УДК 539.3

В. М. Михалевич
Б. О. Фененко
А. В. Павловська

ІНФОРМАЦІЙНІ MAPLE-ТЕХНОЛОГІЇ ПОШУКУ ЕКСТРЕМУМУ ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ В ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОКРИТТЯ ЗОНИ ЗАХИСТУ СЕРВЕРНОЇ КІМНАТИ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Запропоновано варіант типової задачі для створення навчального програмного тренажера, розробленого в середовищі системи комп'ютерної математики Maple. Тренажер призначено для розв'язання задач оптимізації покриття зони захисту серверної кімнати шляхом використання інформаційних Maple-технологій. Постановку самої практичної задачі та її математичне формулювання отримано за допомогою штучного інтелекту, що забезпечує професійну спрямованість навчання математичних дисциплін здобувачів вищої освіти за спеціальністю 125 – «Кібербезпека та захист інформації». Представлено методику пошуку екстремуму функції двох змінних, яка є ключовою у процесі оптимізації.

Ключові слова: educational Maple simulator, coverage optimization, server room protection zone, two-variable function, search for an extreme, information Maple technologies.

Abstract

A variant of a typical task for creating a training software simulator developed in the environment of the Maple computer mathematics system is proposed. The simulator is designed to solve problems of optimizing the coverage of the server room protection zone by using information Maple technologies. The statement of the practical problem itself and its mathematical formulation were obtained using artificial intelligence, which ensures the professional orientation of teaching mathematical disciplines to higher education students in the specialty 125 - "Cybersecurity and Information Protection". The article presents a methodology for finding the extremum of a function of two variables, which is key in the optimization process.

Keywords: educational Maple simulator, coverage optimization, server room protection zone, function of two variables, search for an extremum, information Maple technologies.

Вступ

Серед сучасних інструментів математичного моделювання важливу роль відіграють інформаційні технології СКМ Maple,що надають широкі можливості аналітичного дослідження типових задач математики, зокрема, екстремальних значень функцій у задачах оптимізації [1-6].

Незважаючи на суттєві складності впровадження систем комп'ютерної математики (СКМ) у процесі навчанні вищої математики з кожним роком зростає не просто кількість наукових та навчально-методичних праць, що присвячені цим питанням – зростає швидкість накопичення подібних праць[7-12].

Досвід впровадження та використання СКМ у процесі навчання вищої математики[13-15] показує, що одним з найефективніших шляхів підвищення ефективності використання СКМ у процесі навчанні вищої математики полягає в розробці MAPLE-тренажерів.

У цій роботі розглядається застосування Maple-інструментів для знаходження оптимального покриття зони захисту серверної кімнати на основі пошуку екстремумів функцій двох змінних.

Результати дослідження

Постановка задачі

Яких розмірів має бути прямокутний басейн заданого об'єму V, щоб мінімізувати витрати матеріалу на облицювання його стін і дна? Знайти площу облицювальної поверхні.

Задача: Оптимізація покриття зони захисту серверної кімнати

Уявімо, що серверна кімната має форму прямокутника зі сторонами x і y, а її площа фіксована і дорівнює S. Для захисту інформації в кімнаті встановлюється система активного екранування, яка створює захисне електромагнітне поле.

Вартість такої системи залежить від **периметра кімнати** та **висоти екрана** h, причому загальна вартість встановлення системи описується формулою:

$$C(x,y)=k_1(2x+2y)+k_2h$$

де:

- k_1 — вартість екрана на одиницю довжини периметра,
- k_2 — вартість екранування на одиницю висоти,
- h визначається з умови постійного об'єму приміщення $V=S\cdot h$, тобто $h=V/S=V/(xy)$.

Потрібно знайти:

Якими мають бути розміри x і y, щоб **мінімізувати загальну вартість** встановлення захисної системи?

Ця задача зводиться до пошуку **екстремуму функції двох змінних** C(x,y) з врахуванням умови S=xy. Вона відображає реальну проблему **оптимізації витрат на безпеку інформаційних систем** і водночас демонструє застосування математичного аналізу у сфері кіберзахисту.

