0. \end{cases} \quad (3.21)$$

Зауважимо, що у виразах (3.19), (3.20), (3.21) $x_{1(\%)}^E(7)$ – це значення ординати з «кривої Г. Еббінгауза» в точці з абсцисою $\tau_7 = 7$.

А в точці з абсцисою $\tau_2 = 2$ ординати верхньої та нижньої граничних точок набувають значень:

для «смуги забування» (3.6) –

$$\begin{cases} x_{1(\%)}^v(2) = x_{1(\%)}^E(2) + \sigma_{x_1(7)} = 25,5 + 6 = 31,5, \\ x_{1(\%)}^n(2) = x_{1(\%)}^E(2) - \sigma_{x_1(7)} = 25,5 - 6 = 19,5; \end{cases} \quad (3.22)$$

для «смуги забування» (3.7) –

$$\begin{cases} x_{1(\%)}^v(2) = x_{1(\%)}^E(2) + 2\sigma_{x_1(7)} = 25,5 + 12 = 37,5, \\ x_{1(\%)}^n(2) = x_{1(\%)}^E(2) - 2\sigma_{x_1(7)} = 25,5 - 12 = 13,5; \end{cases} \quad (3.23)$$

для «смуги забування» (3.8) –

$$\begin{cases} x_{1(\%)}^v(2) = x_{1(\%)}^E(2) + 3\sigma_{x_1(7)} = 25,5 + 18 = 43,5, \\ x_{1(\%)}^n(2) = x_{1(\%)}^E(2) - 3\sigma_{x_1(7)} = 25,5 - 18 = 7,5. \end{cases} \quad (3.24)$$

Між цими граничними точками з абсцисами $\tau_2 = 2$ та $\tau_7 = 7$ границі «смуг забування» проводимо паралельно осьовій «кривій Г. Еббінгауза», а між граничними точками з абсцисою $\tau_2 = 2$ та точкою з абсцисою $\tau_0 = 0$ і ординатою $x_{1(\%)} = 100$ усю множину граничних ліній стягуємо у пучок з вершиною у точці $(0;100)$ та збереженням пропорційності у співвідношеннях граничних ординат в точці з абсцисою $\tau_1 = 1$.

Визначені за таким алгоритмом «смуги забування» графічно представлені на рис. 3.3.

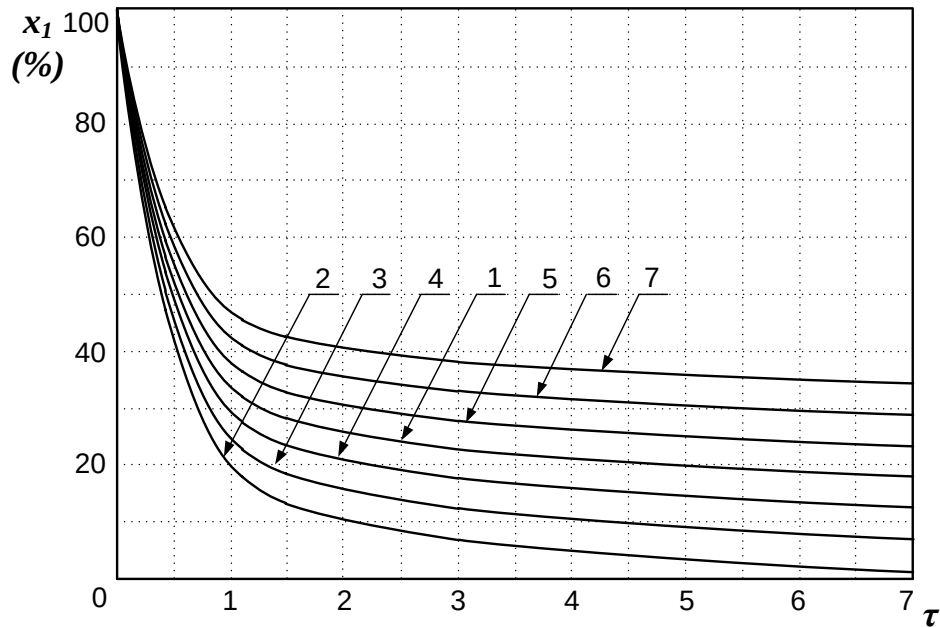


Рисунок 3.3 – Тижневі графіки кривої забування за Г. Еббінгаузом (лінія 1), та смуг забування, обмежених лініями 2 і 7, лініями 3 і 6, та лініями 4 і 5, визначених за удосконаленою методикою

Як показано в нашій роботі [8] стосовно кваліфікаційних ознак рівня пам'яті, очевидно, що чим менше індивідуум забуває, тим вищим є рівень його пам'яті. Тож граничні лінії, визначені в «смугах забування», можуть виступати в якості класифікаційних ознак наявності у цього індивідуума того чи іншого рівня пам'яті, а саме:

- у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить на осевій лінії 1 «смуги забування», тобто, на «кривій забування» за Г. Еббінгаузом, то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має «середній рівень» пам'яті;
- у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить вище лінії 1, але нижче лінії 5 «смуги забування», то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має рівень пам'яті, «вищий середнього», причому сама лінія 5 може бути класифікаційною ознакою «доброї» пам'яті;
- у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить вище лінії 5, але нижче лінії 6 «смуги забування», то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має рівень пам'яті, «вищий доброго», причому сама лінія 6 може бути класифікаційною ознакою «високого рівня» пам'яті;

– у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить вище лінії 6, але нижче лінії 7 «смуги забування», то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має «дуже високий рівень» пам'яті, причому сама лінія 7 може бути класифікаційною ознакою «надзвичайно високого рівня» пам'яті;

– у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить нижче лінії 1, але вище лінії 4 «смуги забування», то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має рівень пам'яті, «нижчий середнього», причому сама лінія 4 може бути класифікаційною ознакою «низького рівня» пам'яті;

– у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить нижче лінії 4, але вище лінії 3 «смуги забування», то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він має «дуже низький рівень» пам'яті, причому сама лінія 3 може бути класифікаційною ознакою «надзвичайно низького рівня» пам'яті;

– у випадку, якщо точка, що характеризує рівень забування знань індивідуумом, лежить нижче лінії 3, але вище лінії 2 «смуги забування», то відносно такого індивідуума можна стверджувати, що він «майже не має пам'яті», причому сама лінія 2 може бути класифікаційною ознакою «відсутності» пам'яті.

Зону нижчу лінії 2 «смуги забування», тобто зону дебільності, не розглядаємо, оскільки індивідууми, що до неї належать, бути студентами не можуть в принципі.

А щодо зони над лінією 7 «смуги забування», то там знаходяться ординати трьох індивідуумів із кожної тисячі, які згідно з центральною граничною теоремою теорії ймовірностей не попадають в «смугу» (3.11) – це особи, що володіють геніальною пам'яттю, а тому можуть, отримавши на лекції від викладача певну суму знань, протягом тижня усі ці знання пам'ятати у повному чи майже повному обсязі.

Як ми уже відзначили раніше, протягом достатньо значного відрізка часу групою науковців нашого університету за програмою роботи науково-дослідної лабораторії «Проблем вищої школи» (НДЛ ПВШ) здійснювались дослідження процесів засвоєння студентами закладів вищої освіти (ЗВО) знань, які вони отримували від викладачів на лекціях і практичних заняттях з певних навчальних дисциплін.

Частина результатів цих досліджень, що присвячена моделюванню процесів забування інформації, отриманої студентами на лекціях та

практичних заняттях, була опублікована протягом 2010-2021 років в роботах [1] – [12].

Ці результати, завдяки яким відома психологам «крива забування Г. Еббінгауза» спочатку була розширена до «смуг забування», а математична модель процесу забування інформації, запропонована в монографії Л. М. Пріснякової «Системний аналіз поведінки особистості», опублікованій у Дніпропетровську у 2007 році, доповнена синергетичною складовою, трансформована до кожної із шести «смуг забування» і приведена до вигляду

$$x_{1(\%)}(\tau) = \phi_{(\%)} + (100 - \phi_{(\%)})e^{-(\alpha_{11} - \alpha_{12}x_2)\tau}, \quad (3.25)$$

$$x_{1(\%)} = 100\bar{I}_1, \quad \bar{I}_1 = \frac{I_1}{I_0}, \quad x_2 = \frac{I_2}{I_0}, \quad \phi_{(\%)} = 100\bar{\phi}, \quad \bar{\phi} = \frac{I_c}{I_0}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad (3.26)$$

де I_1 – поточне значення інформації, що залишається в пам’яті студента з плином часу t після отримання її ним у кількості I_0 на лекції; I_c – та частка від початкової інформації I_0 , отриманої на лекції, що залишається в пам’яті студента назавжди; T – відрізок часу, за який забувається $\frac{2}{3}$ від початкової кількості інформації, тобто, від I_0 , який, як вистікає з графіка, отриманого ще Г. Еббінгаузом і підтвердженого в подальших дослідженнях психологів, дорівнює 24 години; $\alpha_{12}x_2$ – синергетична складова, в якій x_2 – відносна інформація, що генерується мозком студента самостійно за тематикою, пов’язаною з початковою інформацією у той період часу, в який уже від викладача ця інформація не надходить і йде процес її забування, тому ця складова уповільнює цей процес, який для зручності позначено $\lambda(\bullet)$, тобто $\lambda(\bullet) = \alpha_{12}x_2(\bullet)$, а параметр α_{11} характеризує «чисте забування» в момент відносного часу $\tau=1$ за відсутності впливу синергетичної складової, значення якого прийнято рівним одиниці для кривої Г. Еббінгауза, яка породжує «смуги забування», а для самих «смуг забування», значення цього параметру буде відрізнятися від одиниці, будучи більшим за одиницю для «смуг», які мають місце під кривою Г. Еббінгауза, та меншим за одиницю для «смуг», які мають місце над цією кривою, тобто, в загальному

вигляді його можна записати, як $\alpha_{11}(\bullet)$, пам'ятаючи однак, що для кожної «смуги забування» цей параметр є константою.

А з врахуванням того, що навчальна дисципліна вивчається протягом семестру, який має 18 тижнів, а модель процесу забування ми синтезуємо для того, щоб спрогнозувати скільки інформації у студента залишиться в пам'яті від прослуханої в аудиторії лекції через тиждень до початку наступної лекції, якщо лекція викладається за розкладом лише раз на тиждень, та того, що тиждень являє собою лише одну вісімнадцяту частку часу, протягом якого в семестрі викладається ця навчальна дисципліна, що дозволяє відрізок часу в тиждень вважати таким, що є околom точки $\tau = 0$, а експоненту $e^{\frac{\lambda_0}{1+\tau}\tau}$ в околі точки $\tau = 0$ при її розкладі в степеневий ряд записати у вигляді

$$e^{\frac{\lambda_0}{1+\tau}\tau} \approx 1 + \lambda_0 \tau, \quad (3.27)$$

математична модель (1), (2) нами була приведена до вигляду

$$x_{1(\%)}(\tau) = \phi_{(\%)}(\bullet) + (100 - \phi_{(\%)}(\bullet))(1 + \lambda_0 \tau)e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau}, \quad (3.28)$$

де

$$\begin{cases} \phi_{(\%)}(\bullet) \in [\phi_{(\%)}(A), \phi_{(\%)}(B-C), \phi_{(\%)}(D-E), \phi_{(\%)}(FX), \phi_{(\%)}(F)], \\ \alpha_{11}(\bullet) \in [\alpha_{11}(A), \alpha_{11}(B-C), \alpha_{11}(D-E), \alpha_{11}(FX), \alpha_{11}(F)], \\ \lambda(\bullet) \in [\lambda(A), \lambda(B-C), \lambda(D-E), \lambda(FX), \lambda(F)], \end{cases} \quad (3.29)$$

і зроблено припущення, що ми уже знаємо, до якої «смуги забування» $(\bullet)$ відноситься пам'ять студента, тобто уже знаємо, що він є «відмінником», який отримує оцінки «А» за міжнародною шкалою; «хорошистом», який отримує оцінки «В-С»; «посередніх здібностей», який отримує оцінки «D-E»; «здібностей нижчих посередніх, але здатним шляхом додаткових перескладань іспиту завершити екзаменаційну сесію у складі студентів з посередніми здібностями», який отримує оцінку «FX»; або ж він має «здібності настільки нижчі посередніх, що для отримання посередньої оцінки йому потрібно повторно вивчати усю програму навчальної дисципліни», тобто, що він навіть не допускається до першого складання іспиту, маючи за роботу протягом семестру оцінку «F».

Завершили ми публікацію результатів, отриманих в даному напрямку досліджень, постановкою задачі оптимальної ідентифікації математичної моделі (3.28), застосувавши ідеологію, опубліковану у 1968 році в монографії Я. З. Ципкіна «Адаптація та навчання в автоматичних системах», тобто ідеологію, яка зводиться до мінімізації за методом найменших квадратів критерію

$$\Sigma = \sum_{i=1}^N \left(x_{(\%) }^{(ei)} - \phi_{(\%) }(\bullet) - (100 - \phi_{(\%) }(\bullet))(1 + \lambda_0(\bullet)\tau_i) e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} \right)^2, \quad (3.30)$$

за алгоритмом якого спочатку отримується система рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial \Sigma}{\partial \phi_{(\%) }} = \psi_{\phi}(\phi_{(\%) }(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)) = \\ & = \sum_{i=1}^N \left\{ x_{1(\%) }^{(ei)}(\bullet) - \phi_{(\%) }(\bullet) - [100 - \phi_{(\%) }(\bullet)](1 + \lambda_0(\bullet)\tau_i) e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} \right\} \left\{ -1 + (1 + \lambda_0(\bullet)\tau_i) e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} \right\} = 0, \\ & \frac{\partial \Sigma}{\partial \alpha_{11}} = \psi_{\alpha}(\phi_{(\%) }(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)) = \\ & = \sum_{i=1}^N \left\{ x_{1(\%) }^{(ei)}(\bullet) - \phi_{(\%) }(\bullet) - [100 - \phi_{(\%) }(\bullet)](1 + \lambda_0(\bullet)\tau_i) e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} \right\} * \\ & \quad * (\phi_{(\%) }(\bullet) - 100)(1 + \lambda_0(\bullet)\tau_i) \tau_i e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} = 0, \\ & \frac{\partial \Sigma}{\partial \lambda_0} = \psi_{\lambda}(\phi_{(\%) }(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)) = \\ & = \sum_{i=1}^N \left\{ x_{1(\%) }^{(ei)}(\bullet) - \phi_{(\%) }(\bullet) - [100 - \phi_{(\%) }(\bullet)](1 + \lambda_0(\bullet)\tau_i) e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} \right\} \left\{ 100 - \phi_{(\%) }(\bullet) \right\} \tau_i e^{-\alpha_{11}(\bullet)\tau_i} = 0 \end{aligned} \right. \quad (3.31)$$

або:

$$\begin{cases} \psi_{\phi}(\phi_{(\%) }(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)) = 0, \\ \psi_{\alpha}(\phi_{(\%) }(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)) = 0, \\ \psi_{\lambda}(\phi_{(\%) }(\bullet), \alpha_{11}(\bullet), \lambda_0(\bullet)) = 0, \end{cases} \quad (3.32)$$

яка розв'язується методом послідовних наближень за ітераційним алгоритмом

$$\begin{cases} \phi_{(\%) }(n) = \phi_{(\%) }(n-1) - \gamma(n) \psi_{\phi}(\phi_{(\%) }(n-1), \alpha_{11}(n-1), \lambda_0(n-1)), & n = 1, 2, 3, \dots \\ \alpha_{11}(n) = \alpha_{11}(n-1) - \gamma(n) \psi_{\alpha}(\phi_{(\%) }(n-1), \alpha_{11}(n-1), \lambda_0(n-1)), & n = 1, 2, 3, \dots \\ \lambda_0(n) = \lambda_0(n-1) - \gamma(n) \psi_{\lambda}(\phi_{(\%) }(n-1), \alpha_{11}(n-1), \lambda_0(n-1)), & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (3.33)$$

з початковими умовами –

$$\begin{cases} \phi_{(\%) }(0) = \phi_0, \\ \alpha_{11}(0) = \alpha_{110}, \\ \lambda_0(0) = \lambda_{00}, \end{cases} \quad (3.34)$$

які потрібно задавати для кожної «смуги забування».

А зупиняти ітераційний процес і приймати в якості числових значень $\varphi_{(\%)}, \alpha_{11}^*, \lambda^*$ параметрів $\varphi_{(\%)}, \alpha_{11}, \lambda_0$ моделі (3.28) для кожної із «смуг забування» необхідно ті їх значення $\varphi_{(\%)}(n), \lambda(n)$, які задовольняють ви-
могам:

$$\begin{cases} |\varphi_{(\%)}(n) - \varphi_{(\%)}(n-1)| \leq \varepsilon_{\varphi}, \\ |\alpha_{11}(n) - \alpha_{11}(n-1)| \leq \varepsilon_{\alpha}, \\ |\lambda(n) - \lambda(n-1)| \leq \varepsilon_{\lambda} \end{cases} \quad (3.35)$$

де $\varepsilon_{\varphi}, \varepsilon_{\alpha}, \varepsilon_{\lambda}$ – задані похибки розрахунку.

Розв’язання системи рівнянь (3.31) за алгоритмом (3.33) з викорис-
танням позначень (3.32) та трансформації результатів розв’язання до
структури моделі (3.28) буде нами представлене в четвертому розділі
монографії.

3.2. Удосконалення моделі процесу здобування знань шляхом трансформації моделі Пріснякової до реальних умов надходження знань від їх джерела

Оскільки студенти університетів є частиною суспільства, то моде-
лювання ПЗЗУС необхідно розглядати в контексті моделювання суспі-
льних процесів з використанням математичних моделей для їх аналізу і
оцінювання визначальних параметрів.

Аналізуючи математичну модель інтелектуального стану суспільс-
тва, запропоновану у вище згаданій монографії Пріснякової, для син-
тезу якої нею використані роботи [31], [32], будемо використовувати ті
ж трактування змінних та ту ж систему позначень, які використані у цій
монографії, згідно з якими ця модель має вигляд –

$$(\overline{E}_I + \alpha \overline{N}_{st}^2) \left(\frac{1}{\overline{N}_{st}} - 1 \right) = q, \quad (3.36)$$

в якому усі змінні $\overline{E}_I, \overline{N}_{st}, q$ є безрозмірними згідно з виразами:

$$\overline{E}_I = \frac{E_I}{E_I^*}, \quad \overline{N}_{st} = \frac{N_{st}}{N_{\Sigma}}, \quad q = R \frac{k_{pr} W_{th}}{q_{th} k_{cr}}, \quad (3.37)$$

де E_I – потенціал інтелекту суспільства, який являє собою сумарну інформацію про досягнення науки, культури і технологій, що припадає на душу населення країни, E_I^* – стандарт (базова величина) інтелекту суспільства, за який можна взяти потенціал інтелекту суспільства найбільш розвиненої країни світу, N_Σ – кількість населення країни, N_{st} – кількість населення країни, яка навчається в навчальних закладах або підвищує свій запас знань за рахунок самоосвіти, α , R – коефіцієнти пропорційності, що виражені в долях від стандарту E_I^* за співвідношеннями –

$$\alpha = \frac{\alpha^*}{E_I^*}, \quad R = \frac{R^*}{E_I^*}, \quad (3.38)$$

а інші параметри – $k_{pr}, W_{th}, q_{th}, k_{cr}$, що входять у вираз для змінної q , якою характеризується добротність освіти та самоосвіти, у свою чергу задаються виразами:

$$k_{pr} = \frac{E_{kn}^*}{E_{pl}}, \quad W_{th} = \frac{E_{kn}^*}{E_{kn}}, \quad q_{th} = \frac{N_{st}}{N_{th}}, \quad k_{cr} = \frac{d^*}{d}, \quad (3.39)$$

де k_{pr} – коефіцієнт наукового професіоналізму викладача, E_{kn}^* – кількість знань з навчальної дисципліни, які дає викладач на заняттях, E_{pl} – кількість знань з навчальної дисципліни, набуття яких обумовлене її навчальним планом; W_{th} – коефіцієнт передачі знань, E_{kn} – усереднена кількість знань з навчальної дисципліни, які дає на заняттях «усереднений» викладач; q_{th} – коефіцієнт забезпечення якості викладання навчальної дисципліни, N_{th} – кількість викладачів в країні, задіяних в процесі передачі знань; k_{cr} – коефіцієнт криміналізації освіти, d – кількість відрахованих з навчальних закладів в цілому по країні, d^* – кількість відрахованих з навчальних закладів в найбільш розвиненій країні, з якої взято стандарт (базову величину) E_I^* інтелекту суспільства.

Якщо переписати рівняння (3.36) у вигляді параметричної функціональної залежності $\bar{E}_I = f_I(\bar{N}_{st})$ і побудувати графік цієї функції, то він матиме вигляд, приведений в монографії Л. Пріснякової і

відтворений на рис. 3.4, на якому крива 1 вказує на наявність у цієї функції екстремумів, крива 2 вказує на наявність точки перегину, а крива 3 вказує на стабільний підйом інтелекту суспільства.

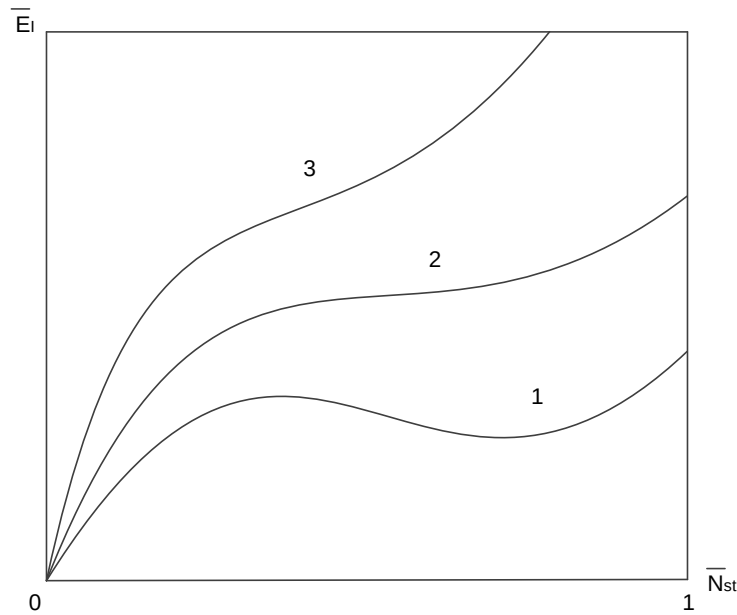


Рисунок 3.4 – Орієнтовний графік залежності відносного інтелекту суспільства $\bar{E}_I$ від відносної кількості $\bar{N}_{st}$ членів, його створюючих, згідно моделі (3.25)

Як видно з рис. 3.4 при певних значеннях параметрів функція $\bar{E}_I = f_I(\bar{N}_{st})$ може мати екстремуми і при зростанні відносної кількості $\bar{N}_{st}$ членів суспільства, причетних до формування відносного інтелекту цього суспільства, може навіть зменшуватись, що суперечить логіці.

Ця логічна суперечливість виникла у першу чергу тому, що для синтезу математичної моделі (3.36) Л. Пріснякова склала і використала наступне рівняння балансу для інтелекту суспільства:

$$E_I + E_{se} = \frac{R^* Q N_{st}}{N_{\Sigma} - N_{st}}, \quad (3.40)$$

в якому R^* – коефіцієнт пропорційності, E_{se} – приріст інтелекту суспільства за рахунок освіти і самоосвіти населення, який авторка цього балансного рівняння пропонує задавати у вигляді –

$$E_{se} = \alpha^* \bar{N}_{st}^2, \quad (3.41)$$

де α^* – коефіцієнт пропорційності, а Q – функція якості освіти, що задається виразом:

$$Q = \frac{k_{pr} W_{th}}{q_{th} k_{cr}}, \quad (3.42)$$

параметри якого уже визначені вище.

Використовуючи співвідношення (3.37) – (3.42), здійснимо оцінку коректності синтезованої Прісняковою математичної моделі (3.36).

Розпочнемо аналіз з розгляду балансного рівняння (3.40). В чисельнику правої частини виразу (3.40) задано приріст знань, створених населенням N_{st} країни, яка навчається в навчальних закладах або підвищує свій запас знань за рахунок самоосвіти. Перша передумовна похибка полягає у відсутності у чисельнику правої частини виразу (3.40) множника

$$\Delta t = t - t_0, \quad (3.43)$$

яким потрібно визначати приріст часу, протягом якого створюється приріст знань. Друга передумовна похибка полягає в тому, що у лівій частині виразу (3.40) цьому приросту знань, створеному населенням у кількості N_{st} , відповідає лише складова E_{se} , бо складова E_I створена попередниками, яких невідомо скільки було в усі попередні роки існування країни, тож прирівнювати суму $E_I + E_{se}$ до чисельника правої частини виразу (3.40), навіть помноживши його на Δt , задане виразом (3.43), є дією некоректною і такою, що суперечить рівнянню балансу. А третя передумовна похибка при складенні балансу в рівнянні (3.40) полягає в тому, що в лівій частині цього рівняння визначені кількості знань на душу населення країни, тобто, віднесені до N_Σ , причому, як показано в співвідношенні (3.41), приріст знань створюється лише тією частиною населення, яка навчається або займається самоосвітою, а в правій частині рівняння (3.40) в знаменнику стоїть різниця $N_\Sigma - N_{st}$ яка дорівнює кількості населення країни, яка не вносить в приріст знань жодного нового біту інформації, тобто ліва частина рівняння балансу задає знання, створені розумними, в перерахунку на кожну душу населення, а права частина цього рівняння задає знання, створені розумними, в перерахунку на душу нерозумних. А це вже ніякий не баланс.

Далі побудуємо кубічне рівняння, не порушуючи балансних передумов.

Нехай $\bar{E}_I(t_0) = \bar{E}_{I0}$ – відносний потенціал інтелекту суспільства, який являє собою сумарну інформацію про досягнення науки, культури і технологій, що припадає на душу населення країни, визначений в початковий момент часу t_0 відрізка Δt , заданого виразом (3.43), з використанням E_I^* – стандарту (базової величини) інтелекту суспільства, за який ми теж візьмемо потенціал інтелекту суспільства найбільш розвинутої країни світу, згідно з формулою (3.37), а $\bar{E}_I(t) = \bar{E}_{It}$ – той же відносний потенціал інтелекту суспільства, але визначений в момент часу t цього ж відрізка Δt .

Тоді для приросту

$$\Delta \bar{E}_{It} = \bar{E}_{It} - \bar{E}_{I0} \quad (3.44)$$

відносного потенціалу інтелекту суспільства за відрізок часу Δt буде справедливим наступне рівняння балансу –

$$\bar{E}_{It} - \bar{E}_{I0} = R Q \left(\bar{N}_{st} + \alpha_2 \bar{N}_{st}^2 + \alpha_3 \bar{N}_{st}^3 \right) \Delta t, \quad (3.45)$$

в якому параметр $\bar{N}_{st}$ задається виразом (3.37), параметр R – виразом (3.38), параметр Q – виразом (3.42), а параметр Δt – виразом (3.43). Звертаємо увагу на те, що членом $R Q \bar{N}_{st} \Delta t$ ми враховуємо приріст відносного інтелекту суспільства за рахунок внеску членів суспільства з середнім рівнем інтелекту, членом $R Q \alpha_2 \bar{N}_{st}^2 \Delta t$ ми враховуємо приріст відносного інтелекту суспільства за рахунок талановитих членів суспільства, а членом $R Q \alpha_3 \bar{N}_{st}^3 \Delta t$ враховуємо приріст відносного інтелекту суспільства за рахунок надзвичайно талановитих членів суспільства, яких прийнято називати геніями.

З використанням співвідношення (3.42) вираз (3.45) можна подати у вигляді –

$$\bar{E}_{It} = \bar{E}_{I0} + R \frac{k_{pr} W_{th}}{q_{th} k_{cr}} \left(\bar{N}_{st} + \alpha_2 \bar{N}_{st}^2 + \alpha_3 \bar{N}_{st}^3 \right) \Delta t, \quad (3.46)$$

в якому параметри $k_{pr}, W_{th}, q_{th}, k_{cr}$ визначаються виразами (3.28) і який являє собою параметричну функцію $\bar{E}_{It} = f(\bar{N}_{st})$, похідна якої $\frac{d\bar{E}_{It}}{d\bar{N}_{st}}$

має вигляд –

$$\frac{d\bar{E}_{It}}{d\bar{N}_{st}} = R \frac{k_{pr}W_{th}}{q_{th}k_{cr}} \left(1 + 2\alpha_2 \bar{N}_{st} + 3\alpha_3 \bar{N}_{st}^2 \right) \Delta t. \quad (3.47)$$

А, як відомо з будь-якого підручника з математичного аналізу, екстремум функції може мати місце лише у тій точці, в якій її похідна дорівнює нулю. Тож прирівнюючи нулю вираз (3.47), маємо квадратне рівняння

$$1 + 2\alpha_2 \bar{N}_{st} + 3\alpha_3 \bar{N}_{st}^2 = 0, \quad (3.48)$$

яке, маючи додатні коефіцієнти, згідно з теоремою Вієтта, не може мати дійсних додатних коренів, котрі могли б стати абсцисами точок екстремуму функції (3.46) на множині $[0,1]$, до якої відносяться значення $\bar{N}_{st}$, адже $\bar{N}_{st} \in [0,1]$.

Перевіримо, чи має функція (3.46) точку перегину на відрізку значень $\bar{N}_{st} \in [0,1]$. Як відомо з будь-якого підручника з математичного аналізу, у точці перегину нулеві повинна дорівнювати друга похідна цієї функції, яка має вигляд –

$$\frac{d^2 \bar{E}_{It}}{d(\bar{N}_{st})^2} = R \frac{k_{pr}W_{th}}{q_{th}k_{cr}} \left(2\alpha_2 + 6\alpha_3 \bar{N}_{st} \right) \Delta t, \quad (3.49)$$

тож рівняння для знаходження цієї точки, як витікає із виразу (3.49), має вигляд –

$$2\alpha_2 + 6\alpha_3 \bar{N}_{st} = 0. \quad (3.50)$$

Корінь цього рівняння є від'ємним числом, яке не належить до множини $[0,1]$ тож можна констатувати, що на множині значень $\bar{N}_{st} \in [0,1]$ функція, що задається виразом (3.46) не має і точки перегину, тобто вона на цій множині значень аргументу лише зростає, наближаючись до прямої (1) на рис. 3.5 в разі, якщо в суспільстві практично відсутні талановиті члени та генії, набуваючи вигляд наростаючої квадратичної параболі (2) на рис. 3.5 в разі, якщо серед членів суспільства є помітна

кількість талановитих людей, або набуваючи вигляд кубічної параболи (3) на рис. 3.5 в разі, якщо серед членів суспільства, приріст інтелекту якого оцінюється на відрізку часу Δt , є певна кількість геніїв.

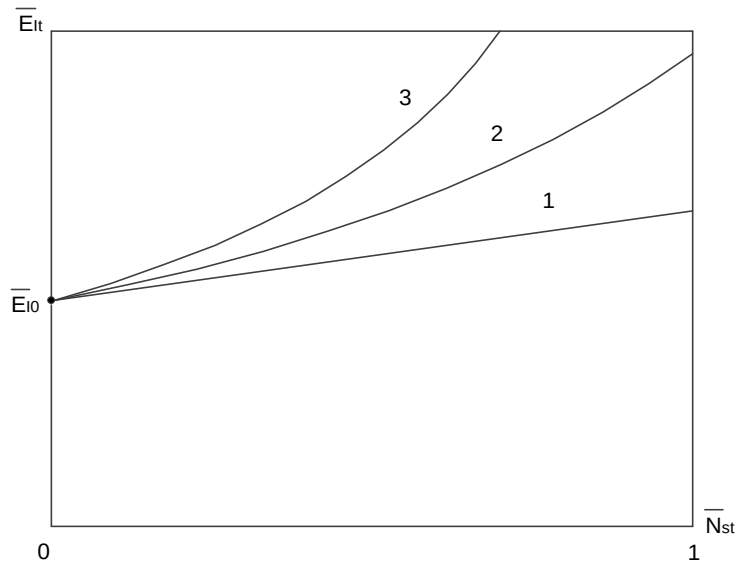


Рисунок 3.5 – Орієнтовний графік залежності приросту відносного інтелекту суспільства $\bar{E}_t$ від відносної кількості $\bar{N}_{st}$ членів, що його створюють, породженої синтезованою нами моделлю

Із виразу (3.46) легко бачити, що підйом цих графіків буде більш крутим для суспільства з меншим рівнем корупції, який характеризується параметром k_{cr} , та більшою кількістю викладачів і наставників, яка характеризується параметром q_{th} , а також з більшим науковим професіоналізмом викладачів і наставників, який характеризується параметром k_{pr} , та більшою майстерністю передачі знань, яка характеризується параметром W_{th} . І цей підйом буде менш крутим, якщо вище вказані параметри змінюються у протилежному напрямку.

