

КРИТЕРІЇ РУЙНУВАННЯ ТА ОСОБЛИВОСТІ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ДЕФОРМУЄМОСТІ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

В роботі розглянуто феноменологічні критерії руйнування матеріалів та особливості їх застосування при розв'язанні задач теорії деформуємості. Проаналізовано основні підходи до опису граничних станів крихких і пластичних матеріалів у межах механіки суцільного середовища. Наведено порівняльну характеристику класичних критеріїв міцності, зокрема максимальних нормальних напружень, максимальних дотичних напружень, енергетичних критеріїв та інваріантних підходів. Визначено переваги та обмеження феноменологічних моделей при чисельному моделюванні напружено-деформованого стану конструкцій. Обґрунтовано доцільність використання комбінованих критеріїв для складних напружених станів і неоднорідних матеріалів.

Ключові слова: феноменологічний критерій руйнування, напружено-деформований стан, граничний стан, пластичність, міцність, теорія деформуємості.

Abstract

The paper considers phenomenological criteria for material destruction and the peculiarities of their application in solving problems of deformability theory. The main approaches to describing the limit states of brittle and plastic materials within the framework of continuum mechanics are analyzed. A comparative characteristic of classical strength criteria, in particular maximum normal stresses, maximum tangential stresses, energy criteria, and invariant approaches, is given. The advantages and limitations of phenomenological models in numerical modeling of the stress-strain state of structures are determined. The feasibility of using combined criteria for complex stress states and heterogeneous materials is justified.

Keywords: phenomenological criterion of destruction, stress-strain state, limit state, plasticity, strength, theory of deformability.

В сучасній інженерній практиці розв'язання задач теорії деформуємості нерозривно пов'язане з необхідністю прогнозування граничних станів матеріалів і конструкцій. Визначення моменту втрати несучої здатності або початку руйнування є ключовим етапом розрахунку будівельних, машинобудівних і транспортних об'єктів.

Феноменологічні критерії руйнування базуються на макроскопічному описі поведінки матеріалу без детального врахування його мікроструктури. Їх використання дозволяє отримати практичні інженерні залежності, придатні для аналітичних і чисельних методів розрахунку.

Актуальність дослідження зумовлена необхідністю підвищення точності моделювання напружено-деформованого стану (НДС) конструкцій за складних умов навантаження, зокрема при багатовісному напруженому стані, циклічному навантаженні та наявності концентрацій напружень.

Загальні положення феноменологічного підходу

Феноменологічні критерії руйнування встановлюють залежність між компонентами тензора напружень або деформацій та граничним станом матеріалу. Вони формулюються у вигляді функції:

$$F(\sigma_{ij}) = 0,$$

де (σ_{ij}) – компоненти тензора напружень. Умова $F(\sigma_{ij}) < 0$ відповідає безпечному стану, а

$F(\sigma_{ij}) = 0$ – граничному.

Залежно від типу матеріалу (крихкий або пластичний) використовують різні критерії, що враховують характер руйнування.

Критерії для крихких матеріалів

Для крихких матеріалів (бетон, чавун, кераміка) характерним є руйнування при досягненні граничного значення нормальних напружень. Найпоширенішими є:

- критерій максимальних нормальних напружень;
- критерій Мора;
- модифіковані інваріантні критерії.

Критерій максимальних нормальних напружень передбачає руйнування, якщо найбільше головне напруження досягає межі міцності:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{кр}.$$

Критерій Мора враховує різницю між головними напруженнями та дозволяє описати асиметрію міцності при розтягу і стиску.

Критерії для пластичних матеріалів

Для пластичних матеріалів (сталь, алюмінієві сплави) руйнування пов'язане з накопиченням пластичних деформацій. Найбільш поширеними є:

- критерій максимальних дотичних напружень (Треска);
- енергетичний критерій формозміни (Мізеса).

Критерій Треска визначає граничний стан через максимальну різницю головних напружень:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3).$$

Критерій Мізеса базується на другому інваріанті девіатора напружень:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}.$$

Застосування критерію Мізеса забезпечує задовільну відповідність експериментальним даним для ізотропних металів та дозволяє узгодити одновісні та багатовісні режими деформації.

Критерій Шляхтера-Надаї традиційно використовується для оцінки руйнування при значних пластичних деформаціях за різних схем напруженого стану. Він базується на врахуванні не лише миттєвого стану напружень, але й кривизни шляху деформацій, що істотно впливає на критичні значення деформацій. У подібних підходах широке застосування знаходять схеми, що характеризують історію деформування.

Критерій Г.А. Смірнова-Аляєва належить до класу критеріїв, що використовують скалярну характеристику граничної деформації як функцію інваріантних показників напруженого стану.

$$\psi = \frac{e_u}{e_p(\eta)} \leq 1.$$

В сучасних дослідженнях він застосовується для оцінки межових значень деформацій при змінному навантаженні, коли форма шляху деформацій істотно впливає на критичні стани.

Критерій В. Л. Колмогорова розглядає граничний стан матеріалу через комбінації інваріантів тензора напружень та історії циклічних навантажень.

$$\psi = \int_0^{t_p} B(\tau) \frac{\dot{\varepsilon}_u}{e_p(\eta(\tau))} d\tau \leq 1.$$

Він широко використовується в задачах, де важлива залежність від швидкості навантаження та накопичення пошкоджень.