Розв'яжемо задачу **оптимізації вартості захисного екранування серверної кімнати.**

Формулювання функції вартості

Маємо такі умови:

- Прямокутна серверна кімната зі сторонами x і y,
- Фіксована площа S, тобто S = xy,
- Висота h визначається $h=\frac{V}{xy}$, де V — об'єм кімнати,
- Вартість екранування описується функцією

$$C(x,y)=k_1(2x+2y)+k_2\cdot\frac{V}{xy}$$

Потрібно знайти x, y, що мінімізують C(x,y).

Перехід до функції однієї змінної

Оскільки S = xy, можемо виразити одну змінну через іншу:

$$y=\frac{S}{x}$$

Підставимо це у функції вартості:

$$C(x)=k_1\left(2x+2\frac{S}{x}\right)+k_2\cdot\frac{V}{x\cdot\frac{S}{x}}$$

Спрощуємо:

$$C(x)=k_1\left(2x+\frac{2S}{x}\right)+k_2\cdot\frac{V}{S}$$

Оскільки $k_2\cdot\frac{V}{S}$ – це константа, мінімізуємо вираз:

$$f(x)=2xk_1+\frac{2k_1S}{x}$$

Знаходження критичних точок

$$f'(x) = 2k_1 - \frac{2k_1 S}{x^2}$$

Прирівнюємо до нуля:

$$2k_1 - \frac{2k_1 S}{x^2} = 0$$

Розв'язуємо відносно x:

$$2k_1 x^2 = 2k_1 S$$

x^2=S

$$x = \sqrt{S}$$

Підставляємо *x* у вираз для $y = \frac{S}{x}$:

$$y = \frac{S}{\sqrt{S}} = \sqrt{S}$$

Перевірка мінімуму

Обчислимо другу похідну:

$$f''(x) = \frac{4k_1 S}{x^3}$$

Для $x = \sqrt{S}$:

$$f''(\sqrt{S}) = \frac{4k_1 S}{(\sqrt{S})^3} = \frac{4k_1 S}{S\sqrt{S}} = \frac{4k_1}{\sqrt{S}} > 0$$

Отже, x=y=$\sqrt{S}$ дає мінімум вартості.

Висновок

Щоб мінімізувати витрати на захисне екранування, серверна кімната повинна мати **квадратну форму** зі сторонами:

x=y=$\sqrt{S}$

Площа облицювальної поверхні:

$$P = 2(xy + xh + yh) = 2(S + xh + yh)$$

Підставимо $h = \frac{V}{xy} = \frac{V}{S}$

$$P = 2S + 2\left(\sqrt{S} \cdot \frac{V}{S}\right) + 2\left(\sqrt{S} \cdot \frac{V}{S}\right)$$

P=2S+4$\frac{V}{\sqrt{S}}$

Отже, **площа облицювальної поверхні** для мінімізації витрат:

$$P = 2S + \frac{4V}{\sqrt{3}}$$

Це задача чудово демонструє **прикладне використання оптимізації** в інформаційній безпеці.

Під час створення навчального тренажера мають бути здійснені такі види робіт:

1. Формування технічного завдання для програмної реалізації.
2. Створення алгоритму розрахунку оптимальних параметрів покриття.
3. Написання програмного коду з використанням Maple.
4. Розробка текстових коментарів до кожного етапу розрахунку.
5. Проведення тестування програмного забезпечення для перевірки коректності результатів.
6. Оптимізація коду та текстових пояснень на основі тестових випробувань.
7. Підготовка супровідної документації та оформлення результатів дослідження у вигляді наукової роботи.

Висновки

Оптимізація покриття зони захисту серверної кімнати є важливим завданням у сфері інформаційної безпеки. Використання інформаційних Maple-технологій дозволяє ефективно знаходити оптимальні рішення для покриття цієї зони, застосовуючи методи пошуку екстремуму функції двох змінних.