Як бачимо, графіки, що приведені на рис. 3.5, не суперечать логіці процесу наростання відносного інтелекту суспільства навіть у випадку зростання в ньому корупційної складової і зменшення кількості викладачів та наставників.

Текст цього підрозділу монографії складено з використанням авторських наукових публікацій [10], [33].

3.3. Синтез математичної моделі ПЗЗУС, що враховує вплив повторення ключових понять матеріалу, викладеного лектором студентам на попередніх лекціях, на ступінь засвоєння ними нового матеріалу, який лектор доносить їм на лекції поточній

В якості вихідних передумов використаємо, по-перше, сходинкову модель відновлення на початку поточної лекції матеріалу $v^{pl}(t)$, прочитаного на i попередніх лекціях, де $i = 1, 2, \dots, m$, у вигляді:

$$v^{pl}(t) = I_c + \sum_{i=1}^m v_i^{pl} \bullet 1\left(t - \sum_{k=1}^i t_k\right), \quad (3.51)$$

$$v_m^{pl} = \sum_{i=1}^m v_i^{pl}, \quad (3.52)$$

де v_i^{pl} – доза матеріалу з i – тої попередньої лекції, на згадування якої витрачається частка часу t_i лекції поточної, $1(t - t_i)$ – одинична функція, а I_c – об'єм матеріалу з попередніх лекцій, який закарбувався в пам'яті студента так, що не вимагає згадувань про нього на початку поточної лекції.

По-друге, використаємо лінійну модель завантаження у мозок студента протягом поточної лекції за час Δt , що залишився до її кінця після процедури згадування матеріалу попередніх лекцій, нового матеріалу $v(t)$ у вигляді:

$$v(t) = (v_m^{pl} + I_c) + q \bullet \left\{ \left(t - \sum_{k=1}^m t_k \right) \bullet 1\left(t - \sum_{k=1}^m t_k \right) - \left(t - \sum_{k=1}^m t_k - t_\Delta \right) \bullet 1\left(t - \sum_{k=1}^m t_k - t_\Delta \right) \right\}, \quad (3.53)$$

$$t_\Delta = t_z - \sum_{k=1}^m t_k, \quad t \in [0, t_z], \quad (3.54)$$

$$v(t_z) = (v_m^{pl} + I_c) + q \bullet t_\Delta = I_0, \quad (3.55)$$

де t_z – тривалість лекції, а q – коефіцієнт сприйняття нового матеріалу студентом.

По-третє, використаємо розроблену у підрозділі 3.1 математичну модель процесу забування студентом інформації $I(t)$, отриманої на лекції, у міжлекційний період, у вигляді виразу (3.11).

А по-четверте, використаємо здійснене вперше в роботі [8] з використанням робіт [34], [35] ймовірності розширення відомої «кривої забування» Г. Еббінгауза [29], [36] до розчленованої на «смуги забування», яка уточнена у підрозділі 3.1 і має вигляд, приведений на рис. 3.3.

Суть запропонованого алгоритму полягає в послідовному припасуванні результатів моделювання на різних часових відрізках з використанням приведених вище математичних моделей при різних значеннях їх параметрів, прив'язаних до зображених на рисунку 3.3 «смуг забування». При цьому для реалізації обчислювальних процедур застосуємо оптимізаційні методи, викладені в монографії 1968 року видання Я. З. Ципкіна: «Адаптація і навчання в автоматичних системах», яку можна віднести до кращих у цьому напрямку.

Отже, розглянемо лекційний курс, який складається з десяти одно-годинних лекцій, які викладаються студентам лектором один раз в тиждень протягом десяти тижнів – такі лекційні курси мають місце у другому семестрі на 4-му курсі бакалаврату, оскільки цей семестр для студентів 4-го курсу є укороченим до десяти тижнів у зв'язку з необхідністю проведення переддипломної практики та дипломного проектування ще до закінчення навчального року. Цілком очевидно що в разі, якщо ці десять лекцій будуть не одногодинними, а двогодинними (парами), то викладки і графіки будуть ідентичними і відрізнятимуться від приведених нами лише масштабом по осі часу.

Зробимо ще одне зауваження, суть якого полягає в тому, що розглядатимемо сприйняття лекційного матеріалу лише представником когорт «трієчників», тобто тих студентів, пам'ять яких характеризується якоюсь точкою в «смугі забування» (рис. 3.3), що розташована між кривими 4 і 5.

Отже, нехай лектор на своїх 10 лекціях викладав матеріал, лінійно нарощуючи кількість інформації протягом часу, витраченого на кожну лекцію, в межах однієї десятої (тобто, в межах 10%) від того 100-процентного обсягу, який потрібно викласти лектору згідно з програмою навчальної дисципліни, розрахованої на 10 лекцій – на рисунку 3.6, на якому усі 10 лекцій припасовані в часі одна до одної, цей процес показано у вигляді прямої лінії $v_l(t^*)$, що проходить від точки з координатами (0;0) до точки з координатами (10;100). І нехай через тиждень після прослуховування студентом першої лекції в його пам'яті

залишилось лише 2% від почутого на цій лекції з уст викладача, що вкладається в результат моделювання з використанням математичної моделі (3.11) і відповідає точці з координатами (1;2) на рисунку 3.6.

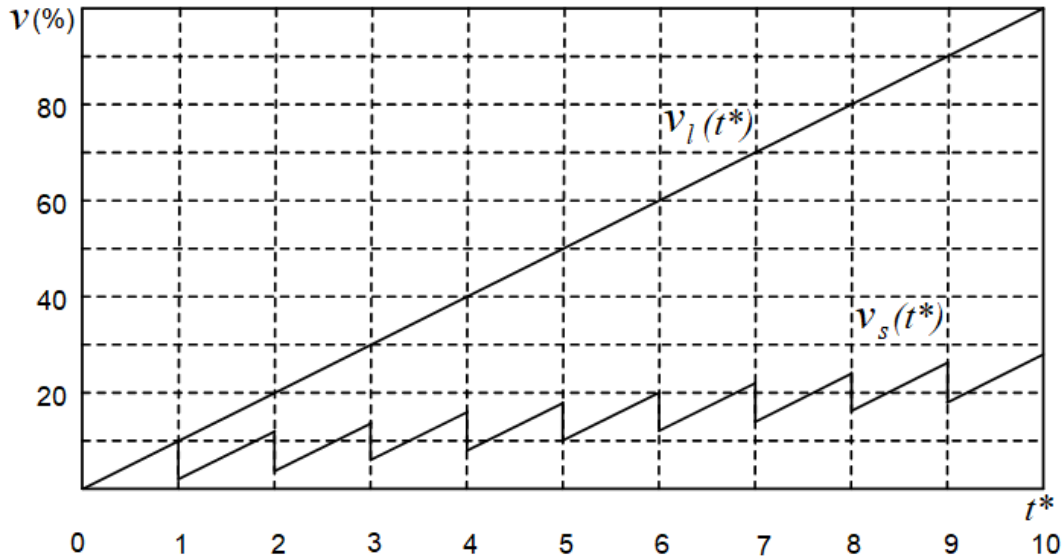


Рисунок 3.6 – Графік подачі матеріалу викладачем на 10 лекціях (неперервна пряма лінійа з точки (0;0) до точки (10;100) та графік сприйняття студентом з категорії «трієчників» цього матеріалу (зигзагоподібна лінійа з точки (0;0) до точки (10;28))

Тоді засвоєння матеріалу другої лекції викладача цей студент почне з точки з координатами (1; 2) на графіку, зображеному на рисунку 3.6, ломаною лінійаю, і в разі повного розуміння викладеного лектором на другій лекції матеріалу завершить він процес засвоєння цього матеріалу в точці з координатами (2; 1,2). А в цілому цей графік відображає ломану лінійаю, яка описується математичною моделлю $v_s(t^*)$ у відносному часі, трансформованою з моделей (3.53), (3.11) до вигляду

$$v_s(t^*) = \sum_{m=0}^{N-1} v_{m+1}(t^*), \quad (3.56)$$

$$v_{m+1}(t^*) = m \cdot v^* + q \cdot \left\{ (t^* - m) \cdot (1(t^* - m) - 1(t^* - (m+1))) \right\}, \quad (3.57)$$

$$m = 0, 1, \dots, N-1; \quad v^* = x_{1(\%)}(\tau)|_{\tau=7}; \quad t^* = \frac{t}{t_z}, \quad (3.58)$$

де N – число лекцій навчальної дисципліни, протяжністю t_z кожна.

Із графіка функції $v_s(t^*)$, приведеного на рисунку 3.6, легко бачити, що студент із категорії «трієчників», прослухавши повний цикл лекцій, напередодні екзамену зберігатиме у своїй пам'яті менше 30% від загального обсягу, викладеного лектором на 10 лекціях, чого буде недостатньо навіть для отримання допуску до екзамену.

У цьому нескладно перекоонатись, якщо врахувати, що обсяг інформації I_l , яку надає лектор, вичитавши 10 лекцій, – це

$$I_l = \int_0^{10} v_l(t^*) dt^* = 500, \quad (3.59)$$

а обсяг інформації I_s , яка утримуватиметься в оперативній пам'яті студента із категорії «трієчників» після того, як він прослухає ці 10 лекцій, – це

$$I_s = \int_0^{10} v_s(t^*) dt^* = 130, \quad (3.60)$$

тобто, напередодні екзамену цей студент утримуватиме у своїй оперативній пам'яті лише

$$\frac{I_s}{I_l} 100 = \frac{130}{500} 100 = 26\% \quad (3.61)$$

від того обсягу, який він зобов'язаний знати згідно з вимогами освітньої програми з даної навчальної дисципліни і який йому донесений викладачем на лекціях.

А тепер проаналізуємо, яку кількість інформації, із викладеної лектором на 10 лекціях, пам'ятатиме напередодні екзамену той же студент із когорти «трієчників», якщо кожну поточну лекцію викладач починатиме з приведення у короткому концентрованому вигляді основних положень попередніх лекцій. Очевидно, що, якщо на викладення основних положень попередньої лекції викладач витратить на початку наступної лекції 2 хвилини, то на викладення нового матеріалу на другій лекції часу у нього стане менше на 2 хвилини, на третій лекції часу стане менше на 4 хвилини, на четвертій лекції – на 6 хвилин, на п'ятій лекції – на 8 хвилин, на шостій лекції – на 10 хвилин, на сьомій лекції – на 12 хвилин, на восьмій лекції на 14 хвилин, на дев'ятій лекції – на 16 хвилин і на десятій лекції – на 18 хвилин. Але за рахунок цього

матиме місце більш глибоке осмислення і розуміння студентом того нового матеріалу, який викладач доноситиме до студентів на поточній лекції, оскільки приведення викладачем на початку кожної поточної лекції ключових понять лекцій попередніх буде сприяти перенесенню з глибинної пам'яті студента в його оперативну пам'ять усього того матеріалу, який був прослуханий цим студентом на попередніх лекціях. І завдяки повному розумінню студентами того, що викладає лектор, він може збільшити швидкість подачі нового матеріалу після викладення на початку лекції ключових понять матеріалу, викладеного на попередніх лекціях, і у такий спосіб донести студентам увесь той обсяг знань, який визначений освітньою програмою цієї навчальної дисципліни.

Для можливості моделювання вище викладеного процесу і отримання чисельних характеристик створимо відповідну математичну модель. Легко бачити, що у цьому випадку, будучи синтезованою з використанням виразів (3.40)-(3.44), математична модель процесу засвоєння матеріалу, викладеного лектором на 10 лекціях, студентом із когорти «трієчників» буде мати вигляд

$$v_s^*(t^*) = \sum_{m=1}^N \left\{ (m-1)I_c + \sum_{i=1}^{m-1} v_i^{pm} \bullet 1\left(t^* - \sum_{k=1}^i t_k^* - i\right) + \right. \\ \left. + q_m \left(t^* - \sum_{k=1}^{m-1} t_k^* - (m-1)\right) \left\{ 1\left(t^* - \sum_{k=1}^{m-1} t_k^* - (m-1)\right) - 1\left(t^* - \sum_{k=1}^{m-1} t_k^* - m\right) \right\} \right\}, \quad (3.62)$$

де N – число лекцій (у нашому випадку $N=10$), m – номер поточної лекції, i – номер попередньої лекції, v_i^{pm} – обсяг матеріалу із попередньої лекції за номером i , який необхідно компенсувати на початку поточної лекції за номером m шляхом короткого концентрованого повторення основних понять попередньої лекції, q_m – коефіцієнт нахилу прямолінійного відрізка графіка функції $v_s^*(t^*)$, який характеризує швидкість подачі матеріалу лектором на лекції за номером m і який можна визначити за співвідношенням

$$q_m = \frac{10}{1 - \sum_{k=1}^{m-1} t_k^*}, \quad (3.63)$$

а при $m=1$, як того вимагає формальна логіка, приймаємо, що

$$\sum_{i=1}^{m-1} v_i^{pm} = \sum_{i=1}^0 v_i^{p0} = 0, \quad \sum_{k=1}^{m-1} t_k^* = \sum_{k=1}^0 t_k^* = 0. \quad (3.64)$$

Графік функції, представленої виразом (3.62), зображено на рис. 3.7.

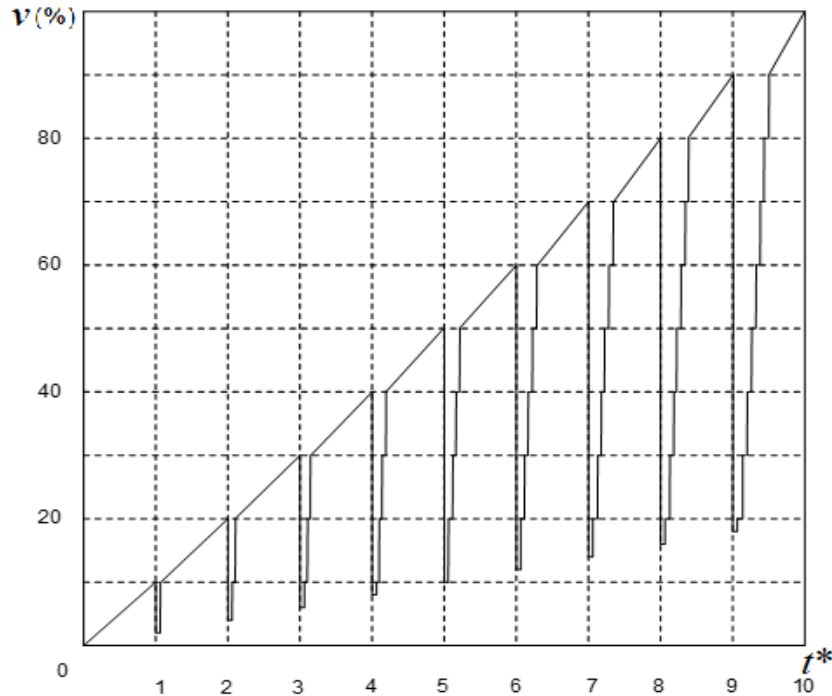


Рисунок 3.7 – Графік функції, яка відображає процес сприйняття інформації студентом із категорії «трієчників» протягом десяти лекцій викладача, який починає кожну поточну лекцію з короткого концентрованого повторення основних положень попередніх лекцій

Цілком очевидно, що у цьому випадку обсяг інформації I_s^* , яка утримуватиметься в оперативній пам'яті студента із категорії «трієчників» після того, як він прослухає ці 10 лекцій, може бути знайденою за виразом

$$I_s^* = \int_0^{10} v_s^*(t^*) dt^* = 437, \quad (3.65)$$

порівнюючи числові значення, отримане із якого напередодні екзамену, можна стверджувати цей студент утримуватиме у своїй оперативній пам'яті

$$\frac{I_s}{I_l} 100 = \frac{437}{500} 100 = 87,4\% \quad (3.66)$$

від того обсягу, який йому донесений викладачем на лекціях.

Порівнюючи числові характеристики, отримані за виразами (3.61) і (3.66), можемо стверджувати, що методика викладення матеріалу на лекціях з повторенням на початку поточної лекції у короткому концентрованому вигляді основних положень, що були викладені на попередніх лекціях, є набагато ефективнішою за методику лінійного нарощування матеріалу від лекції до лекції, яка нині є домінуючою.

Варто відзначити, що знаменитий український педагог минулого часу Шаталов експериментально доводив на курсах підвищення кваліфікації в Донецьку в передвоєнні роки ефективність ідеології повторення ключових положень попередніх лекцій на початку лекції поточної, а ми лише «одягли» його ідеологію в математичні шати.

Текст підрозділів 3.1 – 3.3 монографії складено з використанням авторських наукових публікацій [6] – [9], [11], [37], [38], [39].

3.4. Трансформація моделей ПЗЗУС на фазову площину

Як ми уже відмітили у вступній частині, в роботах [1] – [7], авторами яких є дослідники з нашої наукової школи, запропоновано математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині, фазовими координатами якої є відносна кількість знань, отримуваних студентом від викладача під час аудиторних занять, та відносна кількість знань, яку він отримує в результаті самостійної роботи. Розкриємо суть цих математичних моделей.

Отже, почнемо з математично вираженої постановки задачі та вихідних передумов: нехай X – це та кількість знань, яку може мати студент, засвоївши протягом визначеного терміну часу T усі розділи програми певної навчальної дисципліни. Нехай X_1 – це така кількість знань з цієї навчальної дисципліни, яку студент отримує від викладача під час аудиторних занять, а X_2 – це та кількість знань з цієї дисципліни, яку студент засвоює, самостійно вивчаючи певні розділи програми. Тоді змінні x_1, x_2 якщо їх визначити як

$$x_1 = \frac{X_1}{X}; x_2 = \frac{X_2}{X},$$

будуть відображати вищезгадані кількості знань з дисципліни у відносних одиницях.

Очевидно, що для такого визначення для змінних x_1, x_2 будуть справедливими нерівності:

$$x_1 \leq 1, \quad x_2 \leq 1, \quad x_1 + x_2 \leq 1.$$

В якості ще однієї характеристики змінних x_1, x_2 зазначимо, що їх значення залежать від часу t , який змінюється в межах від 0 до T , і що x_1 має тенденцію до збільшення під час аудиторних занять студента з викладачем і тенденцію до зменшення внаслідок забування в усі інші відрізки часу, а x_2 має тенденцію до збільшення під час самостійної роботи студента над розділами навчальної дисципліни і тенденцію до зменшення внаслідок забування в усі інші відрізки часу.

Цілком очевидно, що увесь відрізок часу T вивчення студентом навчальної дисципліни можна подати у вигляді скінченної суми напівінтервалів часу трьох типів

$$[t^{(i)}), [t_1^{(j)}), [t_2^{(k)}),$$

де $[t_1^{(j)})$ – напівінтервал з номером j , протягом якого студент вивчає навчальну дисципліну з викладачем в аудиторії; $[t_2^{(k)})$ – напівінтервал з номером k , протягом якого студент вивчає цю ж навчальну дисципліну сам, користуючись навчальними посібниками чи Інтернетом; $[t^{(i)})$ – напівінтервал з номером i , протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає. Очевидно, що

$$\sum_i [t^{(i)}) + \sum_j [t_1^{(j)}) + \sum_k [t_2^{(k)}) = T.$$

Наділивши змінні x_1, x_2 вищевказаними властивостями, ми можемо вибрати їх в якості фазових координат процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни і побудувати математичні моделі цього процесу на фазовій площині

Оскільки ми вирішили будувати математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині (x_1, x_2) , то це означає, що нам потрібно синтезувати системи двох взаємопов'язаних диференціальних рівнянь першого порядку відносно змінних x_1, x_2 , які описують поведінку цих змінних для кожного із введених вище напівінтервалів часу $[t^{(i)}), [t_1^{(j)}), [t_2^{(k)})$.

Почнемо синтез математичних моделей з напівінтервалу $[t^{(i)})$, протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає.

Очевидно, що на цьому напівінтервалі відбуватиметься лише процес забування студентом знань, набутих раніше як під час занять з викладачем в аудиторії, так і під час самостійної роботи. Логічно припустити, що швидкість забування знань з навчальної дисципліни у цьому випадку як отриманих студентом в аудиторії від викладача, так і набутих самостійно поза аудиторією, яка характеризується похідною, як і швидкість будь-якого іншого процесу розпаду, буде пропорційною наявній кількості знань по кожній із складових, зменшуючись на величину, зумовлену синергетичним впливом однієї складової на іншу. Висловлена сентенція у математичному варіанті матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -(\alpha_{11} - \alpha_{12}x_2)x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -(\alpha_{22} - \alpha_{21}x_1)x_2\end{aligned}\tag{3.67}$$

або

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2,\end{aligned}\tag{3.68}$$

де α_{11}, α_{22} – коефіцієнти, які характеризують ступінь забування знань студентом, набутих, відповідно, в аудиторії від викладача та самостійно поза аудиторією, з часом, а α_{12}, α_{21} – коефіцієнти, які характеризують ступінь синергетичного впливу одного виду знань на інший.

Тепер розглянемо синтез математичної моделі на напівінтервалі $[t_1^{(j)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем.

У цьому випадку, який назвемо другим, паралельно з процесом забування знань, набутих на заняттях з викладачем раніше, буде відбуватись процес набуття нових знань від викладача, збільшуючись додатково ще й на величину, зумовлену синергетичним впливом на цю складову попереднього самостійного вивчення студентом окремих розділів цієї навчальної дисципліни. Що ж стосується знань, набутих студентом самостійно раніше, то процес їх забування на цьому напівінтервалі буде

таким же, як і у першому випадку. З використанням поняття швидкості процесу засвоєння знань ця сентенція у математичному варіанті буде описуватись такою системою рівнянь:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 + \beta_{11}x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2,\end{aligned}\tag{3.69}$$

де усі коефіцієнти, окрім β_{11} , мають те ж трактування, що і для системи рівнянь (3.67), а коефіцієнт β_{11} характеризує ступінь засвоєння студентом нових знань від викладача.

Тепер розглянемо синтез математичної моделі на напівінтервалі $[t_2^{(k)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, працюючи самостійно.

У цьому випадку, який назвемо третім, паралельно з процесом забування знань, набутих студентом самостійно раніше, буде відбуватись процес засвоєння нових знань внаслідок самостійної роботи студента на цьому напівінтервалі, збільшуючись додатково ще й на величину, обумовлену синергетичним впливом на цю складову попереднього засвоєння студентом окремих розділів цієї навчальної дисципліни завдяки спілкуванню з викладачем. Що ж стосується знань, набутих студентом в результаті спілкування з викладачем раніше, то процес їх забування на цьому напівінтервалі буде таким же, як і у першому випадку. З використанням поняття швидкості процесу засвоєння знань ця сентенція у математичному варіанті буде описуватись системою рівнянь:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 + \beta_{22}x_2,\end{aligned}\tag{3.70}$$

де усі коефіцієнти, окрім β_{22} , мають те ж трактування, що і для системи рівнянь (3.67), а коефіцієнт β_{22} характеризує ступінь засвоєння студентом нових знань під час самостійної роботи на цьому напівінтервалі.

Отже, розроблені моделі (3.68) – (3.70) враховують як ефект нарощення в часі відносної кількості знань у студента з дисципліни, так і

ефект їх забування, а також синергетичний ефект, що виникає під час занять студента з викладачем та під час його самостійної роботи.

Завершимо синтез математичних моделей процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині у вигляді систем рівнянь (3.67), (3.68), (3.69), (3.70) трьома зауваженнями:

1. Оскільки для отримання однозначного розв'язку будь-якої системи диференціальних рівнянь 1-го порядку потрібно задавати початкові умови для фазових координат, то у нашому випадку початковими умовами для системи рівнянь наступного напівінтервалу будуть кінцеві значення фазових координат, розраховані шляхом розв'язання системи диференціальних рівнянь на напівінтервалі, що розглядається.

2. В поняття фазових координат, як і в поняття синергетики ми вкладали той самий зміст, що й автори робіт [1], [16], [41], [47] .

3. Дослідження процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни за допомогою отриманих математичних моделей на фазовій площині буде здійснено у наступному розділі.

3.5. Синтез нечіткої математичної моделі для чіткого оцінювання якості навчального процесу в онлайн-режимі

Почнемо процес синтезу нечіткої математичної моделі для чіткого оцінювання якості навчального процесу в онлайн-режимі зі встановлення відповідності уже уведених в роботах [8], [9], [40], [42] лінгвістичних змінних $u, x_{111}, x_{112}, x_{121}, x_{122}, x_{211}, x_{212}, x_{221}, x_{222}$ поставленій задачі.

Цілком очевидно, що лінгвістичні змінні $u, x_{111}, x_{112}, x_{121}, x_{122}$ нестимуть той же зміст, яким вони наділені у роботах [8], [9], [40], [42] і який охарактеризовано вище, з тією лише різницею, що в нашій задачі вони прив'язаними будуть уже не до професії, а до конкретної навчальної дисципліни. Але лінгвістичні змінні $x_{211}, x_{212}, x_{221}, x_{222}$ у сформульованій задачі набувають дещо іншого змісту – вони прив'язуються уже не до процесу набуття студентами робітничої професії, яким досягається реалізація ідеології дуальності, а до процесу практичного засвоєння отриманих на лекціях теоретичних основ навчальної дисципліни під час виконання традиційних для інженерних дисциплін лабораторних робіт. Тобто, x_{211} – рівень насиченості університетської навчальної

лабораторії обладнанням, що відповідає останнім досягненням в напрямку використання знань, які отримує студент, вивчаючи дану навчальну дисципліну; x_{212} – рівень доступу студента під час лабораторних занять до навчального обладнання, що відповідає останнім досягненням в напрямку використання знань, які отримує студент, вивчаючи дану навчальну дисципліну; x_{221} – рівень внутрішньої мотивації студента до засвоєння останніх інженерних рішень в напрямку практичного втілення в інженерію теоретичних досягнень навчальної дисципліни, що вивчається з використанням наявного в навчальній лабораторії обладнання; x_{222} – рівень здатності студента до засвоєння останніх інженерних рішень в напрямку практичного втілення в інженерію теоретичних досягнень навчальної дисципліни, що вивчається з використанням наявного в навчальній лабораторії обладнання. Для того, наприклад, щоб рельєфно показати різницю в змісті останньої лінгвістичної змінної у нашій задачі та в її прототипі в задачі отримання робітничої професії, наведемо приклад з робітничим обслуговуванням системи автоматизованого електроприводу та з інженерним обслуговуванням цієї системи, теоретичні основи якої вивчаються в однойменній навчальній дисципліні. Робітник, який обслуговує цю систему, повинен уміти демонтувати пошкоджені і поставити нові реле чи електронні або електромеханічні блоки та уміти почистити контакти і припаяти об'єднуючі провідники, тобто він повинен працювати в основному руками. А студент, який вивчає цю дисципліну і який, ставши інженером, буде її обслуговувати, повинен уміти діагностувати стан цієї системи, уміти запрограмувати мікроконтролер, який реалізує програму функціонування системи, та уміти здійснювати наладку взаємодії усіх її блоків, що реалізують задану програму, тобто він повинен працювати в основному головою.

Цілком очевидно, що нового змісту набувають і проміжні лінгвістичні змінні: тепер x_1 – рівень засвоєння студентом теоретичних основ конкретної навчальної дисципліни, що вивчається в онлайн-режимі, x_2 – рівень набуття студентом практичних умінь за програмою конкретної навчальної дисципліни, набутих в онлайн-режимі, x_{11} – рівень позитивного впливу зовнішніх факторів на засвоєння студентом теоретичних основ конкретної навчальної дисципліни в онлайн-режимі, x_{12} – рівень позитивного впливу внутрішніх факторів на засвоєння студентом

теоретичних основ конкретної навчальної дисципліни в онлайн-режимі, x_{21} – рівень позитивного впливу зовнішніх факторів на набуття студентом практичних умінь за програмою конкретної навчальної дисципліни в онлайн-режимі, x_{22} – рівень позитивного впливу внутрішніх факторів на набуття студентом практичних умінь за програмою конкретної навчальної дисципліни в онлайн-режимі.

Очевидним стає і те, що, оскільки усі вищеперераховані лінгвістичні змінні $x_{211}, x_{212}, x_{221}, x_{222}$, як і лінгвістичні змінні $x_{111}, x_{112}, x_{121}, x_{122}$, стали прив'язаними до онлайн-режиму, то усі вони стають залежними ще й від умов практичного забезпечення цього режиму, тобто, вони теж стають проміжними, а в якості базових у цьому випадку потрібно розглядати уже не їх, а лінгвістичні змінні x_{0111}, x_{1111} , які є формуючими лінгвістичну змінну x_{111} ; лінгвістичні змінні x_{0112}, x_{1112} , які є формуючими лінгвістичну змінну x_{112} ; лінгвістичні змінні x_{0121}, x_{1121} , які є формуючими лінгвістичну змінну x_{121} ; лінгвістичні змінні x_{0122}, x_{1122} , які є формуючими лінгвістичну змінну x_{122} ; лінгвістичні змінні x_{0211}, x_{1211} , які є формуючими лінгвістичну змінну x_{211} ; лінгвістичні змінні x_{0212}, x_{1212} , які є формуючими лінгвістичну змінну x_{212} ; лінгвістичні змінні x_{0221}, x_{1221} , які є формуючими лінгвістичну змінну x_{221} ; лінгвістичні змінні x_{0222}, x_{1222} , які є формуючими лінгвістичну змінну x_{222} .

А зміст цих нових базових лінгвістичних змінних задамо таким: для x_{0111}, x_{1111} – це, відповідно, рівень лекторської майстерності викладача навчальної дисципліни та рівень інформаційної насиченості його презентацій; для x_{0112}, x_{1112} , це, відповідно, рівень наявності в бібліотечному та кафедральному фондах матеріалів, що забезпечують можливість якісного вивчення конкретної навчальної дисципліни, та рівень створених бібліотекою та кафедрою можливостей електронного доступу до цих матеріалів; для x_{0121}, x_{1121} – це, відповідно, рівень обізнаності студента зі ступенем важливості даної навчальної дисципліни для засвоєння основ вибраної ним спеціальності та рівень його електронного доступу до матеріалів, що забезпечують можливість якісного вивчення теоретичних основ конкретної навчальної дисципліни; для x_{0122}, x_{1122} – це, відповідно, рівень підґрунтя, отриманого в школі і під час вивчення попередніх навчальних дисциплін уже у вищому

навчальному закладі, необхідного для якісного засвоєння теоретичних основ даної навчальної дисципліни, та рівень інтелекту студента, що вивчає дану навчальну дисципліну; для x_{0211}, x_{1211} – це, відповідно, рівень оснащення навчальної лабораторії з даної навчальної дисципліни лабораторним обладнанням за всіма важливими розділами цієї дисципліни та рівень створених в лабораторії можливостей електронного доступу в онлайн-режимі до цього лабораторного обладнання; для x_{0212}, x_{1212} – це рівень, відповідно, кафедральної організації електронного доступу до лабораторного обладнання під час виконання лабораторних робіт в онлайн-режимі та рівень інтернет-можливостей студента електронно вбудуватись в створений в навчальній лабораторії режим електронного доступу до лабораторного обладнання; для x_{0221}, x_{1221} – це рівень, відповідно, обізнаності студента зі ступенем важливості конкретного лабораторного практикуму для засвоєння основ даної навчальної дисципліни та рівень відповідності характеристик його електронних засобів умовам електронного доступу до лабораторного обладнання в онлайн-режимі; для x_{0222}, x_{1222} – це рівень розуміння принципів функціонування і конструктивного виконання лабораторного обладнання, що використовується під час проведення лабораторних робіт з даної навчальної дисципліни, та рівень інтелектуальної здатності студента до прогнозування наслідків від його втручання в роботу лабораторного обладнання.