Критерій Г.Д. Деля є однією із феноменологічних моделей, що враховують взаємодію декількох компонентів тензора напружень у межах граничного стану.

$$\psi_{ij} = \int_0^{e_u^*} F(e_u, \eta, \mu) \beta_{ij} de_u.$$

Критерій Г. Д. Деля застосовують в задачах пластичної деформації, де характер руйнування залежить від окремих інваріантів механічного стану.

І. О. Сиваком було запропоновано проводити оцінку використаного ресурсу пластичності ψ за критерієм

$$\Psi = \int_0^{e_u} \frac{de_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)},$$

де $e_p(\eta, \mu_\sigma)$ – поверхня граничних деформацій.

Використання поверхонь граничних деформацій для оцінки використаного ресурсу пластичності дозволило врахувати об'ємність схеми напруженого стану.

Критерій В. А. Огороднікова відіграє важливу роль у феноменологічній теорії деформованості, він враховує спадковий характер матеріалу та залежність граничних станів від історії напружено-деформованого стану тіла.

$$\psi = \int_0^{e^*} (1 + f) \frac{e_u^f de_u}{e_p^*[\eta(e_u)]^{1+f}} \leq 1.$$

Цей критерій широко застосовується в контексті необоротних процесів та накопичення пошкоджень в пластичних матеріалах.

Особливості застосування критеріїв в задачах теорії деформуємості

При розв'язанні задач теорії деформуємості феноменологічні критерії використовуються:

- для визначення межі пружної роботи матеріалу.
- в задачах пластичності та граничної рівноваги.
- у чисельному моделюванні методом скінченних елементів.
- при аналізі складних багатовісних напружених станів.

Особливості застосування включають:

- необхідність вибору адекватного критерію відповідно до типу матеріалу;
- врахування неоднорідності та анізотропії;
- залежність параметрів від температури та швидкості деформування;
- калібрування моделі за експериментальними даними.

У випадку складного напруженого стану доцільним є використання інваріантних критеріїв, оскільки вони не залежать від вибору системи координат.

Для композитних матеріалів і бетону застосовують комбіновані критерії, що поєднують умови міцності при розтягу та стиску.

Переваги та обмеження феноменологічних критеріїв

Переваги:

- простота математичного формулювання;
- зручність реалізації в чисельних методах;
- достатня точність для інженерних розрахунків.

Обмеження:

- відсутність мікромеханічного обґрунтування;
- складність опису пошкоджуваності;
- обмежена універсальність при складних режимах навантаження.

Перспективним напрямком є поєднання феноменологічних критеріїв із моделями накопичення пошкоджень та нелінійної механіки руйнування.

Сучасні наукові дослідження підтверджують, що феноменологічні критерії успішно інтегруються з чисельними методами (наприклад, методом скінченних елементів), дозволяючи моделювати реальні багатовісні режими навантаження для металів, композиційних та багатофазних матеріалів.

Важливою тенденцією є комбінування критеріїв та врахування історії навантажень і деформацій, що забезпечує точнішу оцінку граничних станів з урахуванням нелінійних ефектів.

Висновки

Феноменологічні критерії руйнування є важливим інструментом для опису граничних станів матеріалів у задачах теорії деформованості.

Класичні підходи, зокрема критерій Мізеса, зберігають свою значущість для ізотропних пластичних матеріалів, тоді як критерії Шляхтера-Надаї, Г.А. Смирнова-Аляєва, В.Л. Колмогорова, Г.Д. Дея, І.О. Сивака, В.А. Огороднікова розширюють можливості моделювання за складних режимів навантажень, включаючи циклічні та історичні ефекти.

Комбінування різних критеріїв та адаптація їх до конкретних задач дозволяє забезпечити кращу відповідність експериментальним даним.

Сучасні дослідження спрямовані на поєднання феноменологічних моделей з чисельними методами та врахуванням циклічних та динамічних ефектів у навантаженні.

Подальший розвиток полягає у вдосконаленні критеріїв з урахуванням конкретних механізмів пошкодження та інтеграції з багатофізичними моделями поведінки матеріалів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Огородніков В. А. Механіка процесів холодного пластичного деформування вісесиметричних заготовок з глухим отвором : [монографія] / В. А. Огородніков, І. Ю. Кириця, В. Є. Перлов. – Вінниця: – ВНТУ, 2015 – 164 с.
2. Огородніков В. А. Ресурс пластичності металів при холодному об'ємному формозмінненні : [монографія] / В. А. Огородніков, І. А. Деревенько, Л. І. Алієва. – Вінниця: – ВНТУ, 2016 – 176 с.
3. Феноменологічні критерії руйнування / І. Ю. Кириця // Вісник Хмельницького національного університету. Серія «Технічні науки», – № 3. – 2022. – С. 75 – 81.

Кириця Інна Юрївна – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри опору матеріалів, теоретичної механіки та інженерної графіки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: slk-vin@ukr.net, kyrytsya@vntu.edu.ua, тел. +380679843705.

Kyrytsia Inna Y. – PhD, Assistant Professor of Materials Resistance, Theoretical Mechanics and Engineering Graphics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: slk-vin@ukr.net, kyrytsya@vntu.edu.ua, тел. +380679843705.