Вказана задача є типовою математичною задачею з яскраво вираженим прикладним спрямуванням. Саме тому варто для її розв’язання розробити навчальний тренажер у вигляді процедури в середовищі СКМ Maple. Такий підхід дозволить автоматизувати процес пошуку оптимального покриття. Використання Maple для розв’язання задачі забезпечує візуалізацію процесу оптимізації та можливість інтерактивного аналізу отриманих даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М. Використання систем комп’ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 279 с. ISBN 978-966-641-670-7.
2. Михалевич В. М. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. - Вінниця: ВНТУ, 2016. - 279 с. ISBN 978-966-641-670-7.
3. Михалевич В. М. Проектування навчальних задач з лінійного програмування з використанням систем комп'ютерної математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, О.І. Тютюнник // Інформаційні технології і засоби навчання. - 2013. - Т. 38 - № 6. - Режим доступу до журн. : http://journal.iitta.gov.ua.
4. Тютюнник О. І. Реалізація принципу наочності за допомогою засобів СКМ у процесі навчання лінійного програмування / О. І. Тютюнник, В. М. Михалевич // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. - Випуск 36 / Редкол.: І.А. Зязюн (голова) та ін. - Київ-Вінниця : ТОВ фірма "Планер", 2013, - С.434-440.
5. Михалевич В. М. Розробка електронних освітніх ресурсів в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, Ю. В. Добранюк // Математика та інформатика у вищій школі: виклики сучасності : зб. наук. праць за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф., 18-19 травня 2017 р. / М-во освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. - Вінниця : ФОП Рогальська І. О., 2017. - С. 69-72. Режим доступу: https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/index/pages/view/zbirn2018 Дата звернення: Черв. 2018
6. Михалевич В. М. Фрагменти електронних освітніх ресурсів з функції двох змінних в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Я. В. Крупський //http://ir.lib.vntu.edu.ua//handle/123456789/15474
7. Михалевич В. М. Навчально-контролюючий Maple — комплекс з вищої математики / В. М. Михалевич // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія. — 2004. — № 1. — С. 74–78.
8. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця: ВНТУ, 2013. — 236 с. ISBN. — 978-966-641-539-7.
9. Михалевич В.М. Елементарна математика. Алгебра. Новітні інформаційні технології навчання (Maple). Ч. 2. : практикум / В. М. Михалевич, А. Ф. Дода. - Вінниця : ВНТУ, 2010. - 160 с. (надрукований в 2011 р.)
10. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський // Інформаційні технології і засоби навчання. - 2011. - Т. 21 - № 1. - Режим доступу до журн. : http://journal.iitta.gov.ua.
11. Михалевич В. М. Організація самостійної роботи студентів шляхом використання системи комп'ютерної математики Maple / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, О. І. Тютюнник // Вісник Вінницького політехнічного інституту. - 2014. - № 3. - С. 114-118.

12. Михалевич В. М. Курс математики для слухачів-іноземців в середовищі СКМ Maple. Алгебраїчні рівняння і системи рівнянь: Електронний освітній ресурс / В. М. Михалевич, Н. Б. Дубова, І. А. Клеопа – Вінниця : ВНТУ, 2019. – 64 с.
13. Михалевич В. М. Електронний освітній ресурс з курсу математики для слухачів-іноземців в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Н. Б. Дубова, І. А. Клєопа // Збірник наукових праць за матеріалами дистанційної всеукраїнської наукової конференції «Математика у технічному університеті XXI сторіччя», м. Краматорськ, 15–16 травня 2019 р. – Краматорськ : ДДМА, 2019. – С. 193-195.
14. Михалевич В. М. Розробка електронних освітніх ресурсів в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, Ю. В. Добранюк // Математика та інформатика у вищій школі: виклики сучасності : зб. наук. праць за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф., 18-19 травня 2017 р. / М-во освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. - Вінниця : ФОП Рогальська І. О., 2017.- С. 69-72.
15. Тютюнник О. І. Застосування системи Maple для знаходження дотичної до функції [Текст] / О. І. Тютюнник, М. С. Сичова, М. Ю. Дунський //https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2022/paper/view/15009/12678

Богдана Олександрівна Фененко *– студентка групи 1БС-24Б, факультет інформаційних технологій і комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: bfenenko1@gmail.com*

Анастасія Вячеславівна Павловська*– студентка групи 1БС-24Б, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії. Вінницький національний технічний університет, Вінниця, email: nastyapav2006@gmail.com*

Науковий керівник: ***Володимир Маркусович Михалевич***— д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: mykhalevych@vntu.edu.ua

Fenenko Bogdana O. *– student of group 1BS-24B, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: bfenenko1@gmail.com*

Pavlovska Anastasiia V.*—student of group 1BS-24B, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mai: lnastyapav2006@gmail.com*

Supervisor: ***Mykhalevych Volodymyr M.*** —Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair for Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, mykhalevych@vntu.edu.ua.