Увівши новий перелік базових лінгвістичних змінних, ми для онлайн-режиму в якості узагальненої моделі маємо уже не залежність (В.4), а залежність

$$y = f(x_{0111}, x_{1111}, x_{0112}, x_{1112}, x_{0121}, x_{1121}, x_{0122}, x_{1122}, x_{0211}, x_{1211}, x_{0212}, x_{1212}, x_{0221}, x_{1221}, x_{0222}, x_{1222}), \quad (3.71)$$

для структуризації у вигляді бази знань Мамдані якої, ці лінгвістичні змінні доцільно поєднати між собою за допомогою ієрархічної структури тепер уже у вигляді чотирирівневого дерева нечіткого виведення, яке, окрім зображених на рис. В.15 трьох рівнів, матиме ще й четвертий рівень у вигляді (рис. 3.8).

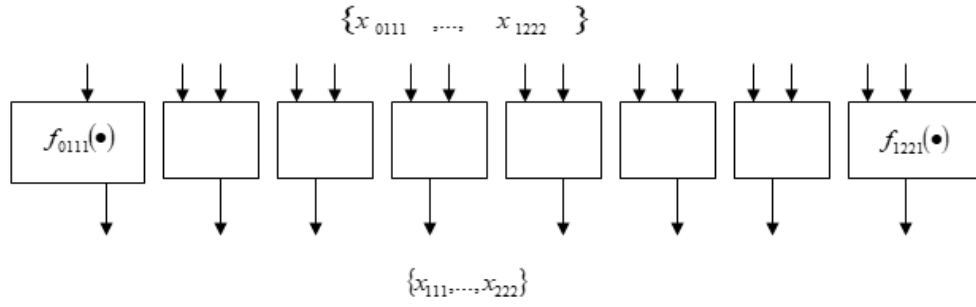


Рисунок 3.8 – Базовий рівень дерева нечіткого логічного виведення для узагальненої моделі (3.71), яким трирівневе дерево, що представлено на рис. В.15, доповнюється до чотирирівневого

Оскільки у цьому випадку для еквівалентного представлення узагальненої моделі (3.74) замість співвідношень (В.5) матимемо сукупність співвідношень:

$$\begin{aligned}
 y &= f_1(x_1, x_2), \\
 x_1 &= f_{11}(x_{11}, x_{12}), \quad x_2 = f_{12}(x_{21}, x_{22}), \\
 x_{11} &= f_{111}(x_{0111}, x_{111}), \quad x_{12} = f_{112}(x_{0112}, x_{112}), \quad x_{21} = f_{121}(x_{0121}, x_{121}), \quad x_{22} = f_{122}(x_{0122}, x_{122}), \\
 x_{111} &= f_{0111}(x_{0111}, x_{111}), \quad x_{112} = f_{1111}(x_{0112}, x_{1112}), \quad x_{121} = f_{0121}(x_{0121}, x_{1121}), \quad x_{122} = f_{1121}(x_{0122}, x_{1122}), \\
 x_{211} &= f_{0211}(x_{0211}, x_{1211}), \quad x_{212} = f_{1211}(x_{0212}, x_{1212}), \quad x_{221} = f_{0221}(x_{0221}, x_{1221}), \quad x_{222} = f_{1221}(x_{0222}, x_{1222})
 \end{aligned} \quad (3.72)$$

Цілком очевидно, що після уведення і для нових базових лінгвістичних змінних

$$\begin{aligned}
 &x_{0111}, x_{1111}, x_{0112}, x_{1112}, x_{0121}, x_{1121}, x_{0122}, x_{1122}, x_{0211}, x_{1211}, x_{0212}, x_{1212}, \\
 &x_{0221}, x_{1221}, x_{0222}, x_{1222}
 \end{aligned} \quad (3.73)$$

в якості оцінки їх лінгвістичних значень категорії «рівень», для них теж можна в якості термів використати множину (В.6), запропоновану в роботах [8], [9], [40], [42], що в свою чергу приводить на кожному рівні до тієї ж структури бази знань Мамдані, яка наприклад, для залежності $x_{11} = f_{11}(x_{111}, x_{112})$ має вигляд:

ЯКЩО $(x_{111} = H) \text{ І } (x_{112} = H) \text{ АБО } (x_{111} = H) \text{ І } (x_{112} = C) \text{ АБО } (x_{111} = C) \text{ І } (x_{112} = H), \text{ТО } (x_{11} = H)$

ЯКЩО $(x_{111} = C) \text{ І } (x_{112} = C) \text{ АБО } (x_{111} = D) \text{ І } (x_{112} = C) \text{ АБО } (x_{111} = C) \text{ І } (x_{112} = D) \text{ АБО } (x_{111} = H) \text{ І } (x_{112} = B) \text{ АБО } (x_{111} = B) \text{ І } (x_{112} = H), \text{ТО } (x_{11} = C)$

ЯКЩО $(x_{111} = D) \text{ І } (x_{112} = D) \text{ АБО } (x_{111} = B) \text{ І } (x_{112} = C) \text{ АБО } (x_{111} = C) \text{ І } (x_{112} = B) \text{ АБО } (x_{111} = D) \text{ І } (x_{112} = B), \text{ТО } (x_{11} = D)$

ЯКЩО $(x_{111} = B) \text{ І } (x_{112} = B) \text{ АБО } (x_{111} = B) \text{ І } (x_{112} = D), \text{ТО } (x_{11} = B) \quad (3.74)$

з приведенням її до системи рівнянь нечіткої логіки відносно функцій належності термів у вигляді:

$$\begin{aligned}\mu_{11}^H(X^*) &= \max_{j \rightarrow 1,2,3} \left\{ \begin{aligned} &\left[\min(\mu_{111}^H(x_{111}^*), \mu_{112}^H(x_{112}^*)) \right]_{j=1}, \min \left[(\mu_{111}^H(x_{111}^*), \mu_{112}^C(x_{112}^*)) \right]_{j=2}, \\ &\min \left[(\mu_{111}^C(x_{111}^*), \mu_{112}^H(x_{112}^*)) \right]_{j=3} \end{aligned} \right\}, \\ \mu_{11}^C(X^*) &= \max_{j \rightarrow 1,2,3,4,5} \left\{ \begin{aligned} &\left[\min(\mu_{111}^C(x_{111}^*), \mu_{112}^C(x_{112}^*)) \right]_{j=1}, \min \left[(\mu_{111}^D(x_{111}^*), \mu_{112}^C(x_{112}^*)) \right]_{j=2}, \\ &\min \left[(\mu_{111}^C(x_{111}^*), \mu_{112}^D(x_{112}^*)) \right]_{j=3}, \left[\min(\mu_{111}^H(x_{111}^*), \mu_{112}^B(x_{112}^*)) \right]_{j=4}, \\ &\min \left[(\mu_{111}^B(x_{111}^*), \mu_{112}^H(x_{112}^*)) \right]_{j=5} \end{aligned} \right\}, \quad (3.75) \\ \mu_{11}^D(X^*) &= \max_{j \rightarrow 1,2,3,4} \left\{ \begin{aligned} &\left[\min(\mu_{111}^D(x_{111}^*), \mu_{112}^D(x_{112}^*)) \right]_{j=1}, \min \left[(\mu_{111}^B(x_{111}^*), \mu_{112}^C(x_{112}^*)) \right]_{j=2}, \\ &\min \left[(\mu_{111}^C(x_{111}^*), \mu_{112}^B(x_{112}^*)) \right]_{j=3}, \left[\min(\mu_{111}^D(x_{111}^*), \mu_{112}^B(x_{112}^*)) \right]_{j=4} \end{aligned} \right\}, \\ \mu_{11}^B(X^*) &= \max_{j \rightarrow 1,2} \left\{ \begin{aligned} &\left[\min(\mu_{111}^B(x_{111}^*), \mu_{112}^B(x_{112}^*)) \right]_{j=1}, \min \left[(\mu_{111}^B(x_{111}^*), \mu_{112}^D(x_{112}^*)) \right]_{j=2} \end{aligned} \right\}.\end{aligned}$$

Тож, як і у роботах [8], [9], [40], [42], в результаті нечіткого логічного виведення на основі рівнянь (3.74), (3.75) отримаємо нечітку вихідну змінну x_{11} у вигляді

$$x_{11} = \left(\frac{\mu_{11}^H(X^*)}{H}, \frac{\mu_{11}^C(X^*)}{C}, \frac{\mu_{11}^D(X^*)}{D}, \frac{\mu_{11}^B(X^*)}{B} \right), \quad (3.76)$$

на носіїв $[H, C, D, B]$, для переведення якої на носій $U = \overline{[0,100]}$, користуючись методикою, приведеною уже у згадуваній монографії професора Сергія Штовби, знайдемо імпліковані функції належності $\mu_H(x_{11}), \mu_C(x_{11}), \mu_D(x_{11}), \mu_B(x_{11})$ термів H, C, D, B вихідної лінгвістичної змінної x_{11} , «зрізані» значеннями $\mu_{11}^H(X^*), \mu_{11}^C(X^*), \mu_{11}^D(X^*), \mu_{11}^B(X^*)$, як показано на рис. 2 в роботі [42] для одного із варіантів. Далі, користуючись методикою, приведеною в монографії професора Сергія Штовби, знайдемо агреговану функцію належності цієї лінгвістичної змінної на носіїв $U = \overline{[0,100]}$ у вигляді $\mu_{11}^{\overline{[1,100]}}(x_{11}) = \text{agg}(\mu_H(x_{11}), \mu_C(x_{11}), \mu_D(x_{11}), \mu_B(x_{11}))$, графік якої на рис. 2 в роботі [42] показано обвідною напівжирною лінією. А для знаходження чіткого значення x_{11}^*

змінної x_{11} , як і в монографії професора Сергія Штовби, виконаємо операцію дефазифікації за методом центра ваги у вигляді –

$$x_{11}^* = \frac{\sum_{i=1}^{100} i \cdot \mu_{11i}^{[1.100]}(x_{11})}{\sum_{i=1}^{100} \mu_{11i}^{[1.100]}(x_{11})} . \quad (3.77)$$

Що до функцій належності, які фігурують у формулах (3.75)-(3.77), то їх можна використовувати як у вигляді –

$$\mu(u) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u-m}{\sigma}\right)^2\right), \quad (3.78)$$

де m є координатою максимуму, а σ є коефіцієнтом концентрації, тобто, у вигляді, запропонованому в роботах [8], [9], [40] – [42], так і у будь-якому іншому вигляді, придатному за умовами практичної реалізації запропонованої моделі.

Цілком очевидно, що уся вищенаведена процедура буде справедливою і для ідентифікації нечіткою базою знань (3.75) – (3.77) другого нижнього рівняння системи (3.72), для якого компонентами вхідного вектора є лінгвістичні змінні x_{121}, x_{122} , а вихідною лінгвістичною змінною є x_{12} , з тією лише різницею, що у формулах (3.75) – (3.77) індекс 111 замінимо на 121, індекс 112 – на 122, а індекс 11 замінимо на 12. Аналогічно ідентифікуючи і третє та четверте нижні рівняння системи (3.72) та усі три верхні рівняння цієї системи, ми отримаємо усі необхідні дані для того, щоб записати алгоритм ідентифікації нечіткою базою знань усіх рівнянь системи (3.72).

РОЗДІЛ 4. ІДЕНТИФІКАЦІЯ СИНТЕЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПЗЗУС НА ЧЕТВЕРТОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ОБЛАСТЕЙ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ ПЗЗУС

4.1. Дослідження критеріїв на пріоритетність

Дослідження критеріїв, сформованих у першому розділі монографії, на пріоритетність розпочнемо з формування варіантів системного плану оптимального розвитку університету та визначення переваги того чи іншого із варіантів над іншими.

Позначимо варіанти плану розвитку університету, як В1, В2, В3, В4, В5.

Нехай критеріями будуть:

К1 – критерій, який характеризує надходження до університету коштів від надання платних послуг населенню, основною складовою яких є навчання студентів за оплачуваними ними контрактами;

К2 – критерій, який характеризує наукові досягнення професорсько-викладацького складу університету;

К3 – критерій, який характеризує якість навчального процесу в університеті за умови його організації за класичною схемою, тобто в офлайн-режимі;

К4 – критерій, який характеризує якість навчального процесу за умови його організації з використанням дистанційної форми, тобто в онлайн-режимі;

К5 – критерій, який характеризує якість підготовки фахівців з вищою освітою в університеті з використанням ідеології дуальної освіти, тобто шляхом інтеграції навчання з виробництвом.

Розглянемо більш детально переваги і недоліки варіантів розвитку університету за цими критеріями.

Отже, якщо домінантним для якогось варіанту розвитку університету є критерій К1, то перевагою від реалізації цього варіанту є поява в університеті додаткових до виділених із бюджету коштів, а недоліком є поява серед студентів значної кількості таких, що не мають достатніх

базових знань, без наявності яких неможливо забезпечити високу якість навчального процесу.

Якщо домінантним є критерій К2, то перевагою від реалізації цього варіанту є поява в університеті додаткових коштів від реалізації інноваційних у науковому плані результатів досліджень, зростання наукової складової іміджу та забезпечення викладацькими кадрами такого рівня кваліфікації, який університет зобов'язаний мати за умовами акредитації спеціальностей. Недоліком є повільний темп реалізації, що може розтягнутись на десятки років.

Для варіанту, домінантним для якого є критерій К3, перевагою від реалізації є забезпечення викладання навчальних дисциплін в університеті викладачами, здатними адекватно доносити до студентів необхідні знання і оцінювати знання студентів без протекційних та корупційних складових, а також нормативне забезпечення навчальних лабораторій сучасним для кожної навчальної дисципліни лабораторним обладнанням. Недоліком цього варіанту є високий процент відрахувань студентів, які не відповідають вимогам, особливо із середовища контрактників, і, як наслідок, поява значної кількості малокомплектних груп та зменшення надходжень від надання платних послуг населенню, що тягне за собою неухильне скорочення професорсько-викладацького складу університету.

А для варіанту, домінантним для якого є критерій К4, перевагою від реалізації є забезпечення університетом навчального процесу задовільної якості в умовах будь-якої нештатної ситуації, що виникла, наприклад, в результаті оголошення локдауну у зв'язку з епідемією якоїсь хвороби. Недоліком є втрата безпосереднього контакту викладачів зі студентами, що особливо негативно впливає на якість лабораторного практикуму. Також це сприяє появі не підтверджених відповідними знаннями високих оцінок у студентів, а у кінцевому результаті приводить до появи серед випускників університету значної кількості псевдофахівців, не здатних працювати на посадах, що вимагають високого рівня професійних знань.

Для варіанту розвитку університету, домінантним для якого є критерій К5, перевагою від реалізації є забезпечення університетом своїх випускників високим рівнем практичної підготовки, завдяки чому суттєво розширюється база їх працевлаштування після закінчення університету та зменшуються затрати часу і зусиль на адаптацію до умов

виконання функціональних обов'язків на підприємстві, яке взяло випускника на роботу. Недоліком є зменшення навчальних годин на теоретичну підготовку по кожній із навчальних дисциплін, що проявляється в недостатній готовності до науково-дослідної роботи при бажанні присвятити їй себе після закінчення університету, а також в масових пропусках занять студентами старших курсів, які ще до закінчення університету завдяки високому рівню практичної підготовки уже працевлаштувались на місця роботи, де достатньо лише наявності відповідного рівня робітничої кваліфікації.

Отже, побудова варіанту системного розвитку університету в полі цих 5 критеріїв є задачею багатокритеріальної оптимізації на множині антагоністичних критеріїв, для розв'язання якої застосуємо схему, запропоновану Беллманом-Заде [22]. Для її реалізації розглянемо 5 варіантів системного плану розвитку університету в полі 5 вище охарактеризованих критеріїв з поки-що невідомими їхніми співвідношеннями, але за умови, що в кожному варіанті є складова, яку можна оптимізувати за одним із цих критеріїв.

Експертна група, що була створена у складі трьох професорів, двох аспірантів та одного студента магістерської програми підготовки, для варіантів $B_1 - B_5$ за критерієм K_1 згенерувала матрицю Сааті парних порівнянь, позначену $A1$, у наступному вигляді

$$A1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & 6 & 4 & 3 \\ 5 & \frac{1}{6} & 1 & 9 & 2 \\ 7 & \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 5 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

За схемою Беллмана-Заде для того, щоб синтезувати нечітку множину $\widetilde{K}_1$, якою визначається належність критерія K_1 як лінгвістичної змінної до кожного із варіантів $B_1 - B_5$ у вигляді

$$\widetilde{K}_1 = \left\{ \frac{w_{11}(h_{1\max})}{B_1}, \frac{w_{12}(h_{1\max})}{B_2}, \frac{w_{13}(h_{1\max})}{B_3}, \frac{w_{14}(h_{1\max})}{B_4}, \frac{w_{15}(h_{1\max})}{B_5} \right\}, \quad (4.2)$$

де $h_{1\max}$ – максимальне дійсне власне число матриці $A1$, а

$$w_{1\max} = \begin{Bmatrix} w_{11}(h_{1\max}) \\ w_{12}(h_{1\max}) \\ w_{13}(h_{1\max}) \\ w_{14}(h_{1\max}) \\ w_{15}(h_{1\max}) \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

власний вектор цієї матриці $A1$, який породжується її власним числом $h_{1\max}$, нормований на відрізьку $[0,1]$ значень функції належності $\mu(K_1)$ лінгвістичної змінної K_1 співвідношенням

$$w_{11}(h_{1\max}) + w_{12}(h_{1\max}) + w_{13}(h_{1\max}) + w_{14}(h_{1\max}) + w_{15}(h_{1\max}) = 1, \quad (4.4)$$

спочатку визначаємо для цієї матриці усі її власні числа та власні вектори, відповідно $h_{11} - h_{15}$, $w_{11} - w_{15}$, тобто не нульові числа та вектори, які задовольняють матричне рівняння

$$[A1 - h_1 I] w_1 = 0, \quad (4.5)$$

де I – одинична діагональна матриця тієї ж розмірності, що й матриця $A1$. Потім із множини знайдених власних чисел виокремлюємо власне число, яке є найбільшим дійсним числом, та виокремлюємо власний вектор, породжений цим найбільшим дійсним власним числом, проєкції якого унормовуємо на одиничному відрізьку дійсної осі, скориставшись рівнянням (4.4).

Для реалізації викладеної вище процедури використаємо комп'ютерну програму 1, написану нами мовою Python у вигляді:

Python-програма 1:

```
In [1] import numpy as np
In [2] import scipy.linalg as la
In [3] A1=np.array([[1,3,1/5,1/7,1],[1/3,1,6,4,3],[5,1/6,1,9,2],\
[7,1/4,1/9,1,1/5],[1,1/3,1/2,5,1]])
In [4] h,w=la.eig(A1)
In [5] h,w
Out[5]:
(array([ 9.22477472+0.j      , -0.40811601+5.95562656j,
        -0.40811601-5.95562656j, -3.23729251+0.j      ,
```

```

-0.1712502 +0.j    ]),
array([[ 0.29308481+0.j    , -0.0205551 -0.33653518j,
-0.0205551 +0.33653518j,  0.27506091+0.j    ,
  0.01676351+0.j    ],
[ 0.66232265+0.j    ,  0.65690014+0.j    ,
  0.65690014-0.j    , -0.55095466+0.j    ,
-0.2799232 +0.j    ],
[ 0.56767403+0.j    ,  0.0332377 +0.49878881j,
  0.0332377 -0.49878881j,  0.4458192 +0.j    ,
-0.28534327+0.j    ],
[ 0.28379519+0.j    , -0.35985256+0.07744365j,
-0.35985256-0.07744365j, -0.45544964+0.j    ,
-0.16723841+0.j    ],
[ 0.26951158+0.j    ,  0.10728138+0.24064096j,
  0.10728138-0.24064096j,  0.46325082+0.j    ,
  0.90109518+0.j    ]]))
In [6] h.max( )
Out[6]: (9.224774723558255+0j)
In [7] i=h.argmax( ); i
Out[7]: 0
In [8] w1=w[:,i];w1
Out[8]:
array([0.29308481+0.j, 0.66232265+0.j, 0.56767403+0.j,
0.28379519+0.j,
      0.26951158+0.j])
In [9] nw1=la.norm(w1); nw1
Out[9]: 1.0
In [10] w1.sum( )
Out[10]:
(2.0763882517367844+0j)
In [11] nw1=w1.sum( )
In [12] w1max=w1/nw1;w1max
Out[12]:
array([0.14115125+0.j, 0.31897823+0.j, 0.27339493+0.j,
0.13667732+0.j,
      0.12979826+0.j])
In [13] w1maxo=w1max.round(4); w1maxo
Out[13]:
array([0.1412+0.j, 0.319 +0.j, 0.2734+0.j, 0.1367+0.j, 0.1298+0.j])

```

Командою In [12] визначається належність критерія K_1 як лінгвістичної змінної до кожного із варіантів $B_1 - B_5$, а командою In [13]

залишаємо в кожному числовому значенні належності по 4 знаки після коми.

Підставляючи ці значення на відповідні місця у вираз (4.2), отримаємо конкретизовану нечітку множину $\widetilde{K}_1$, якою визначається належність критерія K_1 як лінгвістичної змінної до кожного із варіантів $B_1 - B_5$ у вигляді

$$\widetilde{K}_1 = \left\{ \frac{0,1412}{B_1}, \frac{0,3190}{B_2}, \frac{0,2734}{B_3}, \frac{0,1367}{B_4}, \frac{0,1298}{B_5} \right\}. \quad (4.6)$$

Та ж сама експертна група для варіантів $B_1 - B_5$ згенерувала матриці Сааті парних порівнянь, позначені A_i , $i = 2, 3, 4, 5$, і за іншими критеріями:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 5 & 3 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & 1 & 3 & 2 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 & 5 & 4 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & 1 & 1 \\ 2 & 1 & \frac{1}{7} & 1 & 1 \\ 7 & 7 & 1 & \frac{1}{3} & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad A_5 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 2 & \frac{1}{7} & 1 \\ 5 & 1 & 1 & \frac{1}{4} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 & \frac{1}{3} & 2 \\ 7 & 4 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

За схемою Беллмана-Заде, в процесі синтезу нечіткої множини $\widetilde{K}_1$, якою визначається належність критерія K_1 як лінгвістичної змінної до кожного із варіантів $B_1 - B_5$ з використанням програми 1, записаної

мовою Python, приведеної вище, отримані нечіткі множини $\widetilde{K}_i$, $i = 2, 3, 4, 5$, якими визначається належність і цих критеріїв як лінгвістичних змінних до кожного із варіантів $B_1 - B_5$, у вигляді:

$$\widetilde{K}_2 = \left\{ \frac{0,5285}{B_1}, \frac{0,2211}{B_2}, \frac{0,1257}{B_3}, \frac{0,0735}{B_4}, \frac{0,0512}{B_5} \right\} \quad (4.9)$$

$$\widetilde{K}_3 = \left\{ \frac{0,4070}{B_1}, \frac{0,3118}{B_2}, \frac{0,1028}{B_3}, \frac{0,1057}{B_4}, \frac{0,0727}{B_5} \right\} \quad (4.10)$$

$$\widetilde{K}_4 = \left\{ \frac{0,0995}{B_1}, \frac{0,1255}{B_2}, \frac{0,3671}{B_3}, \frac{0,2773}{B_4}, \frac{0,1305}{B_5} \right\} \quad (4.11)$$

$$\widetilde{K}_5 = \left\{ \frac{0,1024}{B_1}, \frac{0,1868}{B_2}, \frac{0,1317}{B_3}, \frac{0,4694}{B_4}, \frac{0,1097}{B_5} \right\}. \quad (4.12)$$

Нечіткі множини, що задані виразами (4.6), (4.9) – (4.12), побудовані за умови, що усі критерії є рівнозначними. Але в дійсності при побудові конкретних планів розвитку університету кожен із критеріїв K_i , $i = 1, 2, \dots, 5$, має свою вагу α_i , яка для кожного з них може змінюватись за побажанням замовника плану розвитку університету, але повинна залишатись нормованою в межах відрізка $[0, 1]$, тобто повинна задовольняти рівність

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 = 1. \quad (4.13)$$

У випадку нерівнозначності критеріїв α_i Ціммерман запропонував міру $\mu_{K_i}^*(B_j)$ належності критерія K_i до варіанту B_j обчислювати з врахуванням його ваги, яка задає ступінь концентрації, у вигляді

$$\mu_{K_i}^*(B_j) = \left(\mu_{K_i}(B_j) \right)^{\alpha_i}, \quad (4.14)$$

а числові значення самих ваг кожного із критеріїв визначати з використанням матриці Сааті парних порівнянь між собою цих критеріїв. Експертна група для уведених вище критеріїв, розмістивши їх у порядку зменшення ваги у вигляді послідовності

$$K_3, K_2, K_5, K_4, K_1 \quad (4.15)$$

синтезувала для них матрицю парних порівнянь Сааті у вигляді

$$K = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & \frac{1}{3} & 5 & 3 \\ 9 & 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ 3 & \frac{1}{5} & 7 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

За тією ж схемою Беллмана-Заде, використовуючи матрицю K , для критеріальної нечіткої множини $\widetilde{K}$ отримаємо вираз, аналогічний виразу (4.2), але у вигляді

$$\widetilde{K} = \left\{ \frac{\alpha_1}{K_1}, \frac{\alpha_2}{K_2}, \frac{\alpha_3}{K_3}, \frac{\alpha_4}{K_4}, \frac{\alpha_5}{K_5} \right\}, \quad (4.17)$$

конкретизація якої з використанням програми 1, записаної мовою Python і приведеної вище, приводить до виразу

$$\widetilde{K} = \left\{ \frac{0,03}{K_1}, \frac{0,31}{K_2}, \frac{0,18}{K_3}, \frac{0,22}{K_4}, \frac{0,26}{K_5} \right\}, \quad (4.18)$$

З врахуванням виразів (4.14) і (4.18) вирази (4.6), (4.9) – (4.12) набувають вигляду:

$$\widetilde{K_{1\alpha_1}} = \left\{ \frac{0,94}{B_1}, \frac{0,96}{B_2}, \frac{0,96}{B_3}, \frac{0,94}{B_4}, \frac{0,94}{B_5} \right\} \quad (4.19)$$

$$\widetilde{K_{2\alpha_2}} = \left\{ \frac{0,82}{B_1}, \frac{0,63}{B_2}, \frac{0,53}{B_3}, \frac{0,45}{B_4}, \frac{0,40}{B_5} \right\} \quad (4.20)$$

$$\widetilde{K_{3\alpha_3}} = \left\{ \frac{0,85}{B_1}, \frac{0,81}{B_2}, \frac{0,66}{B_3}, \frac{0,67}{B_4}, \frac{0,62}{B_5} \right\} \quad (4.21)$$

$$\widetilde{K_{4\alpha_4}} = \left\{ \frac{0,60}{B_1}, \frac{0,63}{B_2}, \frac{0,80}{B_3}, \frac{0,75}{B_4}, \frac{0,64}{B_5} \right\} \quad (4.22)$$

$$\widetilde{K_{5\alpha_5}} = \left\{ \frac{0,55}{B_1}, \frac{0,65}{B_2}, \frac{0,59}{B_3}, \frac{0,82}{B_4}, \frac{0,56}{B_5} \right\}. \quad (4.23)$$

Згідно з алгоритмом Ціммермана, який є складовою частиною методики, викладеної в згаданій уже вище роботі професора Сергія Штовби, при багатокритеріальній оптимізації приймати за найкращий (НВ) потрібно той варіант, який є найкращим одночасно по усім критеріям, для чого спочатку знаходимо перетин (ПК) нечітких критеріальних множин, визначених виразами (4.19) – (4.23) у вигляді

$$ПК = \widetilde{K_{1\alpha_1}} \cap \widetilde{K_{2\alpha_2}} \cap \widetilde{K_{3\alpha_3}} \cap \widetilde{K_{4\alpha_4}} \cap \widetilde{K_{5\alpha_5}}, \quad (4.24)$$

а потім, враховуючи те, що перетин для кожного варіанта визначається мінімальним значенням функції належності, підставляючи у вираз (4.24) вирази (4.19) – (4.23), отримаємо конкретизоване значення цього перетину у вигляді

$$ПК = \left\{ \frac{0,55}{B_1}, \frac{0,63}{B_2}, \frac{0,53}{B_3}, \frac{0,45}{B_4}, \frac{0,40}{B_5} \right\}. \quad (4.25)$$

Із виразу (4.25) витікає, що найкращим варіантом розвитку університету в полі вибраних критеріїв з пріоритетністю, заданою послідовністю (4.15), є варіант B_2 , який характеризується найвищим значенням функції належності до нечіткої множини оптимальних рішень, для якого домінантним був критерій K_2 , що характеризує наукові досягнення професорсько-викладацького складу університету.

Цілком зрозуміло, що в разі іншої пріоритетності вибраних критеріїв найкращим може виявитись інший варіант розвитку. Також іншим може виявитись варіант розвитку університету і в разі, якщо до уже запропонованих критеріїв нечіткої оптимізації будуть додані ще якісь додаткові критерії, які характеризуватимуть ще якісь параметри функціонування університету, не враховані при розв'язанні задачі пошуку оптимального плану розвитку університету в полі вибраних критеріїв.

Завершуючи оприлюднення результатів, яким присвячено цей розділ монографії, відзначимо, що при викладенні їх частини використано матеріал дослідження, вперше опублікований нами в роботі [27].

4.2. Ідентифікація моделей у вигляді «смуг забування» та рекомендації по їх практичному застосуванню

Почнемо розв'язувати поставлену задачу з приведення потрібних розрахункових виразів до вигляду, зручного для їх використання в комп'ютерній Python-програмі, що реалізовуватиме ітераційний процес (3.33).

Домовимось, що ідентифікуватимемо лише математичні моделі верхніх меж «смуг забування», оскільки кожна «смуга забування» міститиме точки, що розміщуються між її верхньою межею та верхньою межею «смуги забування», яка розміщується безпосередньо під нею.

Домовимось також, що параметри $\varphi_0, \alpha_{11}, \lambda_0$ верхньої межі «смуги забування А» індексуватимемо цифрою 1, «смуги забування В-С» – цифрою 2, «смуги забування D-E» – цифрою 3, «смуги забування FХ» – цифрою 4, «смуги забування F» – цифрою 5, завдяки чому замість співвідношень (3.29) матимемо співвідношення

$$\begin{cases} \varphi_{(\%) }(\bullet) \in [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5], \\ \alpha_{11}(\bullet) \in [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5], \\ \lambda_0(\bullet) \in [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5], \end{cases} \quad (4.26)$$

замість виразу (3.28) матимемо вираз

$$x_{(k)}(\tau) = \varphi_{(k)} + (100 - \varphi_{(k)})(1 + \lambda_k \tau) e^{-\alpha_{(k)} \tau}, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \quad (4.27)$$

замість функцій $\psi_{\varphi}(\bullet), \psi_{\alpha}(\bullet), \psi_{\lambda}(\bullet)$, що входять до структур виразів (3.31), (3.32), матимемо функції:

$$\begin{aligned} \psi_{\varphi_{(k)}}(n) &= \sum_{i=0}^N \left(x_{(k)i} - \varphi_{(k)}(n) - (100 - \varphi_{(k)}(n))(1 + \lambda_k(n) \tau_i) e^{-\alpha_k(n) \tau_i} \right) * \\ &* \left(-1 + (1 + \lambda_k(n) \tau_i) e^{-\alpha_k(n) \tau_i} \right), \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\alpha_{(k)}}(n) &= \sum_{i=0}^N \left\{ x_{(k)i} - \varphi_{(k)}(n) - (100 - \varphi_{(k)}(n))(1 + \lambda_k(n) \tau_i) e^{-\alpha_k(n) \tau_i} \right\} * \\ &* (100 - \varphi_{(k)}(n)) \left((1 + \lambda_k(n) \tau_i) (\tau_i) e^{-\alpha_k(n) \tau_i} \right), \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\lambda(k)}(n) = & \sum_{i=0}^N \left(x_{(k)i} - \varphi_{(k)}(n) - (100 - \varphi_{(k)}(n))(1 + \lambda_k(n)\tau_i) e^{-\alpha_{(k)}(n)\tau_i} \right) * \\ & * \left((-100 + \varphi_{(k)}(n))(\tau_i) e^{-\alpha_{(k)}(n)\tau_i} \right), \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \end{aligned} \quad (4.30)$$

замість ітераційних виразів (3.33) матимемо ітераційні вирази:

$$\begin{cases} \varphi_{(k)}(n) = \varphi_{(k)}(n-1) - \gamma(n)\psi_{\varphi(k)}(n-1), \\ \alpha_{(k)}(n) = \alpha_{(k)}(n-1) - \gamma(n)\psi_{\alpha(k)}(n-1), \quad n = 1, 2, 3, \dots \\ \lambda_{(k)}(n) = \lambda_{(k)}(n-1) - \gamma(n)\psi_{\lambda(k)}(n-1), \end{cases} \quad (4.31)$$

замість початкових умов (3.34) матимемо початкові умови:

$$\begin{cases} \varphi_{(k)}(0) = \varphi_{k0}, \\ \alpha_{(k)}(0) = \alpha_{k0}, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \\ \lambda_{(k)}(0) = \lambda_{k0}, \end{cases} \quad (4.32)$$

а замість умов зупинки ітераційного процесу (3.35) матимемо умови:

$$\begin{cases} \left| \varphi_{(k)}(n) - \varphi_{(k)}(n-1) \right| \leq \varepsilon_{\varphi}, \\ \left| \alpha_{(k)}(n) - \alpha_{(k)}(n-1) \right| \leq \varepsilon_{\alpha}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \\ \left| \lambda_{(k)}(n) - \lambda_{(k)}(n-1) \right| \leq \varepsilon_{\lambda}, \end{cases} \quad (4.33)$$

$$k = 1, 2, 3, 4, 5,$$

праву частину в яких доцільно задати у вигляді

$$\varepsilon_{\varphi} = 0,01; \quad \varepsilon_{\alpha} = 0,01; \quad \varepsilon_{\lambda} = 0,01, \quad (4.34)$$

оскільки попередній аналіз свідчить, що параметри $\varphi_{(k)}, \lambda_{(k)}, \alpha_{(k)}$ матимуть чисельні значення в околі одиниці і більше.

Що ж до правої частини початкових умов (4.32), то, як свідчить попередній аналіз, її доцільно задати для усіх 5 «смуг забування» у вигляді

$$\varphi_{k0} = 30; \quad \alpha_{k0} = 1; \quad \lambda_{k0} = 1. \quad (4.35)$$

Отже, щоб запустити ітераційний процес (4.31), нам залишилося лише для функцій, визначених виразами (4.28), (4.29), (4.30), сформулювати послідовності числових значень

$$\{x_{(k)i}\}, k = 1, 2, 3, 4, 5; i = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (4.36)$$

Із графіків, приведених на рис. 3.3, легко бачити, що для верхніх меж «смуг забування», графічно зображених кривими 7, 6, 5, 4, 3, послідовності (4.36) задаватимуться відповідними рядками таблиці 4.1.

Таблиця 4.1.

I	0	1	2	3	4	5	6	7
τ_i	0	1	2	3	4	5	6	7
x_{1i}	100	48	40	38	37	35,5	35	34,5
x_{2i}	100	43	35	34	33	31	30	29
x_{3i}	100	38	31	28	26	25	24,5	24
x_{4i}	100	30	21	17	15	14	13,5	13
x_{5i}	100	25	15	13	10	9	8	7

Отже тепер ми маємо усі необхідні дані, що потрібні для запуску ітераційного процесу ідентифікації математичних моделей верхніх меж усіх 5 «смуг забування», для реалізації якого використаємо нижче приведену Python-програму 2, розроблену нами.

Python-програма 2:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x_1=[100.0,48.0,40.0,38.0,37.0,35.5,35.0,34.5]
t=[0.0,1.0,2.0,3.0,4.0,5.0,6.0,7.0]
p_1=[30.0]
a_1=[1.0]
l_1=[1.0]
N=7
L1=[0.0]
L2=[0.0]
L3=[0.0]
g=0.1
g1=0.001
g2=0.001
e1=0.01
e2=0.01
e3=0.01
e_1=[]
e_2=[]
e_3=[]
def calculate_fun(n,N,x_1,p_1,a_1,l_1,t):
    result=0.0
```

```

result1=0.0
result2=0.0
for i in range(N+1):
    term = (x_1[i]-p_1[n]-(100-p_1[n])*(1+\
l_1[n]*t[i])*np.exp(-a_1[n]*t[i]))*(-1+(1+\
l_1[n]*t[i])*np.exp(-a_1[n]*t[i]))
    result += term

    term1 = (x_1[i]-p_1[n]-(100-p_1[n])*(1+\
l_1[n]*t[i])*np.exp(-a_1[n]*t[i]))*(100-p_1[n])*(1+\
l_1[n]*t[i])*t[i]*np.exp(-a_1[n]*t[i])
    result1 += term1

    term2 = (x_1[i]-p_1[n]-(100-p_1[n])*(1+\
l_1[n]*t[i])*np.exp(-a_1[n]*t[i]))*(-100+\
p_1[n])*t[i]*np.exp(-a_1[n]*t[i])
    result2 += term2
return (result, result1, result2)
for n in range(1000):
    res = calculate_fun(n,N,x_1,p_1,a_1,l_1,t)
    p_1.append(p_1[n]-g*L1[n])
    a_1.append(a_1[n]-g1*L2[n])
    l_1.append(l_1[n]-g2*L3[n])
    e_1.append(abs(p_1[n+1]-p_1[n]))
    e_2.append(abs(a_1[n+1]-a_1[n]))
    e_3.append(abs(l_1[n+1]-l_1[n]))
    L1.append(res[0])
    L2.append(res[1])
    L3.append(res[2])
    if e_1[n] < e1 and e_2[n] < e2 and e_3[n] < e3 and n > 1:
        break

p1 = p_1[-1]
a1 = a_1[-1]
l1 = l_1[-1]

print(len(L1))
print(f'p1: {p1:.2f}')
print(f'a1: {a1:.2f}')
print(f'l1: {l1:.2f}')

fun = []
tau = list(range(8))

```

```

38
p1: 38.27
a1: 6.84
l1: -1.47

```

```
for t in tau:
    f = p+(100-p)*(1+l*t)*np.exp(-a*t)
    fun.append(f)
plt.plot(tau, fun)
```

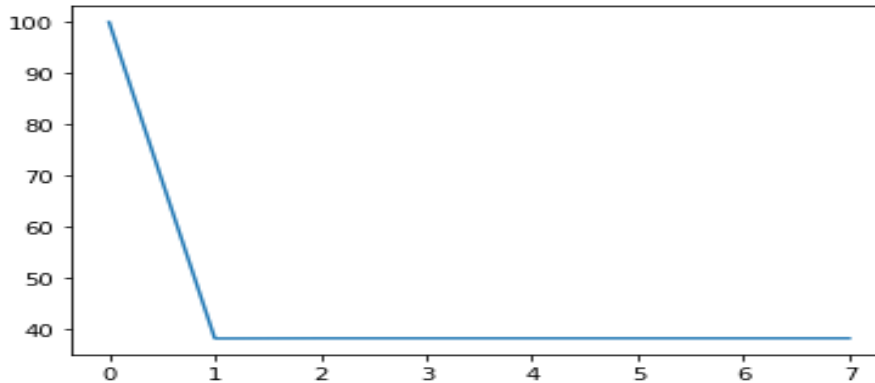


Рисунок 4.1 – Графік еквівалентної моделі верхньої межі «смуги забування» для людини з відмінною пам'яттю

Вносячи в приведену вище Python-програму 2 замість третього рядка з x_1 табл. 1 її четвертий рядок, тобто рядок з x_2 –

$$x_2 = [100.0, 43.0, 35.0, 34.0, 33.0, 31.0, 30.0, 29.0], \quad (4.37)$$

та запускаючи цю Python-програму, отримаємо:

```
print(len(L2))                28
print(f"p2: {p2:.2f}")        p2: 33.73
print(f"a2: {a2:.2f}")        a2: 8.71
print(f"l2: {l2:.2f}")        l2: -2.11
```

Реалізуючи цей сценарій з п'ятим рядком табл. 1, тобто з рядком x_3 –

$$x_3 = [100.0, 38.0, 31.0, 28.0, 26.0, 25.0, 24.5, 24.0], \quad (4.38)$$

та запускаючи цю Python-програму 2, отримаємо:

```
print(len(L3))                35
print(f"p3: {p3:.2f}")        p2: 28.12
print(f"a3: {a3:.2f}")        a2: 10.83
print(f"l3: {l3:.2f}")        l2: -2.77
```

По аналогії для шостого рядка табл. 1, тобто для рядка x_4 –

$$x_4 = [100.0, 30.0, 21.0, 17.0, 15.0, 14.0, 13.5, 13.0], \quad (4.39)$$

матимемо:

```
print(len(L4))                32
print(f"p4: {p4:.2f}")        p4: 17.54
print(f"a4: {a4:.2f}")        a4: 14.83
```

```
print(f"l4: {l4:.2f}")
```

l4: -3.99

А для сьомого рядка табл. 1, тобто для рядка x_5 –

$$x_5 = [100.0, 25.0, 15.0, 13.0, 10.0, 9.0, 8.0, 7.0], \quad (4.40)$$

матимемо:

```
print(len(L4))
```

39

```
print(f"p5: {p5:.2f}")
```

p5: 12.40

```
print(f"a5: {a5:.2f}")
```

a5: 16.88

```
print(f"l5: {l5:.2f}")
```

l5: -4.65

Підставляючи у вираз (4) параметри p_k, a_k, l_k , $k = 1, 2, 3, 4, 5$ із множин, виписаних вище, отримаємо еквівалентні моделі верхніх меж «смуг забування» у вигляді:

$$x_{(1)}(\tau) = 38,27 + (100 - 38,27)(1 - 1,47\tau)e^{-6,84\tau} \quad (4.41)$$

- для людей з відмінною пам'яттю,

$$x_{(2)}(\tau) = 33,73 + (100 - 33,73)(1 - 2,11\tau)e^{-8,71\tau} \quad (4.42)$$

- для людей з гарною пам'яттю,

$$x_{(3)}(\tau) = 28,12 + (100 - 28,12)(1 - 2,77\tau)e^{-10,83\tau} \quad (4.43)$$

- для людей з посередньою пам'яттю,

$$x_{(4)}(\tau) = 17,54 + (100 - 17,54)(1 - 3,99\tau)e^{-14,83\tau} \quad (4.44)$$

- для людей з поганою пам'яттю,

$$x_{(5)}(\tau) = 12,40 + (100 - 12,40)(1 - 4,65\tau)e^{-16,88\tau} \quad (4.45)$$

- для людей з дуже низьким рівнем пам'яті.

Цілковито очевидно, що еквівалентна модель нижньої межі «смути забування» співпадатиме з еквівалентною моделлю верхньої межі «смути забування» більш низького рівня.

Графіки меж «смуг забування», що розраховані з використанням еквівалентних моделей (4.41) – (4.45) та Python-програми 3, приведені на рис. 4.2.

Python-програма 3:

```
import sympy as smp
import sympy.plotting
from sympy.plotting import plot
t=smp.symbols('t')
x_1=smp.Function('x_1')(t)
x_2=smp.Function('x_2')(t)
```

```
x_3=smp.Function('x_3')(t)
x_4=smp.Function('x_4')(t)
x_5=smp.Function('x_5')(t)
x_1 =38.27+(100-38.27)*(1-1.47*t)*smp.exp(-6.84*t)
x_2 =33.73+(100-33.73)*(1-2.11*t)*smp.exp(-8.71*t)
x_3 =28.12+(100-28.12)*(1-2.77*t)*smp.exp(-10.83*t)
x_4 =17.54+(100-17.54)*(1-3.99*t)*smp.exp(-14.83*t)
x_5 =12.40+(100-12.40)*(1-4.65*t)*smp.exp(-16.88*t)
gr1=plot(x_1,(t,0,8),show=False, line_color='k')
gr2=plot(x_2,(t,0,8),show=False, line_color='g')
gr3=plot(x_3,(t,0,8),show=False, line_color='r')
gr4=plot(x_4,(t,0,8),show=False, line_color='c')
gr5=plot(x_5,(t,0,8),show=False, line_color='b')
gr1.extend(gr2)
gr1.extend(gr3)
gr1.extend(gr4)
gr1.extend(gr5)
gr1.show()
```

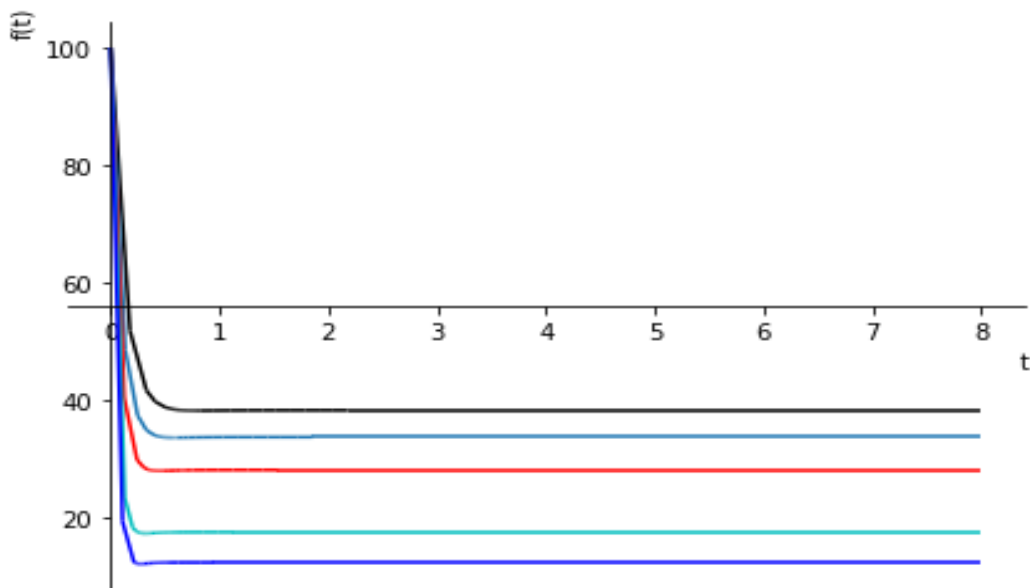


Рисунок 4.2 – Графіки меж «сму́т забування» для людей з відмінною, доброю, посередньою, поганою та дуже поганою пам’яттю, відтворені за їх еквівалентними моделями

Цілком очевидно, що визначивши за певним тестом ступінь забування конкретним студентом матеріалу, прочитаного викладачем на лекції, в якийсь із наступних днів тижня після цієї лекції, та помістивши отриману точку на графік рис. 4.2, ми отримаємо інформацію про те, до

групи з яким ступенем пам'яті потрібно віднести цього студента, що дозволить як самому студенту, так і його викладачу розробити оптимальну стратегію вивчення матеріалу даної навчальної дисципліни.

4.3. Якісна інтерпретація результатів моделювання на фазовій площині

Завдяки моделюванню процесів, що описуються математичними моделями (3.68) – (3.70), синтезованими в роботах [1] – [7], досліджено процес засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині на заданих напівінтервалах та визначено особливі точки $O_l(x_{10}, x_{20})$, $l = 1, 2$ фазової площини, оцінено їх характер і дано змістовну інтерпретацію, графічно представлену на рис. 4.3, на рис. 4.4, та на рис. 4.5.

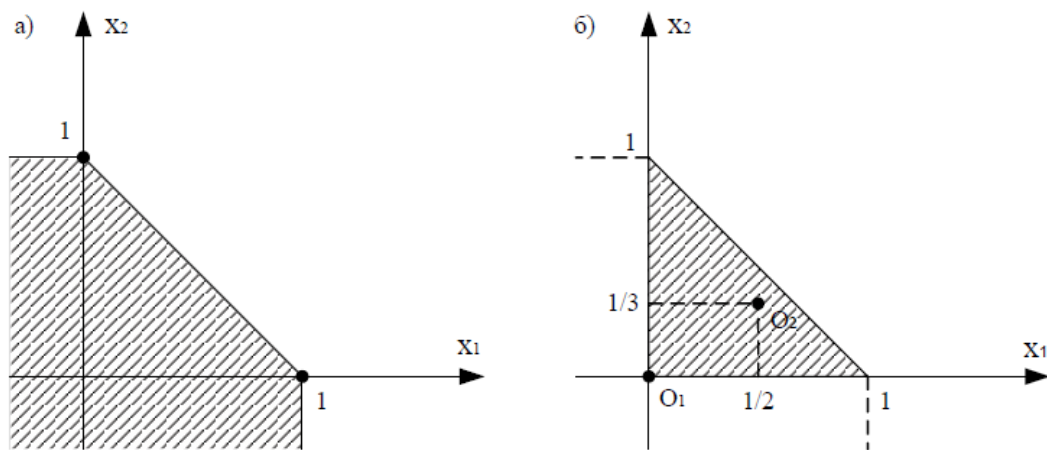


Рисунок 4.3 – Область допустимих значень фазових координат в задачі, що розв'язується (а), та приклад розміщення особливих точок в допустимій області фазової площини для випадку, коли талановитий студент не вивчає навчальну дисципліну ні в аудиторії з викладачем, ні самостійно (б)

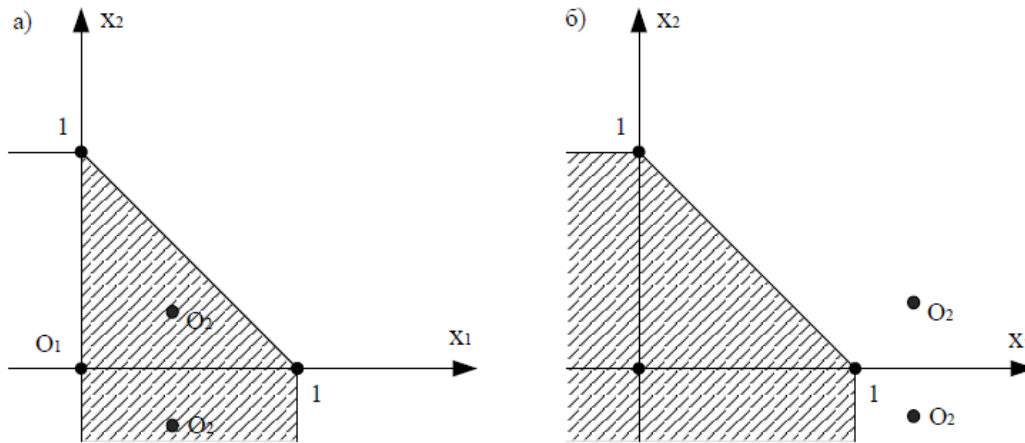


Рисунок 4.4 – Допустима область розміщення особливих точок на фазовій площині в разі, якщо студент має потужні логіку і пам'ять, а викладач має високу чи не дуже майстерність (а), та в разі, якщо студент має не надто потужні логіку і пам'ять (б)

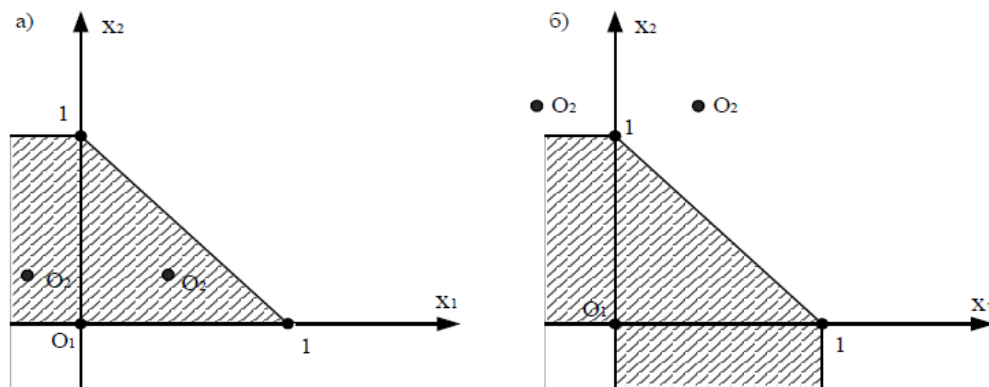


Рисунок 4.5 – Допустима область розміщення особливих точок на фазовій площині в разі, якщо студент має потужні логіку і пам'ять, а в навчальному посібнику, за яким студент навчається самостійно, матеріал викладено доступно і наочно чи не надто доступно і наочно (а), та в разі, якщо студент має не надто потужні логіку і пам'ять (б)

Показано, що всі три математичні моделі мають одну спільну особливу точку $O_1(0,0)$, та що кожна модель має ще одну особливу точку $O_2(x_{1o}, x_{2o})$.

Також в цих роботах [1] – [7] з'ясовано, якщо йдеться про студента, не наділеного потужними логікою і пам'яттю, тобто про студента середніх здібностей, то лише його особлива точка $O_1(0,0)$ розташована в області допустимих значень фазових координат, визначеній співвідношеннями:

$$\begin{aligned}x_1 &\leq 1, \\x_2 &\leq 1, \\x_1 + x_2 &\leq 1,\end{aligned}\tag{4.46}$$

оскільки для цього випадку справедливими є умови

$$\alpha_{11} > \alpha_{12}, \alpha_{22} > \alpha_{21}.\tag{4.47}$$

Також з'ясовано, коли йдеться про студента, наділеного потужними логікою і пам'яттю, то в заштрихованій області фазової площини, може знаходитись не лише особлива точка $O_1(0,0)$, але й особлива точка $O_2(x_{10}, x_{20})$ оскільки для цього випадку справедливими є умови

$$\alpha_{11} < \alpha_{12}, \alpha_{22} < \alpha_{21}.\tag{4.48}$$

У цих же роботах здійснено дослідження характеристик особливих точок на фазовій площині та визначено характер фазових траєкторій в околі особливих точок для процесу засвоєння програми навчальної дисципліни студентом середніх здібностей, та здійснено дослідження характеристик особливих точок на фазовій площині та визначено характер фазових траєкторій в околі особливих точок для процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібним студентом.

Звертаємо увагу тієї частини читачів нашої монографії, яких зацікавив цей побіжний, в основному якісний аналіз характеру особливих точок і фазових траєкторій на фазовій площині, що більш детальне та більш системне дослідження характеру особливих точок і фазових траєкторій на фазовій площині викладене в підрозділі 4.6.

4.4 Адаптація нечіткої математичної моделі для чіткого оцінювання якості навчального процесу в онлайн-режимі

4.4.1 Постановка задачі адаптації

Як показано в роботах [21], [40], [42], ідеологія, закладена в методу чіткого оцінювання на нечітких моделях полягає у тому, що на етапі оцінювання якості практичної підготовки студентів за ідеологією освоєння робітничої професії емпіричні закони розподілу дефазифікованих значень лінгвістичних змінних будуються в напрямку від верхнього рівня ієрархії до нижнього і виявляються ті з них, що мають відхилення від нормального; а на етапі підвищення якості практичної

підготовки ті емпіричні закони розподілу, що мають відхилення від нормального, нормалізуються шляхом створення додаткових контрольованих впливів на відповідні лінгвістичні змінні базового рівня, що є входними для нижнього рівня ієрархії запропонованої структури (рис. 4.6).

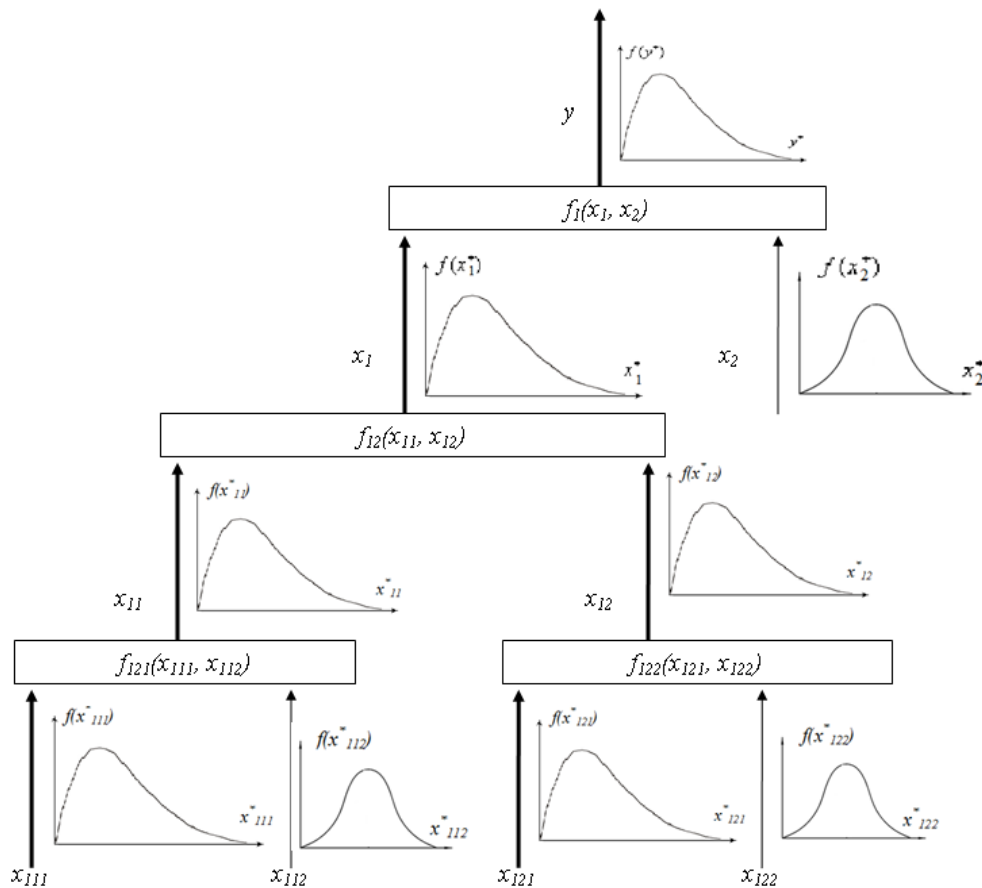


Рисунок 4.6 – Графічна інтерпретація механізму виявлення відхилень від норми на різних етапах ієрархії при формуванні прогностичної оцінки якості професійної підготовки студентів експериментальних груп ФБТЕГП за ідеологією освоєння робітничої професії

Для чіткого оцінювання якості процесу засвоєння знань студентами вищих технічних навчальних закладів і набуття ними відповідних компетентностей за наведеною вище ідеологією інтеграції навчання з виробництвом запропоновано використовувати нечітку математичну модель, доповнену процедурою ймовірнісного оброблення дефазифікованих значень величин, які характеризують якість процесу і являють собою множини випадкових чисел.

Нечітка математична модель, що реалізує наведену вище ідеологію, синтезована у вигляді бази знань Мамдані. В роботах [21], [40], [42]

також обґрунтоване критеріальне забезпечення процесу оцінювання з використанням нормалізованих функцій належності значень лінгвістичних змінних до відповідних термів та нормального закону розподілу випадкової величини, якою є дефазифіковане значення кожної лінгвістичної змінної.

Запропонована в роботах [21], [40], [42] і алгоритмізована методика чіткого оцінювання якості процесу засвоєння знань з використанням нечіткої моделі цього процесу апробована на трьох факультетах Вінницького національного технічного університету.

Оскільки запропонована «п'ятирядкова» нечітка модель (3.72) відрізняється від «трирядкової» нечіткої моделі (В.5), запропонованої в роботах [21], [40], [42], лише кількістю співвідношень між «трійками» лінгвістичних змінних, одна з яких є вихідною, а дві інші є вхідними, і в обох випадках усі лінгвістичні змінні задані на одній і тій же множині термів (В.6), то, цілком очевидно, що як ідеологію чіткого оцінювання на нечітких моделях, що запропонована в роботах [21], [40], [42], так і основні етапи методики, що реалізує цю ідеологію, можна використати і для чіткого оцінювання за допомогою запропонованої нами нечіткої моделі (3.72) з застосуванням до неї попередньо усіх тих процедур, що визначені у співвідношеннях (3.73) – (3.76).

Але варто звернути увагу на те, що ідеологія, запропонована в роботах [21], [40], [42], є ідеологією «постфактум», оскільки вона на першому етапі методики її втілення в життя пропонує розглядати множину заключних (екзаменаційних) оцінок, отриманих на верхньому рівні ієрархічної структури, а на наступних етапах крок за кроком спускатись до базового рівня, на якому уже появляється можливість внесення додаткових контрольованих впливів. Тобто, фактично, вносити ці додаткові контрольовані впливи зможемо лише в навчальний процес тих потоків студентів, що отримуватимуть робітничу професію роком пізніше. В той час, як при вивченні конкретної навчальної дисципліни нас цікавить у першу чергу можливість внесення цих впливів на студентів упродовж вивчення саме цієї навчальної дисципліни. А тому першим нашим кроком в напрямку адаптації методики, запропонованої в роботах [21], [40], [42], до задач оцінки якості процесу засвоєння змісту конкретної навчальної дисципліни буде зміна послідовності виконання її етапів, тобто уже на першому етапі адаптованого варіанту методики чіткого оцінювання якості на нечітких моделях будемо будувати закони

розподілу базових лінгвістичних змінних, від яких крок за кроком підніматись потім по рівнях ієрархічної структури аж до побудови закону розподілу заключних (екзаменаційних) оцінок, який уже відіграватиме роль не породжуючого для підпорядкованих лінгвістичних змінних, як у методиці-прототипі, а роль критерію ефективності дії наших додаткових впливів, створених на попередніх етапах.

Резюмуючи висловлене вище, можна стверджувати, що, якщо в методиці, розробленій в роботах [21], [40], [42], пропонується здійснювати аналіз в послідовності

$$y^* \Rightarrow \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{111} \\ x_{112} \\ x_{121} \\ x_{122} \\ x_{211} \\ x_{212} \\ x_{221} \\ x_{222} \end{cases}, \quad (4.49)$$

то у адаптованій методиці чіткого оцінювання на нечітких моделях послідовність аналізу пропонуємо зворотною, а саме –

$$\begin{cases} x_{0111} \\ x_{1111} \\ x_{0112} \\ x_{1112} \\ x_{0121} \\ x_{1121} \\ x_{0122} \\ x_{1122} \\ x_{0211} \\ x_{1211} \\ x_{0212} \\ x_{1212} \\ x_{0221} \\ x_{1221} \\ x_{0222} \\ x_{1222} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{111} \\ x_{112} \\ x_{121} \\ x_{122} \\ x_{211} \\ x_{212} \\ x_{221} \\ x_{222} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases} \Rightarrow y^* \quad (4.50)$$

4.4.2 Адаптація методики чіткого оцінювання на нечітких моделях

Розпочинається викладення методики чіткого оцінювання на нечітких моделях в роботах [21], [40], [42] з твердження, що для того, щоб прогнозними оцінками $y_i^*, i = 1, 2, \dots, N$ рівня робітничої кваліфікації студентів, що являють собою дефазифіковані розв'язки нечіткої моделі –

$$\{y_i^*\} = \{y_1^*, y_2^*, y_3^*, \dots, y_i^*, \dots, y_N^*\} \quad (4.51)$$

можна було довіряти, необхідно визначати їх одразу для потоку, в який входить не менше двох академічних груп, тобто визначати їх для сукупності N студентів, яка містить не менше 50 однорідних елементів.

Тож і тут уже необхідна адаптація, оскільки це при отриманні однієї і тієї ж робітничої кваліфікації, якої набувають одразу усі студенти факультету, множина (4.51) може мати 50 і більше однорідних елементів, а при викладанні конкретної навчальної дисципліни в окремій групі, багато із яких нині є неповнокомплектними і не містять навіть 25 студентів, число елементів у множині (4.51) теж може бути суттєво меншим 50, тобто, суттєво меншим постульованого в методиці, запропонованій в роботах [21], [40], [42], що вимагає внесення коректив в подальші її процедури. І адаптація у цьому випадку полягає у тому, що нарощуємо кількість елементів у множині оцінок (4.51) за рахунок врахування результатів кожного колоквіуму, що згідно з навчальними планами проводяться не менше двох за час вивчення конкретної дисципліни, і кожної контрольної роботи, що згідно з навчальними планами проводяться теж не менше двох за час вивчення конкретної навчальної дисципліни, та захисту кожної лабораторної роботи, яких по кожній дисципліні має бути не менше чотирьох. Але, як відомо, і верхня межа оцінки за кожний колоквіум, і верхня межа оцінки за кожну контрольну роботу, і верхня межа оцінки за захист кожної лабораторної роботи, як правило, є різними, тож для приведення їх до можливості використання в якості елементів множини (4.35) їх потрібно попередньо нормалізувати шляхом ділення на верхню межу для кожної – тоді кожна із цих оцінок стане числом із відрізка $[0, 1]$ і може бути використана в якості елемента множини (4.51).

З другим визначальним твердженням методики, викладеної в роботах [21], [40], [42], що дефазифіковані оцінки із множини (4.51) є випадковими числами, до яких можна застосовувати методи теорії ймовірностей та математичної статистики, погоджуємось і будемо його теж використовувати. А завдяки попередньому кроку адаптації уже не виникатиме кількісних проблем як при побудові гістограми на множині (4.51) та її «вирівнювання» статистичною оцінкою густини (або щільності) розподілу $f(y^*)$ ймовірностей випадкової величини y^* з використанням χ^2 -розподілу Пірсона, так і при побудові гістограм та їх «вирівнюванні» для усіх інших випадкових величин, що будуть використані при застосуванні цієї методики. Нагадаємо, кількісні проблеми при побудові гістограми та її «вирівнювання» за Пірсоном обумовлені тим, що для реалізації цих процесів потрібно набагато більше членів у множині (4.51) ніж їх можна мати, виходячи з неповнокомплектності студентських груп, які вивчають конкретні навчальні дисципліни не загальноосвітнього чи загально інженерного характеру, особливо, якщо використовується для характеристики якості навчання кожного студента лише одна (екзаменаційна) його оцінка.

Погоджуємось і з третім визначальним твердженням, закладеним у методику, що побудована в роботах [21], [40], [42], яке носить характер критеріального і звучить так: якщо експертами встановлено, що теорію робітничої професії викладають нормальні викладачі, лабораторія робітничої професії обладнана нормальним обладнанням, бібліотека і лабораторія забезпечена нормально навчальними посібниками у паперовому чи електронному вигляді, мотивація студентів до освоєння робітничої професії є нормальною і здібності до освоєння робітничої професії у кожного із студентів теж є нормальними, то і густина розподілу $f(y^*)$ ймовірностей оцінок із множини (4.51) згідно з центральною граничною теоремою теорії ймовірностей буде підпорядковуватись нормальному закону, густина розподілу ймовірностей за яким має вигляд (3.78), до якої додається нормувальний множник $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, а параметри m, σ тепер уже є оцінками математичного очікування (сподівання) та середньоквадратичного відхилення випадкової величини y^* , підстановкою яких в унормовану формулу (3.78) отримаємо емпіричний

нормальний закон густини розподілу ймовірностей випадкової величини. І якщо це так, то практична підготовка студентів за ідеологією набуття робітничої професії, корельованої з майбутньою інженерною, в університеті здійснюється на нормальному рівні і не потребує розробки додаткових заходів для її поліпшення. Але якщо це не так, тобто якщо побудована для випадкової величин y^* , заданої множиною значень (4.51), гістограма має нахил вліво чи вправо і не «вирівнюється» нормальним законом розподілу, про що свідчитиме низький рівень довірчої ймовірності, розрахованої з використанням χ^2 – розподілу, то це свідчитиме, що або теорію робітничої професії викладають погані викладачі, або лабораторія робітничої професії обладнана застарілим обладнанням чи його недостатньо, або бібліотека і лабораторія не забезпечена навчальними посібниками у достатній кількості, або мотивація студентів до освоєння робітничої професії є недостатньою, або здібності до освоєння робітничої професії у більшості із студентів є не розвинуеними.

Отже, якщо побудовану гістограму, наприклад, для випадкової величини y^* із сукупності (4.51), заданої на множині оцінок із діапазону $[0,100]$ балів, вдалося з високою ймовірністю, не нижчою 0,80, «вирівняти» нормальним законом, який для густини розподілу має вигляд

$$f(y^*) = \frac{1}{\sigma^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y^* - m^*}{\sigma^*} \right)^2}, \quad (4.52)$$

де –

$$m^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^*, \quad (4.53)$$

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i^* - m^*)^2}, \quad (4.54)$$

то жодних додаткових впливів на формування цієї випадкової величини здійснювати не потрібно, бо з нею усе «нормально».

Якщо ж, наприклад, емпіричний закон густини розподілу $f(x_{1111}^*)$ дефазифікованих значень x_{1111}^* лінгвістичної змінної x_{1111} виявиться

відмінним від нормального, то це свідчить про те, що презентації лектора при викладанні змісту онлайн-лекції є або занадто складними, або занадто спрощеними, причому, «ненормальність» цього емпіричного закону може бути як у вигляді несиметрії, коли початкова гілка кривої графіка цього розподілу є крутою і коротшою за «нормальну», а спадна заключна є більш пологою і довгою, так і у вигляді несиметрії, коли початкова гілка кривої графіка цього розподілу є більш похилою і довшою за «нормальну», а спадна заключна є короткою і крутою.

У першу випадку, який свідчить, що презентації лектора є занадто складними, «вирівнювати» емпіричний закон густини розподілу $f(x_{1111}^*)$ пропонуємо за допомогою γ – розподілу, який описується моделлю

$$f(x_{1111}^*) = \begin{cases} (x_{1111}^*)^{k-1} \frac{e^{-\frac{x_{1111}^*}{\vartheta}}}{\vartheta^k \Gamma(k)}, & \forall x_{1111}^* \geq 0, \\ 0, & \forall x_{1111}^* < 0, \end{cases} \quad (4.55)$$

відомою з будь-якого довідника з вищої математики, що містить розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика», при цьому параметри ϑ, k моделі (4.55) знаходяться із співвідношень:

$$\begin{cases} m_{1111}^* = k\vartheta, \\ \sigma_{1111}^* = k\vartheta^2, \end{cases} \quad (4.56)$$

а для гамма-функції $\Gamma(k)$ є справедливими співвідношення:

$$\begin{cases} \Gamma(k+1) = k! \\ \Gamma(k+1) = k\Gamma(k) \end{cases} \quad (4.57)$$

А у другому випадку, який свідчить, що презентації лектора є занадто спрощеними, «вирівнювати» емпіричний закон густини розподілу $f(x_{1111}^*)$ пропонуємо за допомогою β – розподілу, який описується довідниковою моделлю

$$f(x_{1111}^*) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} (x_{1111}^*)^{\alpha-1} (1-x_{1111}^*)^{\beta-1}, \quad (4.58)$$

параметри α, β якої знаходяться із співвідношень:

$$\begin{cases} m_{1111}^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}, \\ \sigma_{1111}^* = \frac{1}{\alpha + \beta} \sqrt{\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta + 1}}, \end{cases} \quad (4.59)$$

а для бета-функції $B(\alpha, \beta)$ є справедливим співвідношення –

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 (x_{1111}^*)^{\alpha-1} (1 - x_{1111}^*)^{\beta-1} dx_{1111}^*. \quad (4.60)$$

Цілком очевидно, що для «нормалізації» емпіричного закону густини розподілу $f(x_{1111}^*)$ у першому випадку лекторські презентації необхідно спрощувати, а у другому випадку, навпаки, ускладнювати.

Аналогічні висновки витікатимуть і при аналізі емпіричних законів густини розподілу інших лінгвістичних змінних із множин (3.72), (3.73) після їх фазифікації у базі знань (3.74), приведення цієї бази до системи рівнянь нечіткої логіки (3.75) – (3.76), перенесення результатів розв’язання цих рівнянь шляхом імплікації та агрегування на носій $U = [0, 100]$ та дефазифікації за методом центру ваги (3.77).

4.5. Метод створення повноцінної бази даних, необхідних для ідентифікації законів розподілу випадкових величин для задач оцінки якості теоретичної та практичної підготовки студентів неповноформатних груп

4.5.1. Еквівалентування моделей законів розподілу випадкових величин

У будь-якому підручнику чи навчальному посібнику з теорії ймовірностей, виданому як в Україні, так і за її межами, ми знайдемо інформацію про те, що одними із базових понять цієї науки є поняття законів розподілу випадкових величин X в їх інтегральному $F(x)$ чи диференціальному $f(x)$ вираженні, що зв’язані між собою відомим співвідношенням

$$f(x) = \frac{dF}{dx}. \quad (4.61)$$

Відсилаючи для пересвідчення до будь-якого з цих підручників чи навчальних посібників, нагадаємо, що інтегральний закон $F(x)$ розподілу випадкової величини X у вигляді

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (4.62)$$

задає ймовірність $P(\cdot)$ події, що очікувана випадкова величина X набуде значення, не більшого конкретно заданого нами числа x , а ймовірність $P(x_1 < X \leq x_2)$ того, що це значення попаде в діапазон $X \in [x_1, x_2]$ може бути визначеною зі співвідношення

$$P(x_1 < X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1), \quad (4.63)$$

якщо відомим є її інтегральний закон розподілу $F(x)$. А якщо відомим є її диференціальний закон розподілу $f(x)$, який ще називають густиною (чи щільністю) її розподілу, то ця ймовірність може бути визначеною зі співвідношення

$$P(x_1 < X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx. \quad (4.64)$$

Отже, щоб обчислити ймовірність $P(x_1 < X \leq x_2)$ того, що очікуване значення випадкової величини X попаде в діапазон $X \in [x_1, x_2]$, нам потрібно знати або інтегральний закон її розподілу $F(x)$, щоб скористатись виразом (4.63), або диференціальний закон розподілу $f(x)$, щоб скористатись виразом (4.64).

А синтез та ідентифікація математичних моделей інтегрального $F(x)$ та диференціального $f(x)$ законів розподілу випадкової величини X , заданої обмеженою множиною її відомих значень, є змістом іншої навчальної дисципліни, яка називається математичною статистикою і з навчальних посібників з якої, виданих як в Україні, так і за кордоном, легко пересвідчитись, що процедура синтезу диференціального $f(x)$ закону розподілу випадкової величини X починається з побудови гістограми, що являє собою сходишкову лінію над віссю x , висота кожної сходинки якої дорівнює відношенню кількості значень випадкової величини, що попали в межі цієї сходинки, до загальної кількості значень випадкової величини, заданої обмеженою множиною усіх її відомих значень. А другим етапом цієї процедури синтезу, тобто, етапом ідентифікації диференціального $f(x)$ закону розподілу випадкової величини X , є алгоритм «вирівнювання» сходинок гістограми гіпотетичними

неперервними кривими розподілу, запропонованими відомими математиками різних епох, починаючи з Гаусса, з використанням χ^2 – розподілу Пірсона. З прикладами ідентифікації гістограм кривими нормального закону розподілу Гаусса можна ознайомитись, наприклад, в роботах [21], [43].

І ось саме цей другий етап процедури синтезу диференціального закону розподілу $f(x)$ випадкової величини X – етап вирівнювання» сходенок гістограми гіпотетичними неперервними кривими розподілу є найбільш проблематичним, оскільки при малих потужностях відомих значень множин випадкових величин, з використанням яких здійснюється ідентифікація, важко домогтись прийнятного значення довірчої ймовірності для «вирівнюючої» кривої, а при великих потужностях цих множин не вдається ідентифікувати гістограму однією із відомих теоретичних кривих, запропонованих різними математиками, а об'єднання кількох кривих в один ансамбль для ідентифікації гістограми складного профілю не відповідає принципу коректного розв'язання цієї задачі.

Тож подоланню цієї проблемної ситуації шляхом синтезу еквівалентних моделей законів розподілу випадкових величин, придатних для обчислення ймовірностей попадання цих величин в заданий діапазон значень, для побудови яких не потрібна процедура «вирівнювання» гістограм відомими функціями розподілу з використанням χ^2 – розподілу Пірсона, і присвячено цей наш підрозділ.

Почнемо розв'язання поставленої задачі з аналізу виразів (4.62), (4.63), (4.64).

Із першого з цих виразів витікає, що функція, яка апроксимує інтегральний закон розподілу $F(x)$ випадкової величини X , є функцією, неперервно-зростаючою в межах від 0 до 1 для будь-якої множини її значень – для констатації цього відомого з теорії ймовірностей факту в подальшому тексті ми будемо використовувати термін «Властивість 1»

Із другого з цих виразів витікає, що ця функція на лівій межі заданої множини значень випадкової величини X дорівнює нулю – для констатації цього відомого з теорії ймовірностей факту в подальшому тексті ми будемо використовувати термін «Властивість 2»

А із третього з цих виразів витікає, що площа під кривою функції, яка апроксимує диференціальний закон розподілу $f(x)$ випадкової величини X , дорівнює одиниці. А оскільки гістограма є статистичною

оцінкою функції, яка апроксимує диференціальний закон розподілу $f(x)$ випадкової величини X , то площа фігури, обмеженою зверху сходинковою лінією гістограми, а знизу віссю абсцис, теж дорівнює одиниці – для констатації цього відомого з математичної статистики факту в подальшому тексті ми будемо використовувати термін «Властивість 3».

Для подальших викладок, скориставшись відповідною Python-програмою 4, створеною на підставі рекомендацій робіт [25], [26], [45], побудуємо гіпотетичну гістограму (рис. 4.7) типового характеру випадкової величини X , не конкретизуючи множину значень цієї випадкової величини, але з дотриманням для її гістограми «Властивості 3».

Python-програма 4:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import matplotlib
In [3]: import matplotlib.pyplot as plt
In [4]: locs=np.arange(5)
In [5]: L=[0.1,0.15,0.35,0.25,0.15]
In [6]: data=np.array(L)
In [7]: plt.bar(locs,data,width=0.99,color='blue')
```

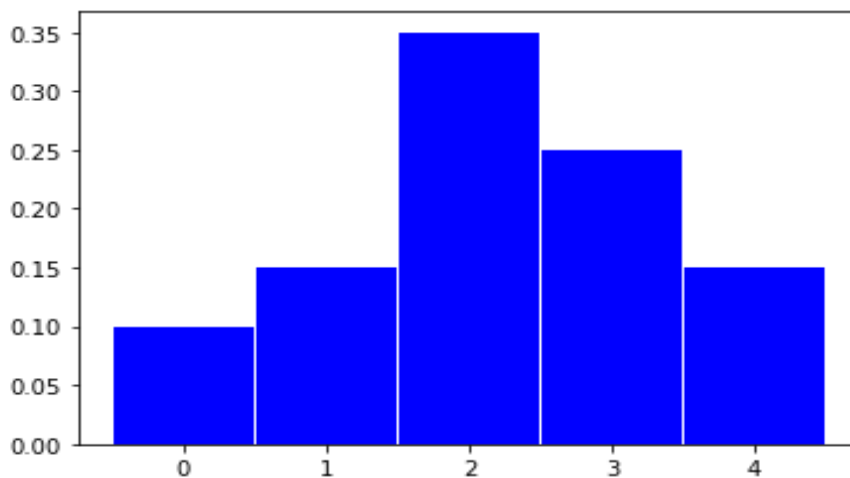


Рисунок 4.7 – Гіпотетична гістограма випадкової величини X , номер кожного одиничної ширини розряду якої проставлено в його середині

Аналізуючи приведену на рис. 4.7 гістограму, бачимо, що навіть у цьому структурно і контурно простому її варіанті важко передбачити, в який бік вона деформуватиметься при збільшенні кількості використаних для її побудови значень випадкової величини – чи у бік «підтягування» до більш високого порогу перших двох розрядів з лівого боку

від максимуму, що демонструватиме її наближення в граничному варіанті до нормального розподілу Гаусса, що описується осьовим зрізом «дзвінницевої» поверхні, чи у бік «опущення» до ще менших значень порогів перших двох розрядів з лівого боку від максимуму та «підвищення» до ще більших значень порогів останніх двох розрядів з правого боку від максимуму, що демонструватиме її наближення до β – розподілу. Тож, намагаючись «вирівняти» цю гістограму одним із цих двох розподілів, ми можемо отримати довірчу ймовірність апроксимації на рівні, меншому того, якому можна довіряти. І, якщо немає можливості додати до множини значень випадкової величини, згідно з якою будувалась гістограма, додаткових її значень, то з позицій класичної теорії ймовірностей та класичної математичної статистики задача переходить в категорію таких, що не мають коректного розв'язку.

Але в нашу комп'ютерну епоху, коли не виникає ускладнень у здійсненні будь-яких цифрових об'ємів обчислень, визначення будь-яких характеристик випадкових величин можна звести до комп'ютерних обчислень з використанням відповідних чисельно заданих їх законів розподілу. Тож реалізація етапу «вирівнювання» гістограм класичними функціями, якими в класичній математичній статистиці пропонується апроксимувати закони розподілу випадкових величин, стає не потрібною. І замість процедури «вирівнювання» гістограм доцільно переходити до процедури чисельного їх наближення до чисельно заданих функцій, які ми назвали еквівалентними моделями законів розподілу. Далі ми покажемо, як здійснити це наближення.

Отже почнемо з першого еквівалентного наближення функції $F(x)$, яке отримаємо кумулятивним сумуванням площ усіх розрядів гістограми, приведеної на рисунку 4.8. Для цього використаємо відповідну Python-програму 5.

Python-програма 5:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import matplotlib
In [3]: import matplotlib.pyplot as plt
In [4]: locs=np.arange(5)
In [5]: L=[0.1,0.15,0.35,0.25,0.15]
In [6]: data=np.array(L)
In [7]: data1=np.cumsum(data)
In [8]: plt.bar(locs,data1,width=0.99,color='blue')
```

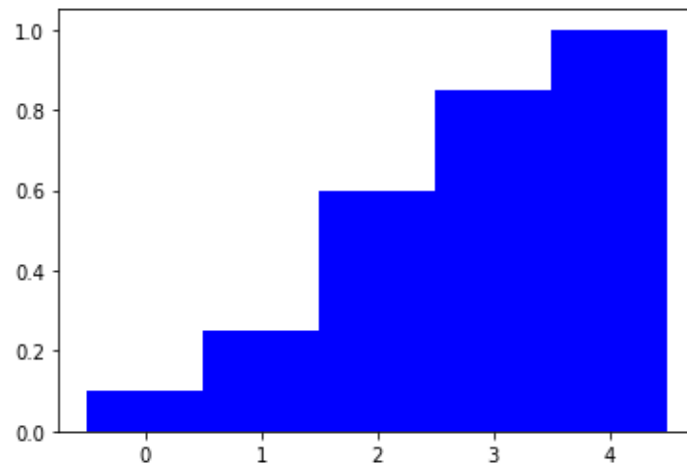


Рисунок 4.8 – Перше графічне еквівалентне наближення функції розподілу $F(x)$ випадкової величини X , отримане з гістограми рис. 4.7 у вигляді сходинок кривої з числом сходинок, що дорівнює числу розрядів гістограми

А далі, використавши відповідну Python-програму 6, розіб'ємо кожний розряд гістограми, приведеної на рис. 4.7, на два підрозряди і за допомогою кумулятивного сумування площ усіх підрозрядів отримаємо друге еквівалентне наближення функції $F(x)$, зображене на рис. 4.9.

Python-програма 6:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import matplotlib
In [3]: import matplotlib.pyplot as plt
In [4]: locs1=np.arange(10)
In [5]: L=[0.1,0.15,0.35,0.25,0.15]
In [6]: data=np.array(L)
In [7]: data1=np.repeat(data,2);data1
Out[7]:
array([0.1, 0.1, 0.15, 0.15, 0.35, 0.35, 0.25, 0.25, 0.15, 0.15])
In [8]: data2=np.cumsum(data1/2)
In [9]: plt.bar(locs1,data2,width=0.99,color='blue')
```

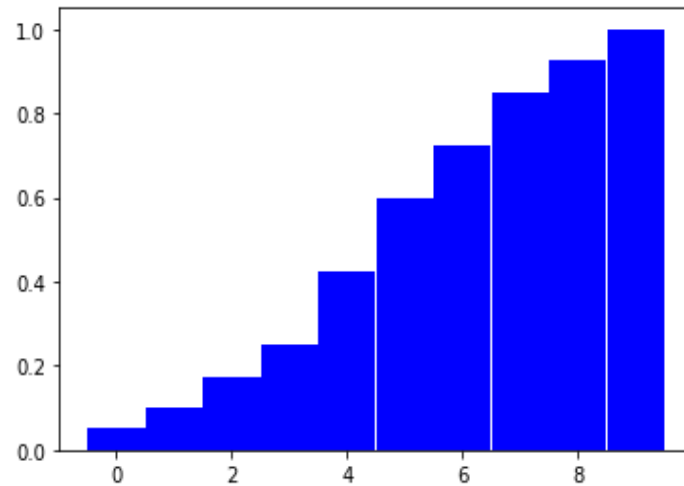


Рисунок 4.9 – Друге графічне еквівалентне наближення функції розподілу $F(x)$, випадкової величини X , отримане з гістограми рис. 4.7 у вигляді сходинкової кривої з числом сходинок, що дорівнює подвоєному числу розрядів гістограми

Для однозначної інтерпретації процедури еквівалентування, використавши відповідну Python-програму 7, отримаємо третє еквівалентне наближення функції $F(x)$, зображене на рис. 4.10.

Python-програма 7:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import matplotlib
In [3]: import matplotlib.pyplot as plt
In [4]: locs2=np.arange(15)
In [5]: L=[0.1,0.15,0.35,0.25,0.15]
In [6]: data=np.array(L)
In [7]: data3=np.repeat(data,3)
In [8]: data4=np.cumsum(data3/3)
In [9]: plt.bar(locs2,data4,width=0.99,color='blue')
```

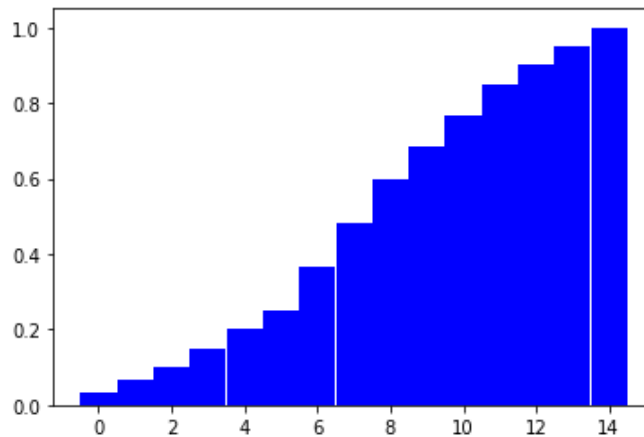


Рисунок 4.10 – Третє графічне еквівалентне наближення функції розподілу $F(x)$, отримане з гістограми рис. 4.7

Із рис. 4.10 та формули (4.63) легко бачити, що ймовірність попадання масштабованої випадкової величини X^* в діапазон значень $[2,6]$ дорівнює 0,3, тобто у відповідності з формулою (4.63) маємо

$$P(2 < X^* \leq 6) = F(6) - F(2) = 0,4 - 0,1 = 0,3. \quad (4.65)$$

Якщо ж нам в подальших математичних перетвореннях законів розподілу випадкової величини необхідно мати аналітичну модель її диференціального закону розподілу $f(x)$, то необхідно спочатку здійснити інтерполяційну ідентифікацію сходиноквої кривої функції розподілу $F(x)$, а потім до результату інтерполяції застосувати вираз (4.61), яким ми визначимо математичну модель диференціального закону розподілу $f(x)$ теж в еквівалентному варіанті.

Оскільки алгоритм розв'язання задачі інтерполяції з використанням усіх варіантів інтерполяційних поліномів до сплайнів включно дуже детально розписаний і проілюстрований прикладами в роботі [46], то ми у цьому нашому підрозділі про етап інтерполяції сходиноквої кривої функції розподілу $F(x)$ більше нічого додавати не будемо, вважаючи, що його, скориставшись алгоритмом, викладеним в роботі [46], виконати зможе самостійно кожен науковець, який читатиме цю нашу монографію.

А завершимо ми цей наш підрозділ зауваженням, що запропонований нами метод синтезу та ідентифікації еквівалентних моделей законів розподілу випадкових величин окрім своєї простоти в реалізації сприяє використанню в подальшому саме тих характеристик цієї випадкової

величини, які проявились в тому обмеженому масиві її значень, з використанням якого ми побудували гістограму, і не нав'язує нам гіпотетичного віднесення цієї випадкової величини шляхом «вирівнювання» гістограм відомими теоретичними розподілами до класу тих, що визначені на нескінченних множинах.

4.5.2. Методика створення повноцінної бази даних в задачах оцінки якості теоретичної та практичної підготовки студентів

В нашій статті [13], написаній півтора роки тому, яка присвячена розробленню способу побудови бази даних, придатної для ідентифікації законів розподілу оцінок студентів, котрі отримують ці оцінки під час вивчення певної навчальної дисципліни, зроблено наступні висновки – цитуємо: «Запропоновано спосіб приведення різнодіапазонних оцінок якості різних аспектів вивчення студентами навчальних дисциплін до однорідних множин, придатних для статистичного аналізу, що дозволяє створювати достатньо інформативну базу даних навіть для малоформатних студентських груп, наявність яких в університетах є характерною особливістю існуючого нині в університетах процесу підготовки спеціалістів зі спеціальностей, які не є привабливими, незважаючи на їх необхідність». Закінчується ця багатосторінкова стаття побудовою трьох гістограм, одна з яких являє собою статистичну оцінку диференціального закону розподілу оцінок студентів, виставлених викладачем за знання теорії навчальної дисципліни в діапазоні A, B, C, D, E, FX, F системи ECTS, друга – за практику застосування теорії, а третя – за засвоєння навчальної дисципліни в цілому, та обіцяюкою в наступній статті здійснити ідентифікацію цих гістограм шляхом їх «вирівнювання» за процедурою Пірсона якимись відомими теоретичними функціями розподілу.

Але, як виявилось, дві із цих трьох гістограм «вирівнюванню» відомими теоретичними функціями за Пірсоном не піддаються, а тому покажемо, як побудувати еквівалентні закони розподілу цих оцінок, скориствовавшись запропонованим у попередньому підрозділі методом.

І першим кроком на шляху побудови еквівалентних законів розподілу для множин оцінок, створених в роботі [13], буде приведення гістограм, побудованих для оцінок в діапазоні A, B, C, D, E, FX, F системи ECTS, до вигляду, приведеному нами на рисунку 4.7.

Ці гістограми, побудовані з використанням даних таблиці 3 роботи [13], представлені на рисунку 4.11, причому на рисунку 4.11a зображена гістограма оцінок, отриманих малокомплектною групою студентів, за знання теорії навчальної дисципліни, на рисунку 4.11b зображена гістограма оцінок, отриманих цією ж групою студентів, за практичне застосування теорії цієї навчальної дисципліни, а на рисунку 4.11c зображена гістограма оцінок, отриманих цими ж студентами, за підсумкове оволодіння знаннями з цієї навчальної дисципліни в цілому.

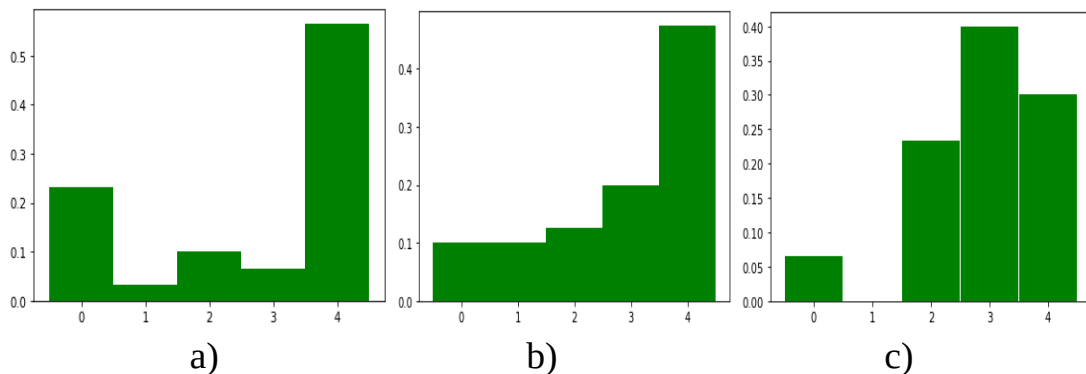


Рисунок 4.11 – Гістограми оцінок, отриманих студентами малокомплектної групи за знання теорії, практики та навчальної дисципліни в цілому, побудовані за даними таблиці 3 роботи [13]

По вигляду гістограм, приведених на рисунку 4.11, легко бачити, що «вирівняти» жодну з них, використовуючи відомі теоретичні моделі диференціального закону розподілу, з прийнятною довірчою ймовірністю здійснити не вдасться.

А тому є сенс побудувати з їх використанням еквівалентні моделі функцій розподілу $F_T(x)$, $F_p(x)$, $F_{nd}(x)$, застосовуючи алгоритм та Python-програми приведенного у попередньому підрозділі методу.

Реалізуючи для кожної із гістограм, приведених на рисунку 4.11, Python-програму 5, отримаємо еквівалентні моделі функцій розподілу $F_T(x)$, $F_p(x)$, $F_{nd}(x)$ геометричне зображення яких приведені на рисунку 4.12 у тій же послідовності, що й зображення породивших їх гістограм на рисунку 4.11. Тобто на рисунку 4.12a приведені геометричне зображення еквівалентної функції розподілу $F_T(x)$, на рисунку 4.12b приведені геометричне зображення еквівалентної функції розподілу

$F_p(x)$, а на рисунку 4.12с приведенне геометричне зображення еквівалентної функції розподілу $F_{nd}(x)$.

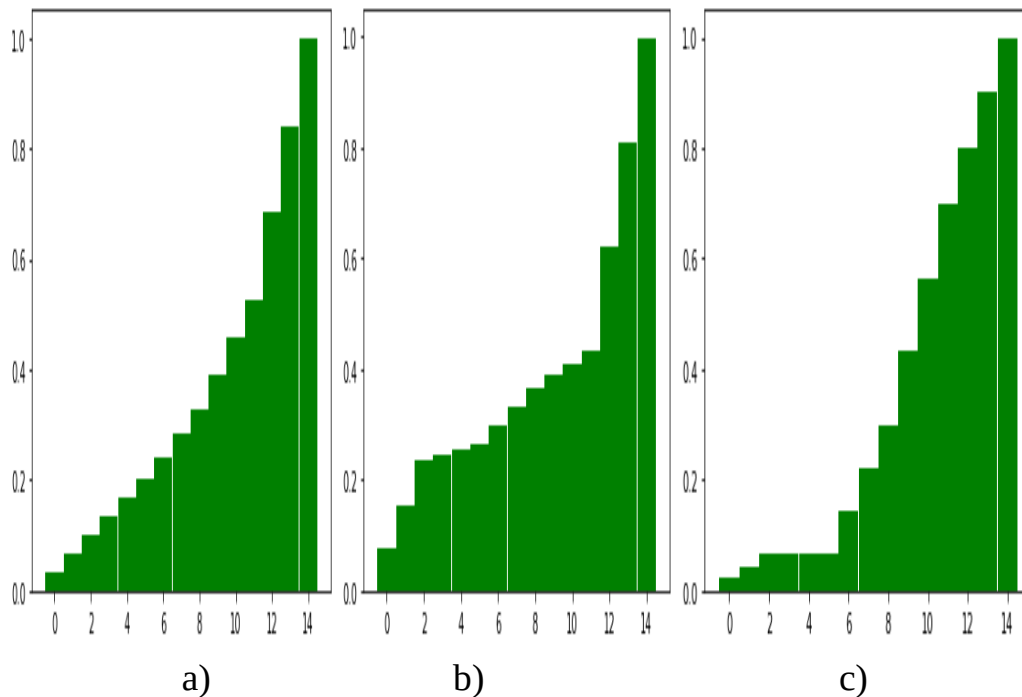


Рисунок 4.12 – Графічне відображення еквівалентних функцій розподілу $F_T(x), F_p(x), F_{nd}(x)$ оцінок, отриманих студентами малокомплектної групи за знання теорії, практики та навчальної дисципліни в цілому, побудовані з використанням запропонованого методу еквівалентування на основі бази даних таблиці 3 роботи [13]

При використанні еквівалентних функцій розподілу для обчислення ймовірності отримання студентом підсумкової оцінки з діапазону А, В, С, D, E, FX, F системи ECTS слід пам'ятати, що створюючи ці еквівалентні моделі, ми спочатку приводили кількісну характеристику групи студентів до відрізка $[0,1]$, потім повторювали кожен ординату гістограми кілька разів (у нашому випадку 3 рази), приводячи кожний повтор знову до відрізка $[0,1]$, тож для повернення до кількісної характеристики випадкової величини у вигляді кількості студентів, що отримали оцінку певної категорії, необхідно кожен абсцису графіка еквівалентної функції розподілу поділити на кількість розрядів базової гістограми (у нашому випадку на 5) та на кількість повторень кожної ординати (у нашому випадку на 3) і помножити результат ділення на кількість даних, за якою будувалась гістограма (у нашому випадку 30). Наприклад

абсцисі графіка на рисунку 4.12, яка дорівнює 12, відповідатиме кількісна оцінка

$$\frac{12}{15} \cdot 30 = 24. \quad (4.66)$$

Якщо ж нас цікавлять еквівалентні моделі диференціальних законів розподілу, отримані на базі інтегральних, приведених на рисунку 4.12, то, як ми уже говорили вище, необхідно, скориставшись розписаною в роботі [46] процедурою інтерполяції, отримати інтерполяційні поліноми для наших сходинкових кривих, які потім продиференціювати згідно з виразом (4.61).

4.6. Системний аналіз характеру особливих точок та траєкторій ПЗЗУС на фазовій площині

4.6.1. Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни

В підрозділі 3.4 нами уже приведені синтезовані математичні моделі процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині у вигляді (3.68) для i -го часового напівінтервалу $[t^{(i)}]$, протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає, у вигляді (3.69) для j -го часового напівінтервалу $[t_1^{(j)}]$, протягом якого студент набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем, та у вигляді (3.70) для k -го часового напівінтервалу $[t_2^{(k)}]$, протягом якого студент набуває додаткових знань, працюючи самостійно.

Нагадаємо, що в математичних моделях (3.68), (3.69), (3.70) α_{11} , α_{22} – коефіцієнти, що характеризують ступінь забування студентом матеріалу навчальної дисципліни, вивченого раніше відповідно з викладачем і самостійно, α_{12} , α_{21} – коефіцієнти, що характеризують синергетичний вплив одна на одну складових процесу засвоєння студентом навчального матеріалу з викладачем та самостійно, β_{11} , β_{22} – коефіцієнти, що характеризують ступінь засвоєння нових знань відповідно на заняттях з викладачем та самостійно, а x_1 , x_2 – фазові координати, що задають у відносних одиницях ступінь засвоєння студентом програми навчальної дисципліни відповідно на заняттях з викладачем та самостійно, для яких виконуються умови, що теж уведені уже нами в підрозділі 3.4, але виділимо їх окремо у вигляді

$$x_1 = \frac{X_1}{X}; \quad x_2 = \frac{X_2}{X}, \quad (4.67)$$

$$x_1 \leq 1, \quad x_2 \leq 1, \quad x_1 + x_2 \leq 1 \quad (4.68)$$

– де X – це та кількість знань, яку може мати студент, засвоївши протягом визначеного терміну часу T усі розділи програми певної навчальної дисципліни, X_1 – це така кількість знань з даної навчальної дисципліни, яку студент отримує від викладача під час аудиторних занять, а X_2 – це та кількість знань з даної дисципліни, яку студент засвоює, самотійно вивчаючи певні розділи програми.

У цьому ж підрозділі 3.4, допускаючи, що напівінтервали $[t^{(i)}], [t_1^{(j)}], [t_2^{(k)}]$ слідуєть один за одним, і позначаючи кінцеві точки цих напівінтервалів символами $t_k^{(i)}, t_1^{(j)}, t_2^{(k)}$, визначені словесно початкові умови, необхідні для однозначного розв'язання систем диференціальних рівнянь (3.68), (3.69), (3.70), які нижче задаємо у вигляді:

для системи рівнянь (3.68) –

$$x_1(i_n) = x_1(t_2(k_k - 1)); \quad x_2(i_n) = x_2(t_2(k_k - 1)), \quad (4.69)$$

для системи рівнянь (3.69) –

$$x_1(j_n) = x_1(t_k(i)); \quad x_2(j_n) = x_2(t_k(i)), \quad (4.70)$$

для системи рівнянь (3.70) –

$$x_1(k_n) = x_1(t_1(j_k)); \quad x_2(k_n) = x_2(t_1(j_k)). \quad (4.71)$$

В підрозділі 4.3 розпочато дослідження процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині з використанням синтезованих математичних моделей на заданих напівінтервалах $[t^{(i)}], [t_1^{(j)}], [t_2^{(k)}]$ і визначені особливі точки $O_l(x_1, x_2)$, $l = 1, 2$ фазової площини, але виконане воно лише на якісному рівні.

В даному підрозділі ми продовжимо це дослідження шляхом його деталізації, яку розпочнемо з трактування того, що ми будемо мати на увазі, вводячи поняття особливих точок фазової площини.

З точки зору математики [2] особливі точки фазової площини – це точки, в яких похідні від обох фазових координат одночасно дорівнюють нулю. А для нашої задачі, в якій фазові координати характеризують рівень знань навчальної дисципліни, отриманих студентом від спілкування з викладачем та самотійно, – це ті точки фазової площини, в яких швидкість приросту знань дорівнює нулю.

Для i -го часового напівінтервалу $[t^{(i)})$, протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає, виходячи з математичної моделі (3.68), можна стверджувати, що для визначення особливих точок потрібно використовувати систему рівнянь

$$\begin{aligned} -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 &= 0; \\ -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 &= 0, \end{aligned} \quad (4.72)$$

яку можна подати і так:

$$\begin{aligned} (-\alpha_{11} + \alpha_{12}x_2)x_1 &= 0; \\ (-\alpha_{22} + \alpha_{21}x_1)x_2 &= 0. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Із системи рівнянь (4.73) легко бачити, що одна особлива точка, позначимо її O_1 , буде мати координати

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 0, \quad (4.74)$$

а друга, яку позначимо O_2 , буде мати координати

$$x_1 = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}; \quad x_2 = \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} \quad (4.75)$$

Очевидно, що особлива точка O_2 нас цікавитиме лише у тому випадку, коли вона лежатиме в області фазової площини, визначеній умовами (4.68), або, що те саме, виділеній на рис. 4.13а.

На рис. 4.13б показані особлива точка O_1 та особлива точка O_2 за умов, що

$$\alpha_{21} = 2\alpha_{22}; \quad \alpha_{12} = 3\alpha_{11}. \quad (4.76)$$

В інтерпретації нашої задачі про коефіцієнти, що фігурують в умовах (4.76), виходячи із їх визначення, можна сказати, що чим потужнішими є логіка і пам'ять студента, тим менші значення матимуть коефіцієнти α_{11} , α_{22} , і чим різноманітнішими будуть педагогічні прийоми у викладача, або чим більш доступним та ілюстрованим рисунками і прикладами буде навчальний посібник, за яким студент вивчає розділи дисципліни самостійно, тим більші значення матимуть коефіцієнти α_{12} , α_{21} . Тож можна стверджувати, що лише для талановитих студентів особлива точка O_2 лежатиме у тій частині фазової площини, яка задається умовами (4.68). А для пересічних, не надто талановитих студентів ця особлива точка лежатиме за межами цієї області, а тому під час побудови фазових траєкторій для не надто талановитого студента, які в

реальних умовах закінчуються на границі вказаної фазової області, точку O_2 враховувати не потрібно.

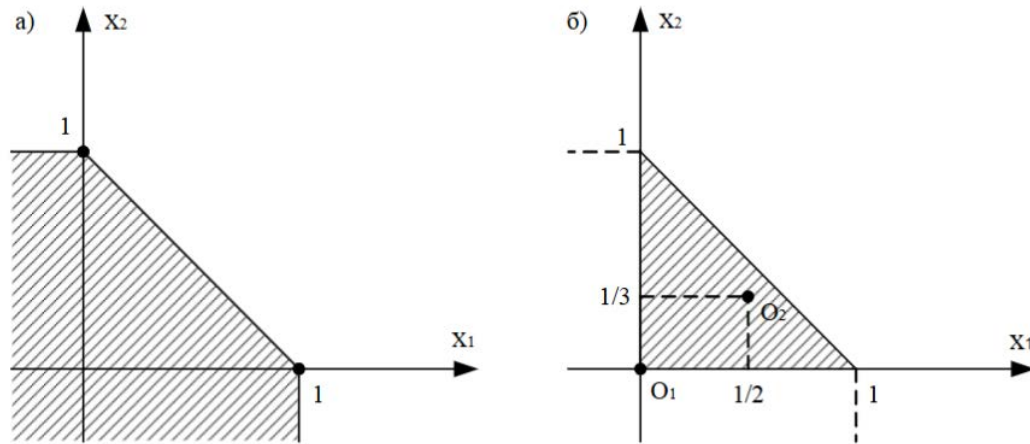


Рисунок 4.13 – Область допустимих значень фазових координат в задачі, що розв’язується (а), та приклад розміщення особливих точок в допустимій області фазової площини для випадку, коли талановитий студент не вивчає навчальну дисципліну ні в аудиторії з викладачем, ні самостійно (б)

Тепер розглянемо визначення особливих точок фазової площини для j -го часового напівінтервалу $[t_1^{(j)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем. Виходячи з системи диференціальних рівнянь (3.69), для цього випадку система алгебраїчних рівнянь, що необхідна для визначення особливих точок, матиме вигляд:

$$\begin{aligned} -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 + \beta_{11}x_1 &= 0; \\ -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.77)$$

Розв’язуючи систему рівнянь (4.77), знайдемо, що особлива точка O_1 , як і у попередньому випадку, буде знаходитись у точці фазової площини з координатами, визначеними співвідношеннями (4.74). Що ж стосується особливої точки O_2 , то вона буде мати координати

$$x_1 = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}; \quad x_2 = \frac{\alpha_{11} - \beta_{11}}{\alpha_{12}} \quad (4.78)$$

В разі потужної логіки і пам’яті студента та високого рівня майстерності викладача матимемо:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} - \beta_{11} &< 0; \\ \alpha_{22} &< \alpha_{21}, \end{aligned} \quad (4.79)$$

а в разі невисокої майстерності викладача матимемо:

$$\begin{aligned}\alpha_{11} - \beta_{11} &> 0; \\ \alpha_{22} &< \alpha_{21}.\end{aligned}\tag{4.80}$$

Це означає, що особлива точка O_2 для талановитих студентів знаходитиметься на фазовій площині справа від осі x_2 та знизу або зверху від осі x_1 , але в заштрихованій області на рис. 4.14а.

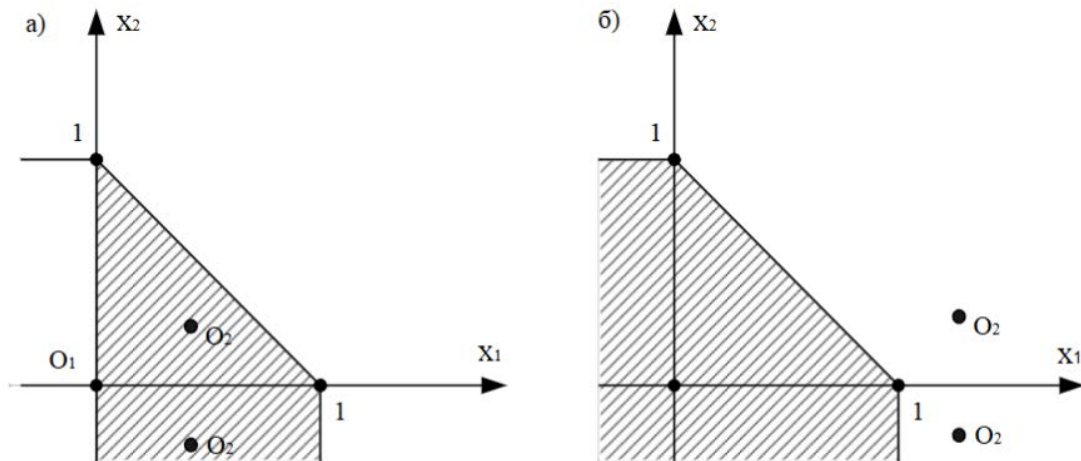


Рисунок 4.14 – Допустима область розміщення особливих точок на фазовій площині в разі, якщо студент має потужні логіку і пам'ять, а викладач має високу чи не дуже майстерність (а), та в разі, якщо студент має не надто потужні логіку і пам'ять (б)

В разі не надто потужної логіки і пам'яті студента в залежності від майстерності викладача матимемо:

$$\alpha_{11} - \beta_{11} < 0\tag{4.81}$$

або

$$\alpha_{11} - \beta_{11} > 0\tag{4.82}$$

та

$$\alpha_{22} > \alpha_{21},\tag{4.83}$$

а тому особлива точка O_2 знаходитиметься на фазовій площині знову ж таки справа від осі x_2 , але в не заштрихованій області на рис. 4.14б. У цьому випадку особлива точка O_2 не повинна враховуватись під час побудови фазових траєкторій.

Тепер розглянемо визначення особливих точок фазової площини для k -го часового напівінтервалу $[t_2^{(k)})$, протягом якого студент набуває

додаткових знань самостійно. Виходячи з системи диференціальних рівнянь (3.70), для цього випадку система алгебраїчних рівнянь, що необхідна для визначення особливих точок, матиме вигляд

$$\begin{aligned} -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 &= 0; \\ -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 + \beta_{22}x_2 &= 0. \end{aligned} \quad (4.84)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (4.84), знайдемо, що особлива точка O_1 , як і у обох попередніх випадках, буде знаходитись у точці фазової площини з координатами, визначеними співвідношеннями (4.74). Що ж стосується особливої точки O_2 , то вона буде мати координати

$$x_1 = \frac{\alpha_{22} - \beta_{22}}{\alpha_{21}}; \quad x_2 = \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}. \quad (4.85)$$

В разі потужної логіки і пам'яті студента та високого рівня доступності і наочності викладення матеріалу у навчальному посібнику, за яким студент підвищує свій рівень знань самостійно, матимемо:

$$\begin{aligned} \alpha_{22} - \beta_{22} &< 0; \\ \alpha_{11} &< \alpha_{12}, \end{aligned} \quad (4.86)$$

а в разі «сірого» викладення матеріалу у навчальному посібнику матимемо:

$$\begin{aligned} \alpha_{22} - \beta_{22} &> 0; \\ \alpha_{11} &< \alpha_{12}. \end{aligned} \quad (4.87)$$

Це означає, що особлива точка O_2 знаходитиметься на фазовій площині зверху від осі x_1 та зліва або справа від осі x_2 , тобто в заштрихованій області на рис. 4.15а.

В разі не надто потужної логіки і пам'яті студента матимемо:

$$\alpha_{11} > \alpha_{12}, \quad (4.88)$$

а в залежності від надто зрозумілого та наочного викладання матеріалу в навчальному посібнику –

$$\alpha_{22} - \beta_{22} < 0 \quad (4.89)$$

чи не надто зрозумілого і наочного –

$$\alpha_{22} - \beta_{22} > 0. \quad (4.90)$$

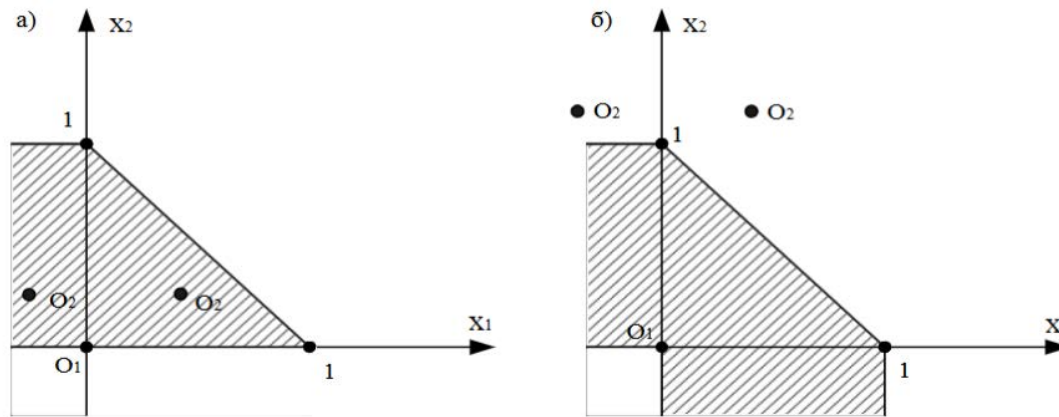


Рисунок 4.15 – Допустима область розміщення особливих точок на фазовій площині в разі, якщо студент має потужні логіку і пам'ять, а в навчальному посібнику, за яким студент навчається самостійно, матеріал викладено доступно і наочно чи не надто доступно і наочно (а), та в разі, якщо студент має не надто потужні логіку і пам'ять (б)

Це означає, що особлива точка O_2 знаходитиметься на фазовій площині знову ж таки зверху від осі x_1 , але зліва чи справа від осі x_2 у не заштрихованій області на рис. 4.15б. У цьому випадку особлива точка O_2 не повинна враховуватись під час побудови фазових траєкторій.

Із викладеного вище можна зробити наступні висновки:

1. Отримано математичні співвідношення для визначення координат особливих точок на фазовій поверхні, що характеризують стани студента, в яких у нього відсутній приріст нових знань з навчальної дисципліни.

2. Наведено змістовну інтерпретацію особливих точок фазової площини і їх координат у термінології процесу вивчення студентом навчальної дисципліни та рекомендації стосовно того, коли і які особливі точки потрібно враховувати під час побудови фазових траєкторій, а коли і які – ні.

4.6.2. Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни студентом середніх здібностей

Продовжимо дослідження процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині з використанням моделей (3.68), (3.69), (3.70) в околі знайдених особливих точок та побудуємо фазові траєкторії цього процесу. І почнемо ми це продовження з дослідження процесу

засвоєння навчальної дисципліни студентом, не наділеним потужними логікою і пам'яттю, якого будемо називати студентом середніх здібностей або середнім студентом.

Без синергетичних складових рівняння (3.68) перетворюються на

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -\alpha_{11}x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = -\alpha_{22}x_2 \end{cases} \quad (4.91)$$

Матрицею коефіцієнтів математичної моделі (4.91) буде матриця

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_{11} & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

а характеристичне рівняння матиме вигляд

$$\begin{vmatrix} -\alpha_{11} - \lambda & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (4.93)$$

або

$$(-\alpha_{11} - \lambda)(-\alpha_{22} - \lambda) = 0, \quad (4.94)$$

з коренями

$$\lambda_1 = -\alpha_{11}, \quad \lambda_2 = -\alpha_{22}. \quad (4.95)$$

Як відомо з теорії диференціальних рівнянь, при дійсних і від'ємних значеннях коренів (4.95) характеристичного рівняння (4.94) особлива точка $O_1(0,0)$ фазової площини (x_1, x_2) буде мати характеристики стійкого вузла, в якому закінчуватимуться фазові траєкторії. Визначимо характер цих траєкторій.

Спочатку визначимо, куди переміщатиметься точка на фазовій траєкторії з ростом часу. Для цього диференціальні рівняння (4.91) переписуємо так:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{x_1} = -\alpha_{11}dt, \\ \frac{dx_2}{x_2} = -\alpha_{22}dt. \end{cases} \quad (4.96)$$

Інтегруючи рівняння (4.96), матимемо:

$$\begin{aligned} \ln x_1 &= -\alpha_{11}t + \ln C_1, \\ \ln x_2 &= -\alpha_{22}t + \ln C_2, \end{aligned} \quad (4.97)$$

або

$$\begin{cases} x_1 = C_1 e^{-\alpha_{11}t}, \\ x_2 = C_2 e^{-\alpha_{22}t}, \end{cases} \quad (4.98)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, числове значення яких визначається за допомогою початкових умов.

Із виразів (4.98) видно, що з ростом часу t абсолютні значення фазових координат x_1, x_2 зменшуються. А це, у свою чергу, означає, що точка по фазовій траєкторії рухається з будь-якої початкової точки допустимої області фазової площини (x_1, x_2) в напрямку до особливої точки $O_1(0,0)$, як це показано на рис. 4.16.

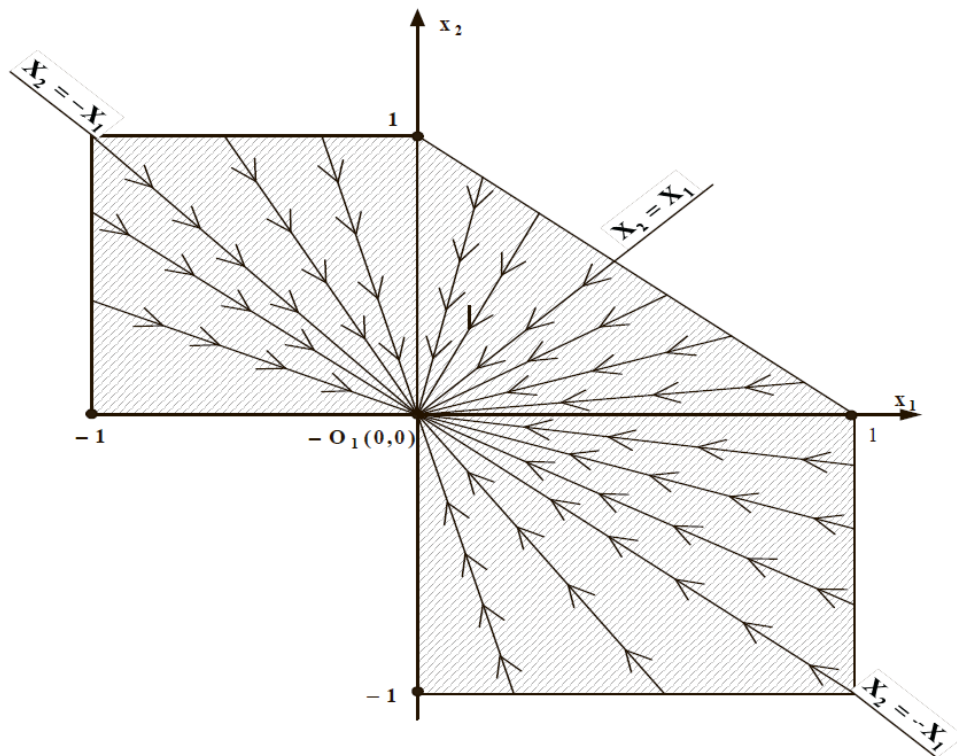


Рисунок 4.16 – Фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни на відрітку часу, протягом якого студент не працює ні з викладачем, ні самостійно

Для з'ясування характеру фазових траєкторій в околі особливої точки $O_1(0,0)$ систему диференціальних рівнянь (4.96) діленням другого рівняння на перше приведемо до вигляду

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\alpha_{22}x_2}{\alpha_{11}x_1} \quad (4.99)$$

або

$$\frac{dx_2}{x_2} = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}} \frac{dx_1}{x_1}. \quad (4.100)$$

Інтегруючи рівняння (4.100), матимемо

$$\ln x_2 = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}} \ln x_1 + \ln C \quad (4.101)$$

або

$$x_2 = Cx_1^{\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}}}, \quad (4.102)$$

де C – стала інтегрування, числове значення якої визначається з початкових умов.

Віссю симетрії кривої (4.102) буде пряма

$$x_2 = Cx_1, \quad (4.103)$$

яку отримаємо із рівняння (4.102) при

$$\alpha_{11} = \alpha_{22}. \quad (4.104)$$

Цілком очевидно, що при

$$C > 0, \quad (4.105)$$

пряма (4.103) лежить у першому квадранті фазової площини, а при

$$C < 0 \quad (4.106)$$

– у другому та четвертому квадрантах (рис. 4.16).

Легко бачити, що при

$$\alpha_{11} < \alpha_{22}, \quad (4.107)$$

крива (4.102) лежатиме на фазовій площині під прямою (4.103), оскільки при показниках степені, більших одиниці, в області значень аргументу, менших одиниці, значення показникової функції будуть меншими значень аргументу, а при

$$\alpha_{11} > \alpha_{22}, \quad (4.108)$$

крива (4.102) лежатиме на фазовій площині над прямою (4.103), оскільки при показниках степені, менших одиниці, в області значень аргументу, менших одиниці, значення показникової функції будуть більшими значень аргументу. Для прикладу, при

$$\alpha_{11} = 2\alpha_{22} \quad (4.109)$$

крива (4.102) є кривою кореня квадратного, а при

$$2\alpha_{11} = \alpha_{22} \quad (4.110)$$

крива (4.102) є параболою.

На рис. 4.16 наведені фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни, які узагальнюють усе вище сказане, на напівінтервалі $[t^{(i)}]$, на якому студент не працює ні з викладачем, ні самостійно, для випадку, коли

$$C = I. \quad (4.111)$$

На перший погляд може здатися дивним те, що на рис. 4.16 зображені фазові траєкторії і у 2-му та 4-му квадрантах фазової площини, в яких одна із фазових координат приймає від'ємні значення. Але у дійсності у цьому нічого дивного немає, адже це цілком відповідає ситуаціям, які можуть виникнути при вивченні тієї чи іншої навчальної дисципліни, оскільки і з Інтернету, і від викладача з поганою професійною підготовкою студент може черпати не лише правильну інформацію, тобто, інформацію зі знаком плюс, але і неправильну інформацію, тобто, інформацію зі знаком мінус, або дезінформацію.

Тепер проробимо аналогічні викладки для напівінтервалу $[t_1^{(j)}]$, протягом якого студент середніх здібностей набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем.

У цьому випадку математичною моделлю процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни буде система диференціальних рівнянь (3.69), якій відповідатиме в околі особливої точки $O_1(0,0)$ лінеаризована, тобто, не синергизована, модель

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = (-\alpha_{11} + \beta_{11})x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = -\alpha_{22}x_2, \end{cases} \quad (4.112)$$

матриця коефіцієнтів якої матиме вигляд

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_{11} + \beta_{11} & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} \end{bmatrix} \quad (4.113)$$

а характеристичне рівняння –

$$\begin{vmatrix} -\alpha_{11} + \beta_{11} - \lambda & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (4.114)$$

або

$$(-\alpha_{11} + \beta_{11} - \lambda)(-\alpha_{22} - \lambda) = 0, \quad (4.115)$$

з коренями

$$\lambda_1 = -\alpha_{11} + \beta_{11}, \quad \lambda_2 = -\alpha_{22}. \quad (4.116)$$

Виконуючи дії за алгоритмом, описаним вище для попереднього напівінтервалу, знайдемо, що:

$$\begin{cases} x_1 = C_1 e^{-(\alpha_{11} - \beta_{11})t}, \\ x_2 = C_2 e^{-\alpha_{22}t}, \end{cases} \quad (4.117)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, числове значення яких визначається за допомогою початкових умов, а

$$x_2 = C x_1^{\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11} - \beta_{11}}}. \quad (4.118)$$

Із виразів (4.116), (4.117), (4.118) видно, що в разі, коли викладач має менш потужні логіку, пам'ять і рівень знань, ніж студент, якого він навчає, тобто, коли

$$\beta_{11} < \alpha_{11}, \quad (4.119)$$

то особлива точка $O_1(0,0)$, як і у попередньому випадку, буде стійким вузлом, а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у цьому випадку матимуть такий же характер, як і фазові траєкторії, приведені на рис. 4.16, з тією лише різницею, що вісь симетрії у них визначатиметься тією ж прямою (4.103), але визначеною за умови

$$\alpha_{11} - \beta_{11} = \alpha_{22}. \quad (4.120)$$

Із цих же виразів (4.116), (4.117), (4.118) видно, що в разі, коли викладач має логіку, пам'ять і рівень знань рівноцінні логіці, пам'яті і рівню знань студента, якого він навчає, тобто, коли

$$\beta_{11} = \alpha_{11}, \quad (4.121)$$

то корінь λ_1 характеристичного рівняння (4.115) згідно з виразом (4.116) стає рівним нулю, особлива точка $O_1(0,0)$ «розпливається» вздовж осі x_1 , а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни набувають вигляд, показаний на рис. 4.17 а.

І, нарешті, із цих же виразів (4.116), (4.117), (4.118) видно, що в разі, коли викладач має логіку, пам'ять і рівень знань потужніші логіки, пам'яті і рівня знань студента, якого він навчає, тобто, коли

$$\beta_{11} > \alpha_{11}, \quad (4.122)$$

то корінь λ_1 характеристичного рівняння (4.115) згідно з виразом (4.116) стає більшим нуля, особлива точка $O_1(0,0)$ згідно з теорією диференціальних рівнянь характеризуватиметься як «сідло», а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни набувають вигляд, показаний на рис. 4.17 б.

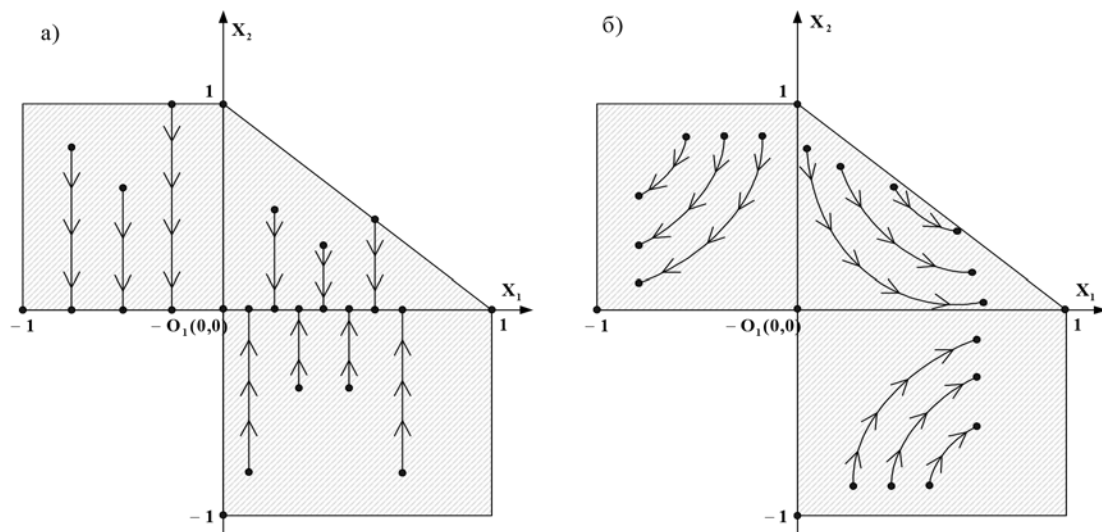


Рисунок 4.17 – Фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни на відрізок часу, протягом якого студент працює з викладачем, за умови, що викладач має логіку, пам'ять і рівень знань менш потужні, ніж логіка, пам'ять і рівень знань студента (а), та за умови, що логіка, пам'ять і рівень знань викладача є більш потужними, ніж логіка, пам'ять і рівень знань студента (б).

На завершення аналізу проробимо аналогічні викладки для напівінтервалу $[t_2^{(k)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, працюючи самостійно.

У цьому випадку математичною моделлю процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни буде система диференціальних рівнянь (3.70), якій відповідатиме в околі особливої точки $O_1(0,0)$ лінеаризована, тобто, не синергетизована, модель

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = (-\alpha_{11})x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = (-\alpha_{22} + \beta_{22})x_2, \end{cases} \quad (4.123)$$

матриця коефіцієнтів якої матиме вигляд

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_{11} & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} + \beta_{22} \end{bmatrix} \quad (4.124)$$

а характеристичне рівняння –

$$\begin{vmatrix} -\alpha_{11} - \lambda & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} + \beta_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (4.125)$$

або

$$(-\alpha_{11} - \lambda)(-\alpha_{22} + \beta_{22} - \lambda) = 0, \quad (4.126)$$

з коренями

$$\lambda_1 = -\alpha_{11}, \quad \lambda_2 = -\alpha_{22} + \beta_{22}. \quad (4.127)$$

Виконуючи дії за алгоритмом, описаним вище для попередніх напівінтервалів, знайдемо, що

$$\begin{cases} x_1 = C_1 e^{-(\alpha_{11})t}, \\ x_2 = C_2 e^{-(\alpha_{22} - \beta_{22})t}, \end{cases} \quad (4.128)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, числове значення яких визначається за допомогою початкових умов, а

$$x_2 = C x_1^{\frac{\alpha_{22} - \beta_{22}}{\alpha_{11}}}. \quad (4.129)$$

Із виразів (4.127), (4.128), (4.129) видно, що в разі, коли засіб для самостійної роботи (навчальний посібник, підручник, публікація в Інтернеті) має менш потужні логіку і ступінь доступності викладення матеріалу, ніж потрібні студенту для їх осмислення, тобто, коли

$$\beta_{22} < \alpha_{22}, \quad (4.130)$$

то особлива точка $O_1(0,0)$, як і у першому випадку, буде стійким вузлом, а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у цьому випадку матимуть такий же характер, як і фазові траєкторії, приведені на рис. 4.16, з тією лише різницею, що вісь симетрії у них визначатиметься тією ж прямою (4.103), але визначеною за умови

$$\alpha_{22} - \beta_{22} = \alpha_{11}. \quad (4.131)$$

Із цих же виразів (4.127), (4.128), (4.129) видно, що в разі, коли засіб для самостійної роботи (навчальний посібник, підручник, публікація в Інтернеті) має логіку і ступінь доступності викладення матеріалу рівноцінну логіці, пам'яті і рівню знань студента, який по цьому засобу самостійно навчається, тобто, коли

$$\beta_{22} = \alpha_{22}, \quad (4.132)$$

то корінь λ_2 характеристичного рівняння (4.126) згідно з виразом (4.127) стає рівним нулю, особлива точка $O_1(0,0)$ «розпливається» вздовж осі x_2 , а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни набувають вигляд, показаний на рис. 4.18 а.

І, нарешті, із цих же виразів (4.127), (4.128), (4.129) видно, що в разі, коли засіб для самостійної роботи (навчальний посібник, підручник, публікація в Інтернеті) має логіку і ступінь доступності викладення матеріалу потужніші за логіку, пам'ять і рівень знань студента, який його вивчає, тобто, коли

$$\beta_{22} > \alpha_{22}, \quad (4.133)$$

то корінь λ_2 характеристичного рівняння (4.126) згідно з виразом (4.127) стає більшим нуля, особлива точка $O_1(0,0)$ згідно з теорією диференціальних рівнянь характеризуватиметься як «сідло», а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни набувають вигляд, показаний на рис. 4.18 б.

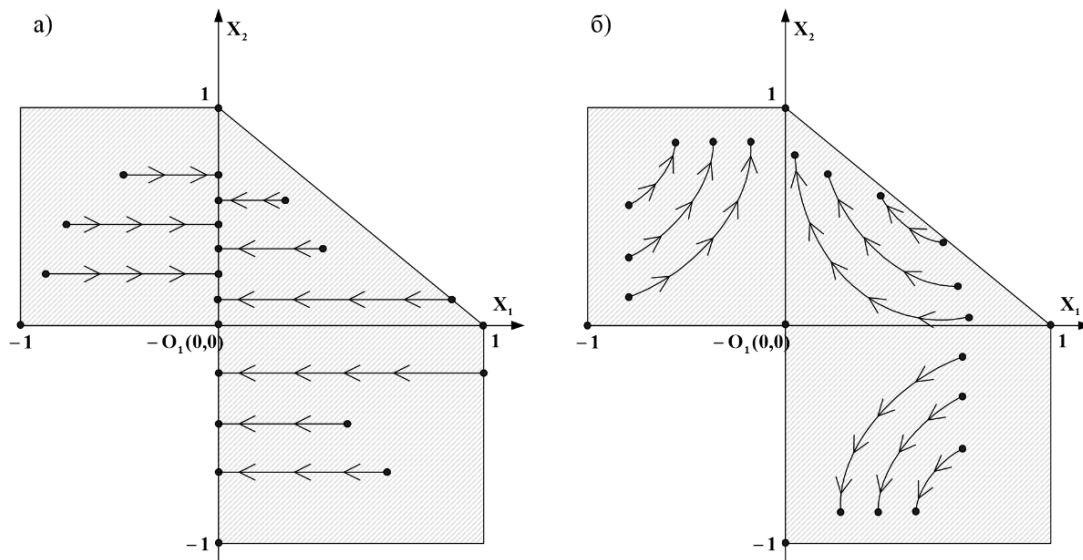


Рисунок 4.18 – Фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни на відрізок часу, протягом якого студент працює самостійно, за умови, що засіб самостійної роботи має логіку і ступінь доступності викладення матеріалу менш потужні, ніж логіка, пам'ять і рівень знань студента, який його вивчає(а), та за умови, що логіка і ступінь доступності викладення матеріалу в засобі самостійної роботи є більш потужними, ніж логіка, пам'ять і рівень знань студента, який його вивчає (б).

Із викладеного вище витікає, що:

1. Визначені області значень параметрів математичних моделей, що описують процес засвоєння студентом програми навчальної дисципліни, у разі, якщо студент має середні здібності щодо цього.

2. Визначені характеристики особливих точок на фазовій площині процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни на відрізках часу для випадків, коли він не вивчає цю дисципліну, вивчає її за допомогою викладача та вивчає самостійно за допомогою навчальних посібників і підручників або Інтернету, а також побудовані фазові траєкторії цього процесу в околі особливих точок на кожному із цих відрізків часу.

3. Підготовлена уся необхідна інформація, за допомогою якої можна побудувати на фазовій площині траєкторію процесу засвоєння програми навчальної дисципліни від першого знайомства з нею до складання іспиту на її знання.

4.6.3. Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібним студентом

Цей матеріал є продовженням дослідження процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині в околі знайдених особливих точок, зробленого у попередніх підрозділах, але тепер для здібного студента, тобто студента, для якого виконуються умови, що призводять до появи на фазовій площині в області допустимих значень фазових координат другої особливої точки.

Отже, виходимо з того, що нами уже синтезовані математичні моделі процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині у вигляді (3.68) для i -го часового напівінтервалу $[t^{(i)}]$, протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає, у вигляді (3.69) для j -го часового напівінтервалу $[t_1^{(j)}]$, протягом якого студент набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем, та у вигляді (3.70) для k -го часового напівінтервалу $[t_2^{(k)}]$, протягом якого студент набуває додаткових знань, працюючи самостійно.

Нагадаємо, що у математичних моделях (3.68), (3.69), (3.70) α_{11}, α_{22} – коефіцієнти, що характеризують ступінь забування студентом матеріалу навчальної дисципліни, вивченого раніше відповідно з викладачем і самостійно, α_{12}, α_{21} – коефіцієнти, що характеризують синергетичний вплив одна на одну складових процесу засвоєння студентом навчального матеріалу з викладачем та самостійно, β_{11}, β_{22} – коефіцієнти, що характеризують ступінь засвоєння нових знань відповідно на заняттях з викладачем та самостійно, а x_1, x_2 – фазові координати, що задають у відносних одиницях ступінь засвоєння студентом програми навчальної дисципліни відповідно на заняттях з викладачем та самостійно, для яких виконуються умови, що теж уведені уже нами в підрозділі 3.4, але виділимо їх знову окремо для зручності посилань у цьому підрозділі під уже наданими їм номерами у вигляді

$$x_1 = \frac{X_1}{X}; \quad x_2 = \frac{X_2}{X}, \quad (4.67)$$

$$x_1 \leq 1, \quad x_2 \leq 1, \quad x_1 + x_2 \leq 1 \quad (4.68)$$

– де X – це та кількість знань, яку може мати студент, засвоївши протягом визначеного терміну часу T усі розділи програми певної навчальної

дисципліни, X_1 – це така кількість знань з даної навчальної дисципліни, яку студент отримує від викладача під час аудиторних занять, а X_2 – це та кількість знань з даної дисципліни, яку студент засвоює, самостійно вивчаючи певні розділи програми.

У попередніх підрозділах цього дослідження, допускаючи, що напівінтервали $[t^{(i)}], [t_1^{(j)}], [t_2^{(k)}]$ слідує один за одним, і позначаючи кінцеві точки цих напівінтервалів символами $t_k^{(i)}, t_1^{(j)}, t_2^{(k)}$, уже визначені початкові умови, необхідні для однозначного розв'язання систем диференціальних рівнянь (3.68), (3.69), (3.70), у вигляді (4.69) для системи рівнянь (3.68), у вигляді (4.70) для системи рівнянь (3.69), у вигляді (4.71) для системи рівнянь (3.70).

У раніше викладеному дослідженні процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині з використанням синтезованих математичних моделей на заданих напівінтервалах нами уже визначені особливі точки фазової площини і показано, що всі три математичні моделі мають одну спільну особливу точку $O_1(0,0)$ та що кожна модель має ще одну особливу точку $O_2(x_{10}, x_{20})$, причому для мо-

делі (3.68) – це точка $O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right)$, для моделі (3.69) – це точка $O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11} - \beta_{11}}{\alpha_{12}}\right)$, а для моделі (3.70) – це точка $O_2\left(\frac{\alpha_{22} - \beta_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right)$.

Уже з'ясовано також, що, якщо йдеться про студента, не наділеного потужними логікою і пам'яттю, тобто про студента середніх здібностей, то лише його особлива точка $O_1(0,0)$ розташована в області допустимих значень фазових координат, визначеній співвідношеннями (4.68), оскільки для цього випадку справедливими є умови

$$\alpha_{11} > \alpha_{12}, \alpha_{22} > \alpha_{21}. \quad (4.134)$$

З'ясовано уже також і те, що, коли йдеться про студента, наділеного потужними логікою і пам'яттю, то в заштрихованій області фазової площини, яка є допустимою за умовами нашої задачі, може знаходитись не лише особлива точка $O_1(0,0)$, але й особлива точка $O_2(x_{10}, x_{20})$, оскільки для цього випадку справедливими є умови

$$\alpha_{11} < \alpha_{12}, \alpha_{22} < \alpha_{21}. \quad (4.135)$$

Отже продовжимо дослідження процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині з використанням моделей

(3.68), (3.69), (3.70) в околі знайдених особливих точок і побудуємо фазові траєкторії цього процесу, але тепер для здібного студента, тобто студента, для якого виконуються умови (4.135), що призводять до появи на фазовій площині в області допустимих значень фазових координат другої особливої точки.

Оскільки на кожному з напівінтервалів $[t^{(i)}]$, $[t_1^{(j)}]$, $[t_2^{(k)}]$ процес засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни описується різними моделями із множини (3.68), (3.69), (3.70), то й характер траєкторій на фазовій площині в допустимій області значень фазових координат і характеристики особливих точок $O_1(0,0)$, $O_2(x_{10}, x_{20})$, теж відрізнятимуться.

Оскільки диференціальні рівняння лінійного наближення в околі особливої точки $O_1(0,0)$ для усіх моделей із множини (3.68), (3.69), (3.70) для здібного студента будуть такими самими, як і для студента середніх здібностей, то для здібного студента при розгляді процесу засвоєння ним програми навчальної дисципліни на фазовій площині щодо характеристик особливої точки $O_1(0,0)$ й характеру фазових траєкторій в її околі будуть справедливими всі ті результати, уже отримані нами для студента середніх здібностей. Тому ті викладки, які уже досліджені в попередніх підрозділах, щодо особливої точки $O_1(0,0)$, у цьому підрозділі дублювати не будемо, а лише використовуватимемо їх результати, сконцентрувавши увагу на визначенні характеристик особливих точок $O_2(x_{10}, x_{20})$ і побудові як фазових траєкторій у їх околі, так і фазових портретів процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни на кожному з вищевизначених напівінтервалів у цілому.

Перш, ніж перейти до розгляду характеристик особливої точки $O_2(x_{10}, x_{20})$ і побудови фазових портретів на кожному із визначених напівінтервалів у цілому, звернемо увагу на одну спільну рису цих характеристик, яка полягає в тому, що при розгляді особливої точки $O_1(0,0)$, синтезуючи лінеаризовані рівняння для моделей (3.68), (3.69), (3.70), ми просто відкидали нелінійні члени $\alpha_{12}x_2x_1$, $\alpha_{21}x_1x_2$ з тих причин, що лінійні частини їх розкладу в степеневі ряди у цій точці дорівнюють нулю. Але при розкладі в степеневі ряди цих нелінійних членів в околі особливої точки $O_2(x_{10}, x_{20})$ лінійні частини цих розкладів уже не будуть дорівнювати нулю, а тому їх треба враховувати при лінеаризації моделей (3.68), (3.69), (3.70).

І це ми будемо робити шляхом розкладання у степеневий ряд усієї правої частини кожного рівняння в моделях (3.68), (3.69), (3.70).

Перейдемо до безпосереднього аналізу на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібним студентом на часовому напівінтервалі $[t^{(i)})$, протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає. Особливими точками процесу в цьому випадку, як ми уже з'ясували раніше, будуть точки фазової площини $O_1(0,0)$ та $O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right)$, що лежать у допустимій області (4.68).

Характеристику особливої точки $O_1(0,0)$ і характер фазових траєкторій в її околі нами уже визначені раніше, тому визначатимемо тепер характеристику особливої точки $O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right)$ і характер фазових траєкторій в її околі. Для цього нам потрібно лінеаризувати в околі цієї особливої точки праву частину рівнянь (3.68). Тож, розкладаючи у степеневий ряд в околі цієї особливої точки праві частини рівнянь системи (3.68) і беручи лише лінійні частини, матимемо:

$$\begin{cases} -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 = -\alpha_{11}x_{10} + \alpha_{12}x_{20}x_{10} + (-\alpha_{11} + \\ + \alpha_{12}x_{20})(x_1 - x_{10}) + \alpha_{12}x_{10}(x_2 - x_{20}), \\ -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 = -\alpha_{22}x_{20} + \alpha_{21}x_{10}x_{20} + (-\alpha_{22} + \\ + \alpha_{21}x_{10})(x_2 - x_{20}) + \alpha_{21}x_{20}(x_1 - x_{10}) \end{cases} \quad (4.136)$$

А з урахуванням того, що

$$x_{10} = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \quad x_{20} = \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}, \quad (4.137)$$

співвідношення (4.136) можна переписати й так:

$$\begin{cases} -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 = \frac{\alpha_{12}\alpha_{22}}{\alpha_{21}}(x_2 - x_{20}), \\ -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 = \frac{\alpha_{21}\alpha_{11}}{\alpha_{12}}(x_1 - x_{10}) \end{cases} \quad (4.138)$$

Переходячи до системи координат

$$z_1 = x_1 - x_{10}, \quad z_2 = x_2 - x_{20}, \quad (4.139)$$

тобто, перемістивши початок системи координат в особливу точку

$$O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right).$$

І враховуючи співвідношення (4.138), лінеаризовану систему рівнянь для математичної моделі (3.68) в околі цієї особливої точки можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{dt} = \frac{\alpha_{12}\alpha_{22}}{\alpha_{21}} z_2, \\ \frac{dz_2}{dt} = \frac{\alpha_{21}\alpha_{11}}{\alpha_{12}} z_1 \end{cases} \quad (4.140)$$

Матриця коефіцієнтів системи диференціальних рівнянь (4.140) матиме вигляд

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_{12}\alpha_{22}}{\alpha_{21}} \\ \frac{\alpha_{21}\alpha_{11}}{\alpha_{12}} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.141)$$

а характеристичне рівняння –

$$\begin{vmatrix} 0 - \lambda & \frac{\alpha_{12}\alpha_{22}}{\alpha_{21}} \\ \frac{\alpha_{21}\alpha_{11}}{\alpha_{12}} & 0 - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (4.142)$$

або

$$\lambda^2 - \alpha_{11}\alpha_{22} = 0. \quad (4.143)$$

Коренями характеристичного рівняння (4.143) є

$$\lambda_1 = \sqrt{\alpha_{11}\alpha_{22}}, \quad \lambda_2 = -\sqrt{\alpha_{11}\alpha_{22}}. \quad (4.144)$$

Оскільки вони є дійсними числами різних знаків, то особлива точка $O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right)$ – це «сідло».

Для визначення характеру фазових траєкторій в околі цієї особливої точки розділимо друге рівняння системи (4.140) на перше. У результаті отримаємо

$$\frac{dz_2}{dz_1} = \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}} \frac{z_1}{z_2}, \quad (4.145)$$

або

$$z_2 dz_2 = \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}} z_1 dz_1. \quad (4.146)$$

Інтегруючи рівняння (4.146), отримаємо

$$z_2^2 = \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}} z_1^2 + 2C, \quad (4.147)$$

де C – стала інтегрування, чисельне значення якої знаходиться з початкових умов.

Графіком рівняння (22) є гіпербола, для побудови якої це рівняння зручніше переписати у вигляді

$$z_2 = \pm \sqrt{\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}} z_1^2 + 2C}. \quad (4.148)$$

Із рівняння (4.148) видно, що гіпербола має дві вершини з координатами $(0, \sqrt{2C})$, $(0, -\sqrt{2C})$ та «вуса» у вигляді прямих:

$$z_2 = \sqrt{\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}} z_1}, \quad (4.149)$$

$$z_2 = -\sqrt{\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}} z_1}. \quad (4.150)$$

Для визначення напрямку руху точки по гіперболічних фазових траєкторіях повернемося до диференціальних рівнянь (4.140). Підставляючи в них рівняння (4.149), матимемо

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{dt} = \frac{\alpha_{12}\alpha_{22}}{\alpha_{21}} \sqrt{\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}}} z_1, \\ \frac{dz_2}{dt} = \frac{\alpha_{21}\alpha_{11}}{\alpha_{12}} \sqrt{\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}}} z_2 \end{cases} \quad (4.151)$$

або

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{z_1} = \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{21}} \sqrt{\alpha_{11}\alpha_{22}} dt, \\ \frac{dz_2}{z_2} = \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{12}} \sqrt{\alpha_{11}\alpha_{22}} dt. \end{cases} \quad (4.152)$$

Інтегруючи рівняння (4.152), отримаємо:

$$\ln z_1 = \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{21}} \sqrt{\alpha_{11}\alpha_{22}} t + \ln C_1, \quad (4.153)$$

$$\ln z_2 = \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{12}} \sqrt{\alpha_{11}\alpha_{22}} t + \ln C_2, \quad (4.154)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, числове значення яких визначається відповідними початковими умовами, причому в областях додатних значень фазових координат z_1, z_2 ці сталі будуть мати знаки «плюс», а в області від’ємних значень – знаки «мінус».

Рівняння (4.153), (4.154) можна переписати ще й так:

$$z_1 = C_1 e^{\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{21}} \sqrt{\alpha_{11}\alpha_{22}} t}, \quad (4.155)$$

$$z_2 = C_2 e^{\frac{\alpha_{21}}{\alpha_{12}} \sqrt{\alpha_{11}\alpha_{22}} t}. \quad (4.156)$$

Із виразів (4.155), (4.156) видно, що з ростом часу t числові значення фазових координат по абсолютній величині збільшуються, а це, у свою чергу, означає, що по «вусу» (4.149) фазова точка рухається в напрямку від особливої точки $O_2 \left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} \right)$ в обидва кінці.

Проробивши усі ті ж викладки щодо «вуса» (4.150), отримаємо, що на ньому з ростом t числові значення фазових координат по абсолютній величині зменшуються, а це, у свою чергу, означає, що по «вусу» (4.150) фазова точка рухається в напрямку до особливої точки $O_2 \left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} \right)$ з обох кінців.

Графічно все, викладене вище, щодо процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни в часовому напівінтервалі $[t^{(i)}]$ зображено на рис. 4.19б.

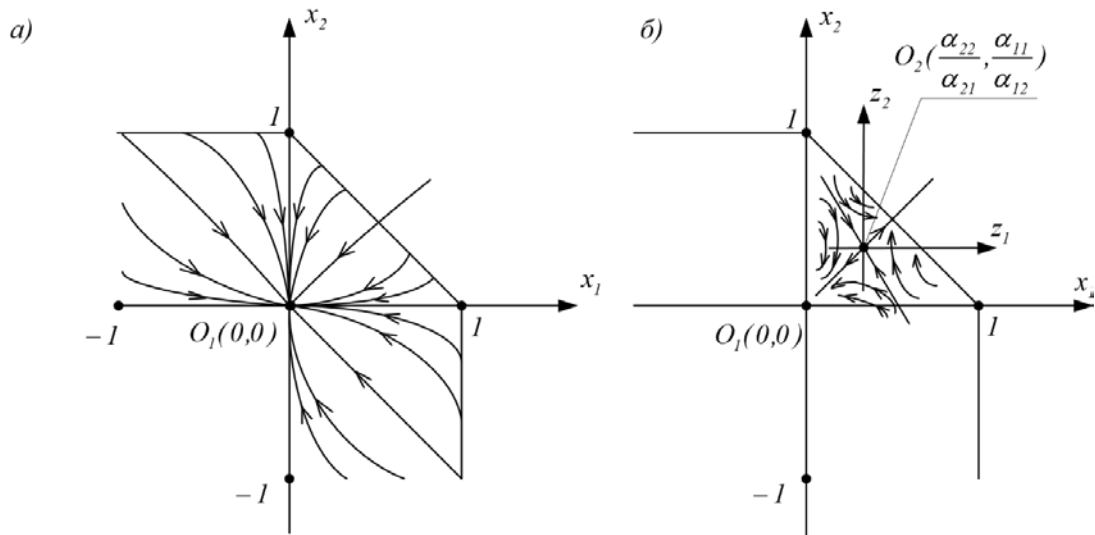


Рисунок 4.19 – Фазові траєкторії процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни на відрізку часу, коли студент не працює над вивченням дисципліни ні з викладачем, ні самостійно, в околі особливої точки $O_1(0,0)$ і в

околі особливої точки $O_2(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}})$

А на рис. 4.20 зображено фазовий портрет процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни на відрізку часу, коли студент не працює над вивченням дисципліни ні з викладачем, ні самостійно, «зшитий» із фазових траєкторій (рис. 4.19).

На фазовому портреті, зображеному на рис. 4.20, заштрихована область, при потраплянні фазової точки в яку має місце процес якісно відмінний від того, що має місце при попаданні фазової точки в будь-яку іншу область фазової площини, оскільки це область, у якій навіть без подальшої роботи з викладачем чи самостійно студент за рахунок синергетичного ефекту, зумовленого внутрішньою підсвідомою підкорковою роботою мозку, виходить на повне засвоєння програми навчальної дисципліни. Цю область будемо називати областю геніальності, оскільки лише для дуже незначної частки здібних студентів вона матиме місце.

Перейдемо до аналізу на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібним студентом на часовому напівінтервалі $[t_1^{(i)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем. Особливими точками процесу в цьому випадку, як уже нами показано раніше, будуть точки фазової

площини $O_1(0,0)$ та $O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11} - \beta_{11}}{\alpha_{12}}\right)$, що лежать у допустимій області (4.68).

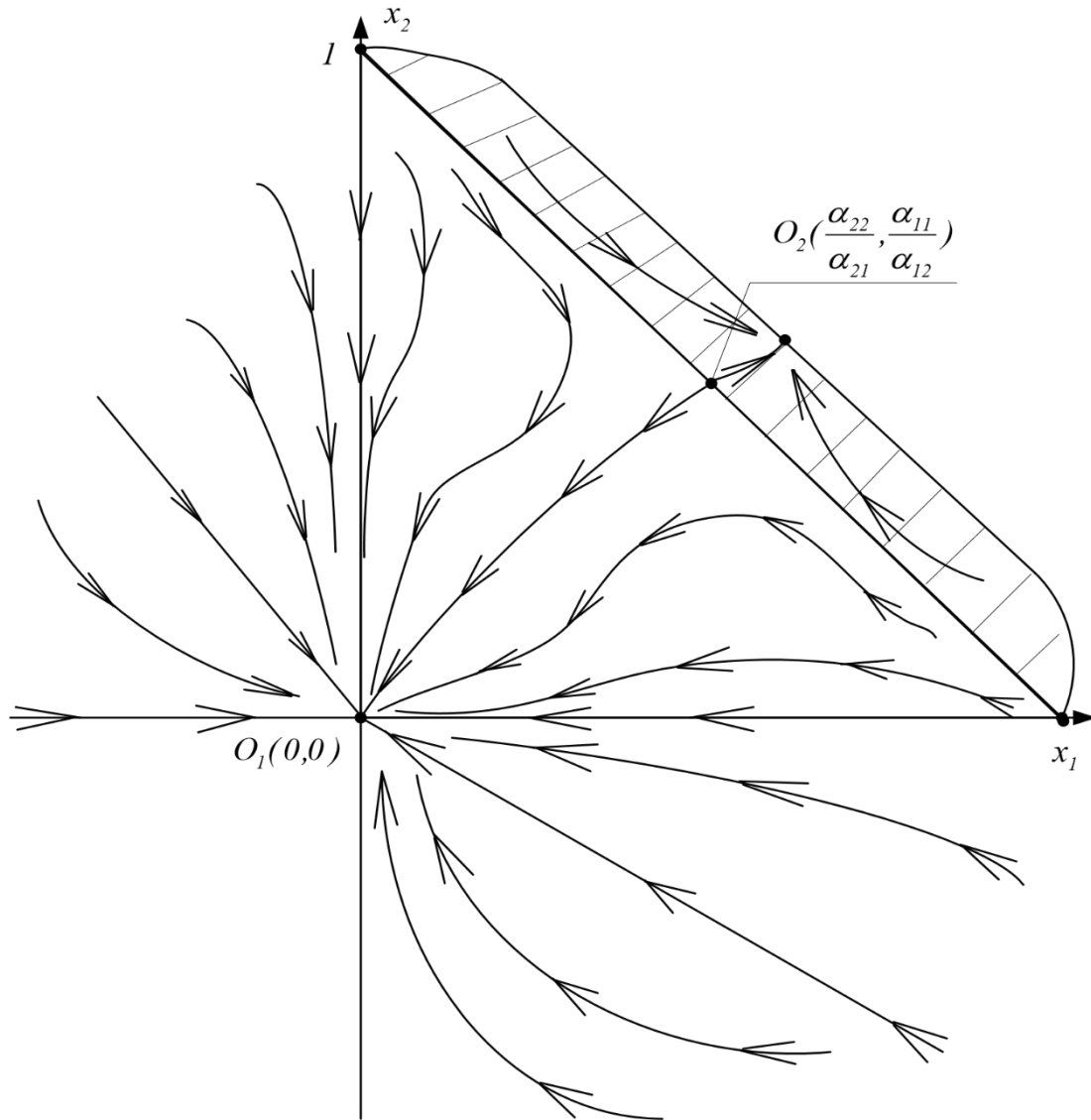


Рисунок 4.20 – Фазовий портрет процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни на відрізок часу, коли студент не працює над вивченням дисципліни ні з викладачем, ні самостійно

Характеристиці особливої точки $O_1(0,0)$ та характеру фазових траєкторій у її околі в попередніх підрозділах ми вже приділили достатньо уваги, тож тут лише відмітимо, що вони матимуть вигляд, наведений на рис. 4.21a для випадку, коли студент є «розумнішим» за викладача,

тобто для випадку, коли $\beta_{11} < \alpha_{11}$, і на рис. 4.21б для випадку, коли викладач є «розумнішим» за студента, тобто для випадку, коли $\beta_{11} > \alpha_{11}$.

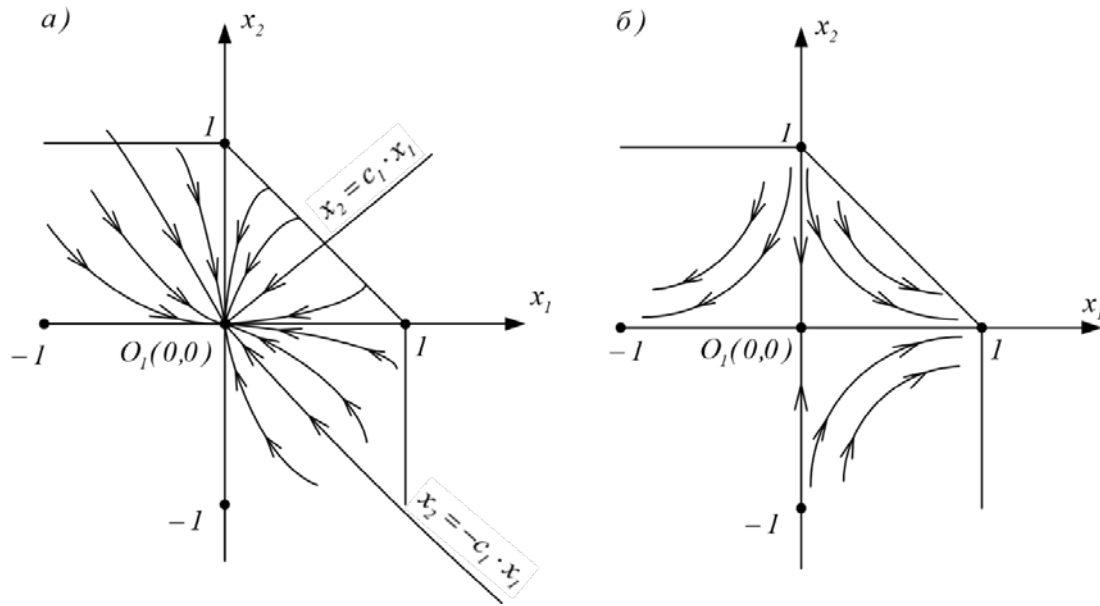


Рисунок 4.21 – Фазові траєкторії процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни в околі особливої точки $O_1(0,0)$ на відрізок часу, коли студент вивчає дисципліну з викладачем, і студент є розумнішим за викладача (а), а також коли викладач є розумнішим за студента (б)

Тож далі зосередимо свою увагу лише на дослідженні характеристик особливої точки $O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11} - \beta_{11}}{\alpha_{12}}\right)$ та фазових траєкторій в її околі. Для цього нам потрібно, як і в попередньому випадку, лінеаризувати в околі цієї особливої точки праву частину рівнянь (3.69). Тож, розкладаючи у степеневий ряд в околі цієї особливої точки праві частини рівнянь системи (3.69) й беручи лише лінійні частини, матимемо:

$$\begin{cases} (-\alpha_{11} + \beta_{11})x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 = (-\alpha_{11} + \beta_{11})x_{10} + \alpha_{12}x_{20}x_{10} + (-\alpha_{11} + \beta_{11} + \alpha_{12}x_{20})(x_1 - x_{10}) + \alpha_{12}x_{10}(x_2 - x_{20}), \\ -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 = -\alpha_{22}x_{20} + \alpha_{21}x_{10}x_{20} + (-\alpha_{22} + \alpha_{21}x_{10})(x_2 - x_{20}) + \alpha_{21}x_{20}(x_1 - x_{10}) \end{cases} \quad (4.159)$$

А далі, здійснюючи перетворення за схемою, уже використаною вище, враховуючи те, що

$$x_{10} = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \quad x_{20} = \frac{\alpha_{11} - \beta_{11}}{\alpha_{12}}, \quad (4.160)$$

і переходячи до системи координат z_1, z_2 , отримаємо рівняння фазових траєкторій, «зшиваючи» які для врахування обох особливих точок, отримаємо фазовий портрет процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни на відрізку часу, коли студент вивчає дисципліну за допомогою викладача і коли він є розумнішим за викладача (рис. 4.22а), та коли викладач є розумнішим за студента (рис. 4.22б).

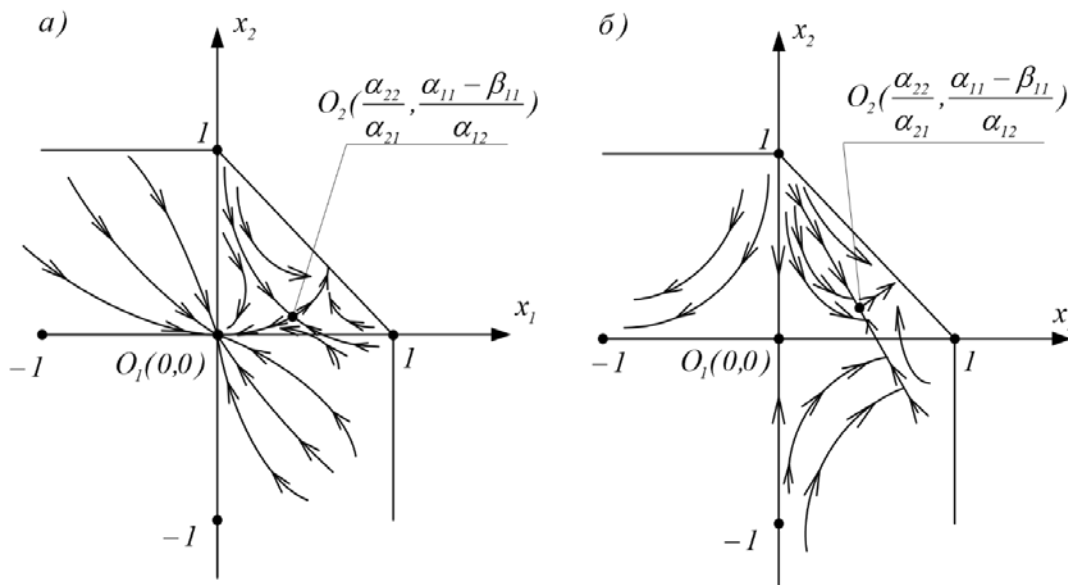


Рисунок 4.22 – Фазові портрети процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни на відрізку часу, коли студент вивчає дисципліну за допомогою викладача і студент є розумнішим за викладача (а), а також коли викладач є розумнішим за студента (б)

За аналогічною схемою, досліджуючи на фазовій площині процес засвоєння програми навчальної дисципліни здібним студентом на часовому напівінтервалі $[t_2^{(k)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, працюючи самостійно, побудуємо фазові портрети цих процесів, приведені на наступних рисунках як у виокремленому вигляді, так і у «зшитому».

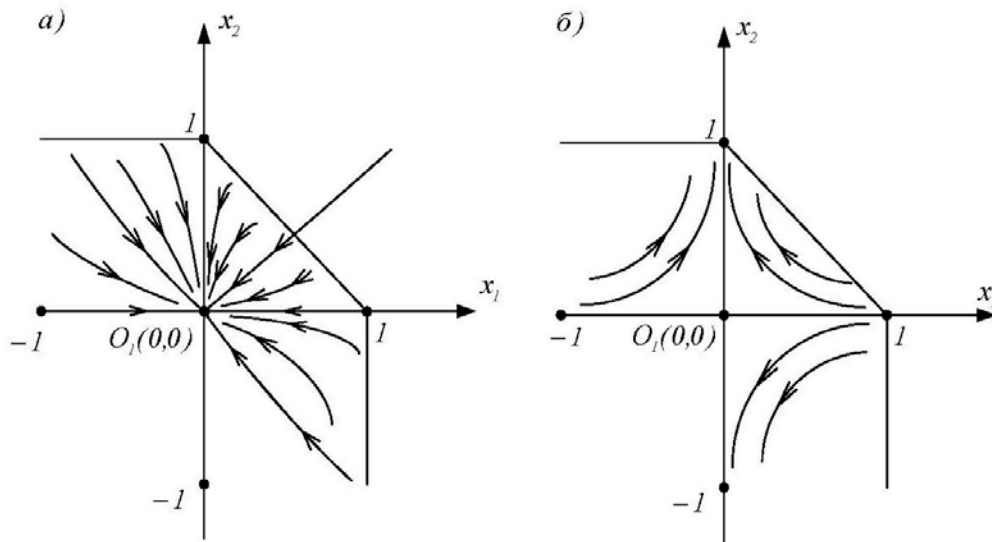


Рисунок 4.23 – Фазові траєкторії процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни в околі особливої точки $O_1(0,0)$ на відрізку часу, коли студент вивчає дисципліну самостійно і студент є «розумнішим» за навчальний посібник (а), а також коли навчальний посібник є «розумнішим» за студента (б)

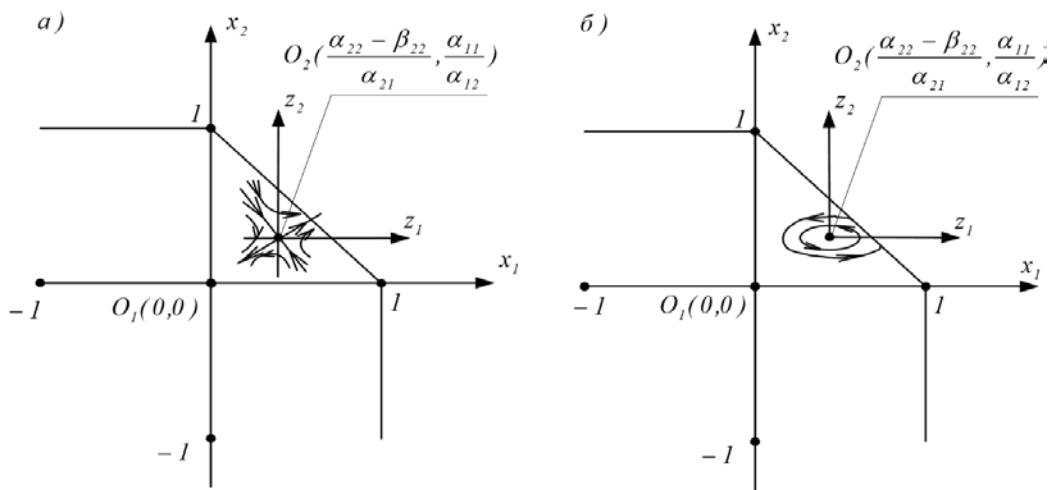


Рисунок 4.24 – Фазові траєкторії процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни в околі особливої точки $O_2\left(\frac{\alpha_{22} - \beta_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right)$ на відрізку часу, коли студент вивчає дисципліну самостійно і студент є «розумнішим» за навчальний посібник (а), а також коли навчальний посібник є «розумнішим» за студента (б)

«Зшиваючи» фазові траєкторії, наведені на рис. 4.23а та рис. 4.24а, отримаємо фазовий портрет процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни на відрізку часу, коли студент вивчає

дисципліну самостійно і коли він є «розумнішим» за навчальний посібник (рис. 4.25а). А «зшиваючи» фазові траєкторії, наведені на рис. 4.23б та рис. 4.24б, отримаємо фазовий портрет аналогічного процесу, коли навчальний посібник є «розумнішим» за студента (рис. 4.25б).

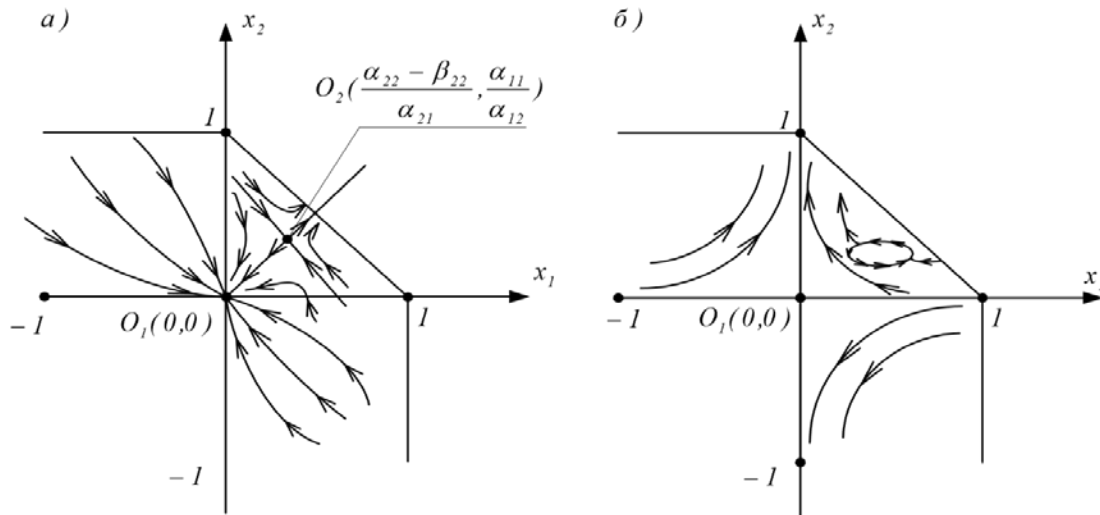


Рисунок 4.25 – Фазові портрети процесу засвоєння здібним студентом програми навчальної дисципліни на відрізок часу, коли студент вивчає дисципліну самостійно і студент є «розумнішим» за навчальний посібник (а), а також коли навчальний посібник є «розумнішим» за студента (б)

Із викладеного вище можна зробити наступні висновки:

1. Фазові портрети процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібними студентами суттєво відрізняються від фазових портретів аналогічного процесу для студентів середніх здібностей.

2. На фазових портретах процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібними студентами виявлено область «геніальності», потрапляючи в яку фазова точка досягає границі області знань навіть у випадках, коли студент перестає вивчати дисципліну і з викладачем, і самостійно.

3. Показано, що область «геніальності» формується за рахунок синергетичного ефекту на підсвідомому рівні, який властивий лише найздібнішим студентам і дозволяє їм самим генерувати ті знання, яких вони недовчили з викладачем чи з навчальним посібником.

РОЗДІЛ 5. УЗАГАЛЬНЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Узагальнюючи результати, отримані в процесі дослідження, можна констатувати наступне:

Запропоновано для дослідження процесів функціонування закладів вищої освіти використовувати системний підхід як ідеологію і системний аналіз як метод та визначено усі складові цих процесів на перших двох етапах застосування методу, в результаті чого заклад вищої освіти виділено як об'єкт дослідження із навколишнього середовища і сформовано усі точки, в яких цей об'єкт дослідження здійснює контакти з навколишнім середовищем, та конкретизовані як усі 15 впливів навколишнього середовища на об'єкт дослідження так і усі 12 впливів об'єкта дослідження на навколишнє середовище.

Запропоновано структурну схему університету у вигляді п'яти рівнів: академічні групи, кафедри, органи управління і забезпечення факультетів, органи управління і забезпечення інститутів та університету в цілому. Для кожного рівня запропоновано узагальнені математичні моделі, які враховують синергетичний ефект взаємодії між рівнями, а також динамічність, стохастичність, ієрархічність та багатозв'язність системи.

Показано, що дослідження процесів функціонування закладів вищої освіти і публікації результатів цих досліджень у наукових журналах в основному спрямовані на виявлення залежностей якості підготовки фахівців у цих закладах від однієї чи кількох координат цього процесу в умовах ігнорування впливу багатьох інших його координат, а у переважній більшості і без врахування їх змін у часі, тобто, з використанням математичних моделей цих залежностей в просторі автоматів Мура, у той час як адекватне відображення процесів функціонування закладів вищої освіти можливе лише в просторі автоматів Мілі.

Показано, що для того, щоб математичні моделі процесів функціонування закладів вищої освіти представляли ці процеси в просторі автоматів Мілі, їх необхідно синтезувати з використанням і диференціальних рівнянь, і інтегральних рівнянь, і різницевих рівнянь, і операторних перетворень Лапласа, Фур'є та дискретного перетворення решітчастих функцій, і регресійних моделей стохастичних часових рядів, і наближених методів розв'язання

нелінійних рівнянь різних класів, і ймовірнісної інтерпретації кривих забування інформації, і синергетичного підсилення процесів засвоєння знань, і теорії лінгвістичної змінної та нечітких баз знань, і теорії катастроф, і нейронних та нейронечітких мереж, і теорії секвенцій.

В якості критеріїв оцінки результатів запропоновано використати такі інтегральні критерії як імідж закладу вищої освіти та затрати, необхідні для забезпечення його функціонування, перший із яких – імідж - вимагає максимізації при обмеженнях на затрати, а другий – затрати – вимагає мінімізації при обмеженнях на імідж, тобто, при розв’язанні поставленої задачі з їх використанням стратегія може бути або максимінною, або мінімаксною, а точка оптимуму – сідловою.

Здійснено пошук варіанту плану оптимального розвитку університету в полі 5 пріоритетних для закладу вищої освіти критеріїв оптимізації, один із яких характеризує надходження до університету коштів, додаткових до бюджетного фінансування, два інших характеризують відповідно наукові досягнення професорсько-викладацького складу та якість впровадження ідеології дуальної освіти в навчальний процес, а ще два характеризують якість навчального процесу в режимах офлайн та онлайн.

Запропоновано варіант пріоритетності вибраних критеріїв та на нечіткій множині їх оптимальних значень визначено найкращий варіант плану розвитку університету, який сприятиме стабільному нарощенню з року в рік його іміджу.

В результаті критичного аналізу математичної моделі інтелектуального стану суспільства, запропонованої Людмилою Прісняковою, з’ясовано, що ця математична модель є хибною, оскільки вона створена з використанням хибної початкової передумови, а тому її використання приводить до невірної оцінки інтелекту суспільства, яка до того ж не прив’язана до відрізка часу, протягом якого визначається приріст інтелекту.

З використанням правильно виписаного рівняння балансу, в якому враховано і відрізок часу, протягом якого зберігається цей баланс, авторами даної роботи розроблену нову математичну модель інтелектуального стану суспільства з прив’язкою до введених Людмилою Прісняковою змінних і параметрів, аби була можливість співставляти між собою результати, отримані з використанням обох моделей.

Доведено, що функція приросту відносного інтелекту суспільства, аргументом якої є відносна кількість членів суспільства, що вносять вклад в цей приріст, не може мати екстремумів в області значень, допустимої для цього аргументу, наявність яких має місце при використанні математичної моделі, створеної Людмилою Прісняковою, але існування яких входить в протиріччя з логікою приросту інтелекту суспільства, в якому спостерігається приріст кількості його членів, що вносять свій вклад в цей приріст.

Для оцінювання якості процесу засвоєння знань студентами вищих технічних навчальних закладів з конкретної навчальної дисципліни, отриманих в онлайн-режимі, запропоновано використовувати в адаптованому вигляді відому ідеологію чіткого оцінювання якості інтеграції навчання з виробництвом на нечітких математичних моделях, методика втілення якої містить процедуру ймовірнісного оброблення дефазифікованих значень величин, що характеризують якість процесу і являють собою множини випадкових чисел.

Необхідність адаптації цієї ідеології для досягнення нашої мети обумовлена, по-перше, тим, що лінгвістичні змінні, які характеризують різні стадії навчального процесу, отримують новий зміст, оскільки процес отримання студентами робітничої професії не є адекватним процесу засвоєння студентами конкретної навчальної дисципліни в онлайн-режимі, по-друге, тим, що у зв'язку з необхідністю враховувати умови засвоєння конкретної навчальної дисципліни в онлайн-режимі кількість цих лінгвістичних змінних суттєво зростає, а по-третє, тим, що у зв'язку з необхідністю визначення ще до заключного етапу у вигляді екзамену тих додаткових впливів, за допомогою яких здійснюватиметься «нормалізація» тих лінгвістичних змінних, що мають відмінності від «нормальних», процес направленості аналізу «з кінця в початок», характерний для ідеології-прототипу, змінюється на протилежний процес «з початку в кінець».

А методика, що реалізує наш варіант втілення ідеології чіткого оцінювання на нечітких моделях, відрізняється окрім того, що враховує приведені вище відмінності в самій ідеології, по-перше, ще й тим, що знімає проблему створення достатньої потужності множини дефазифікованих значень лінгвістичних змінних, що характеризують процес вивчення конкретних навчальних дисциплін в малокомплектних групах, по-друге, множину екзаменаційних оцінок використовує не як стартову

для початку процесу оцінювання, як це має місце в ідеології-прототипі, а як критеріальну, за допомогою якої оцінюється якість самого процесу, а по-третє, пропонує варіанти синтезу математичних моделей для законів густини розподілу дефазифікованих лінгвістичних змінних у разі, якщо гіпотеза «нормальності» для них не виконується.

Удосконалено математичну модель «кривої забування», породженої Г. Еббінгаузом, за рахунок врахування в ній і синергетичної складової, що уповільнює процес забування за рахунок внутрішньої роботи мозку у той відрізок часу, в який нова інформація до цього мозку не надходить, і складової, що задає значення тієї долі початкової інформації, яка ніколи з пам'яті індивідуума не стирається.

При аналізі процесів забування початкової інформації, отриманої студентом від викладача на лекції, розширено базу обґрунтування необхідності переходу від «кривої забування», породженої Г. Еббінгаузом, до «смуг забування» породжених Б. І. Мокіним та О. Б. Мокіним.

Побудовано нові границі «смуг забування», які більш адекватно відображають ці «смуги» і вивільняють їх від ділянок, на яких забування інформації набуває знаку «мінус», не властивого для цього процесу.

З прив'язкою до «смуг забування» з метою зробити придатною для розв'язання задачі ідентифікації здійснено системну трансформацію математичної моделі процесу забування знань, отриманих на лекції, «відмінниками» (з високим рівнем пам'яті); отриманих «хорошистами» (з добрим рівнем пам'яті); отриманих студентами з посередньою успішністю (з таким же посереднім рівнем пам'яті); отриманих студентами з успішністю, нижчою посередньої, але здатними отримати задовільну оцінку в процесі не більше двох перескладань іспиту; та отриманих студентами з незадовільною успішністю, які повинні бути або відрахованими або залишеними на повторний курс.

Запропоновано спосіб ідентифікації системно трансформованої математичної моделі процесу забування знань, отриманих на лекції студентами категорій, перерахованих вище, в якому використано критерій найменших квадратів для визначення оптимальних оцінок параметрів моделі та обчислювальні структури, за допомогою яких реалізується ітераційний спосіб отримання цих оптимальних оцінок.

На основі системного підходу математично обґрунтована ідеологія видатного в минулому українського педагога Шталова, що викладення на початку кожної поточної лекції ключових понять матеріалу,

донесеного лектором студентам на попередніх лекціях, суттєво підвищує ступінь засвоєння ними нового матеріалу, який лектор доносить їм на цій поточній лекції.

Синтезовано нову математичну модель, що описує процес засвоєння студентом знань, отриманих на лекції, на початку якої лектор відновлює в пам'яті студентів в концентрованому вигляді основні положення попередніх лекцій.

З використанням синтезованої математичної моделі процесу засвоєння студентом знань розроблено методику викладення матеріалу викладачем на лекціях, яка враховує основні положення попередніх лекцій при донесенні до студентів нового матеріалу на кожній із наступних лекцій.

З використанням числових характеристик показано, на скільки більшим буде обсяг матеріалу, який матиме у своїй пам'яті студент напередодні екзамену у разі, якщо, читаючи кожен поточну лекцію, лектор згадував і деталізував основні поняття лекційного курсу, викладені ним в попередніх лекціях.

Суттєву увагу приділено в монографії дослідженню ПЗЗУС на фазовій площині, яке відкриває нові горизонти в математичному моделюванні цього процесу.

Знайшли відображення в монографії і нові ідеї в напрямку синтезу еквівалентних моделей законів розподілу випадкових величин, що характеризують або супроводжують ПЗЗУС.

Завершуючи це узагальнення, яке фактично виконує роль розширеної анотації, можна прийти до висновку, що завдяки системному підходу до дослідження процесу здобування знань в університетському середовищі нам вдалося розглянути та взаємно ув'язати більшу кількість задач і параметрів цього процесу у порівнянні з розв'язанням цих задач в його виокремлених варіантах. Але ми свідомі того, що і нам ще не вдалося цей процес дослідити системно в усіх його проявах, а ми лише наблизились в ньому до системності, залишаючи і іншим авторам достатнє поле діяльності в цьому напрямку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Б. І. Мокін, А. В. Писклярова, та Ю. В. Мокіна, “Математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 5, с. 109-112, 2010.
- [2] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, та А. В. Писклярова, “Дослідження характеру особливих точок на фазовій площині процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 108-113, 2010.
- [3] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, та А. В. Писклярова, “Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни студентом середніх здібностей”, *Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія*, № 3, с. 40-49, 2010.
- [4] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, та А. В. Писклярова, “Дослідження на фазовій площині процесу засвоєння програми навчальної дисципліни здібним студентом”, *Наукові праці Вінницького національного технічного університету*, №1, 2011.
- [5] Б. І. Мокін, *Фазова площина в якості простору моделювання процесу засвоєння навчальної дисципліни та її особливі точки*. В кн. «Педагогічна і психологічна науки в Україні. Том 5 (до 20-річчя НАПН України)». Київ: Педагогічна думка, 2012.
- [6] Б. І. Мокін, А. В. Писклярова, та О. Б. Мокін, “Дослідження впливу синергетичної складової у математичній моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни”, *Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія*, №2, с. 9-14, 2013.
- [7] Б. І. Мокін, та А. В. Писклярова, “Синергетичний ефект у процесі засвоєння студентом навчальної дисципліни”, *Вища освіта України: теоретичний та науково-методичний часопис*, № 2, с. 144-149, 2013.
- [8] Б. І. Мокін, та О. Б. Мокін, “Підвищення ступеня адекватності моделі процесу забування знань”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №4, с. 116-121, 2013.
- [9] Б. І. Мокін, та О. О. Войцеховська, “Удосконалення ймовірнісної математичної моделі процесу забування інформації, отриманої студентом на лекції”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №4, с. 49–57, 2019. doi: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-145-4-49-57>

- [10] О. О. Войцеховська, Б. І. Мокін, та Д.О. Шалагай, “Моделювання процесу оцінювання інтелектуального стану суспільства”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №5, с. 49-55, 2019. doi: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-146-5-35-41>
- [11] Б. І. Мокін, та О. О. Войцеховська, “Системна трансформація математичної моделі процесу забування знань, отриманих студентом на лекції, та спосіб її ідентифікації”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №2, с. 50-57, 2020. doi: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-149-2-50-57>
- [12] О. О. Войцеховська, Б. І. Мокін, та О. Б. Мокін, “Адаптація методики чіткого оцінювання якості знань в галузі інформаційних технологій, отриманих в онлайн-режимі, на нечітких моделях процесів їх засвоєння”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №1, с. 57-69, 2021. doi: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-154-1-57-69>
- [13] О. О. Войцеховська, Б. І. Мокін, та Д. О. Шалагай, “Про один спосіб створення бази даних для системного аналізу якості засвоєння студентами навчальної дисципліни”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №5, с. 58-67, 2022. doi: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2022-164-5-58-67>
- [14] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, О. О. Войцеховська, Д. О. Шалагай, та О. В. Бондарчук, “Еквівалентні моделі законів розподілу випадкових величин”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №2, с. 53-60, 2024. doi: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-173-2-53-60>
- [15] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, О. О. Войцеховська, та Б. Д. Пасека, “Ідентифікація еквівалентної моделі процесу забування знань в кожній зі «смуг забування», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №3, с. 56-65, 2024. doi: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-174-3-56-65>
- [16] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, та В. Б. Мокін, *Методологія та організація наукових досліджень: підручник*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2023.
- [17] В. Ю. Биков, *Моделі організаційних систем відкритої освіти : монографія*. Київ, Україна: Атіка, 2008.
- [18] Ю. В. Мокіна, та Б. І. Мокін, *Математичні моделі в системах управління ефективністю діяльності професорсько-викладацького складу вищих навчальних закладів : монографія*. Вінниця, Україна: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008.
- [19] Н. С. Гончарук, Ю. В. Мокіна, та Б. І. Мокін, *Математичні моделі для прогнозування та управління процесами надходження грошових*

коштів від платних послуг вищих навчальних закладів : монографія. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2015.

[20] О. В. Слободянюк, В. Б. Мокін, та Б. І. Мокін, *Формування вмінь студентів з інженерної і комп'ютерної графіки в умовах дистанційного навчання : монографія*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2016.

[21] Б. І. Мокін, О. Б., Мокін, та О. М. Косарук, *Ідеологія дуальності в вищій технічній освіті на основі інтеграції навчання з виробництвом : монографія*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2019.

[22] R. E. Bellman, and L. A. Zadeh, "Decision-Making in Fuzzy Environment", *Management Science*, vol.17, no.4, pp.141-160, 1970.

[23] H. J. Zimmermann, *Fuzzy Set Theory and its Applications*. 3rd ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

[24] Python 3, 2022 [Electronic resource]. Available: <https://docs.python.org/3/>

[25] Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, та О. Б. Мокін, *Навчальний посібник для опанування студентами способів розв'язання задач з функціонального аналізу мовою Python. Частина 1*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2022.

[26] Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, та О. Б. Мокін, *Навчальний посібник для опанування студентами способів розв'язання задач з функціонального аналізу мовою Python. Частина 2*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2023.

[27] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, та О. О. Войцеховська, "Про один із підходів до системного планування розвитку університету на основі нечіткого варіанту багатокритеріальної оптимізації", *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №5, с. 108-116, 2021. doi: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-158-5-108-116>

[28] Ю. І. Мітюшкін, Б. І. Мокин, та О. П. Ротштейн, *Soft Computing: ідентифікація закономірностей нечіткими базами знань: монографія*. Вінниця, Україна: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2002.

[29] П. А. М'ясоїд. *Загальна психологія. Навч. посіб.* Київ, Україна: Вища школа, 1998.

[30] Б. І. Мокін, В. Б. Мокін та О. Б. Мокін, *Математичні методи ідентифікації динамічних систем: навчальний посібник*. МОН України, Вінниця, Україна: ВНТУ, 2010.

[31] В. Ф. Прісняков, *Виклики сучасності. Математичні моделі. Оптимальні вирішення*. Дніпропетровськ, Україна, 2007.

[32] T. Poston, and I. Stewart, *Catastrophe Theory and its Applications*. PITMAN. London – San Francisco – Melbourne, 1978.

[33] О. О. Войцеховська, Б. І. Мокін, та Д. О. Шалагай, “Моделювання процесу оцінювання інтелектуального стану суспільства”, на п'ятій Міжнародній науковій конференції «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах (ВКДТС-2019)», Вінниця, 2019, с. 78-79. [Електронний ресурс]. Режим доступу: https://mpa.vntu.edu.ua/fdb/740/main/Abstracts_2019.pdf.

[34] A. Grami, *Probability, Random Variables, Statistics, and Random Processes: Fundamentals and Applications*. Hoboken: John Wiley & Sons Inc., 416, 2020.

[35] D. F. Anderson, T. Seppäläinen, and B. Valkó, *Introduction to Probability (Cambridge Mathematical Textbooks) 1st Edition*. Cambridge: Cambridge University Press, 442, 2017.

[36] B. Wagoner, *Learning and Memory*. In: R. Harré, F. Moghaddam (eds) *Psychology for the Third Millennium: Integrating Cultural and Neuroscience Perspectives*, SAGE Publications Ltd, pp. 116-138, 2012. [37] B. I. Mokin, and O. O. Voitsekhovska, “System analysis of the impact of material repetition, set out earlier, on the assimilation of the new”, *SWorldJournal*, no. 10 (1), pp. 43-51, Nov. 2021, doi: <https://doi.org/10.30888/2663-5712.2021-10-01-012>.

[38] Б. І. Мокін, та О. О. Войцеховська, “Математичне обґрунтування необхідності і змістовної деталізації матеріалу, викладеного студентам на попередніх лекціях, на початку лекції, присвяченій викладенню нового матеріалу”, на XII Міжнародній науково-практичній конференції «ІНТЕРНЕТ-ОСВІТА-НАУКА-2020 (ІОН-2020)», Вінниця, 2020, с. 110-112. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://ies.vntu.edu.ua/reports/program/WORK-IES-2020.pdf>

[39] Б. І. Мокін, О. О. Войцеховська, та А. І. Лебухорський, “Ідентифікація математичної моделі процесу забування знань, отриманих студентом на лекції”, на XLIX науково-технічній конференції підрозділів ВНТУ (2020), Вінниця, 2020, с. 1781-1783. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/index/pages/view/zbirn2020>.

[40] О. Б. Мокін, О. М. Косарук, О. В. Слободянюк, В. М. Мізерний, та Б. І. Мокін, “Методика оцінювання і підвищення якості практичної підготовки студентів за технологією освоєння робітничої професії”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №1, с. 177-186, 2015.

- [41] *Філософський енциклопедичний словник* / Гол. ред. колегії В. І. Шинкарук. Київ, Україна: Абрис, 2002.
- [42] Boris I. Mokin, Oleksander B. Mokin, Olena M. Kosaruk, Mashat Kalimoldayev, and Waldemar Wojci, "Assessment of the knowledge quality level based on fuzzy models of its acquisition processes", *Przegląd Elektrotechniczny*, no. 09, pp. 114-119, 2020, <https://doi.org/10.15199/48.2020.09.24>.
- [43] Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, та О. Б. Мокін, *Практикум для самостійної роботи студентів з навчальної дисципліни "Методологія та організація наукових досліджень". Частина I: від постановки задачі до синтезу та ідентифікації математичної моделі*. Вінниця: ВНТУ, 2018.
- [44] B. I. Mokin, V. B. Mokin and, O. B. Mokin, *Functional analysis in information technologies: textbook*. Vinnytsia: VNTU, 2024.
- [45] Python. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://www.python.org/downloads/>
- [46] Р. Н. Кветний, Я. В. Іванчук, І. В. Богач та ін., *Методи та алгоритми комп'ютерних обчислень. Теорія і практика. Підручник*. Вінниця: ВНТУ, 2023.
- [47] Великий тлумачний словник сучасної української мови / уклад. і гол. ред. В. Т. Бусел. Київ ; Ірпінь : Перун, 2007.
- [48] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, та А. В. Писклярова, "Структура синергетичної взаємодії викладачів і студентів університету на рівні кафедр і академічних груп", *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №4, с. 102-109, 2009.
- [49] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, та А. В. Писклярова, "Узагальнені математичні моделі та внутрішні структури факультетів і інститутів як блоків третього і четвертого рівнів ієрархії університетської синергетичної системи", *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №5, с. 147-156, 2009.
- [50] Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, та А. В. Писклярова, "Узагальнені математичні моделі блоків п'ятого рівня ієрархії, які замикають університетську синергетичну систему", *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 101-113, 2009.

Наукове видання

Мокін Борис Іванович

Войцеховська Ольга Олександрівна

Мокін Олександр Борисович

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ ЗДОБУВАННЯ ЗНАНЬ В УНІВЕРСИТЕТСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Монографія

Видається в авторській редакції

Оригінал-макет підготовлено *Б. Мокіним*

Оригінал-макет виготовлено у *РВВ ВНТУ*

Підписано до друку 04.12.2024 р.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Ум. др. арк. 9,96.
Наклад 21 прим. Зам № 2024-048.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
Редакційно-видавничий відділ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.