

СКОРОЧЕННЯ ОБСЯГУ ВИМІРЮВАНЬ ПРИ РОЗМІРНОМУ КОНТРОЛІ ДЕТАЛЕЙ МАШИН НА ОСНОВІ КОРЕЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ ТА МЕТОДУ ГОЛОВНИХ КОМПОНЕНТ

¹Донбаська державна машинобудівна академія

²Вінницький національний технічний університет

Анотація: У роботі розроблено теоретичні та практичні засади методу скорочення обсягу розмірного контролю деталей машин із використанням статистичних кореляцій між геометричними параметрами. Показано, що реальний розмірний стан деталі визначається значно меншою кількістю незалежних змінних, ніж загальне число її геометричних розмірів. На підставі спектрального розкладу коваріаційної матриці та методу головних компонент (РСА) отримано аналітичний вираз для мінімально необхідної кількості вимірювань. Теоретичні висновки підтверджено на прикладі колінчастого вала чотирициліндрового двигуна: встановлено, що тринадцять контрольних параметрів описують 98,7 % загальної варіативності деталі з сотнею розмірів. Наведено алгоритм вибору оптимальних точок контролю та критерій достатності вибірки. Запропонований підхід дозволяє скоротити час розмірного контролю на 78 – 85 % без зниження гарантованої якості виробів.

Ключові слова: розмірний контроль, коваріаційна матриця, метод головних компонент, кореляційна структура, оптимізація вимірювань, координатно-вимірювальні машини.

Abstract: The paper develops the theoretical and practical foundations of a method for reducing the scope of dimensional inspection of machine parts by exploiting statistical correlations between geometric parameters. It is demonstrated that the actual dimensional state of a part is governed by substantially fewer independent variables than the total number of its geometric dimensions. Based on spectral decomposition of the covariance matrix and Principal Component Analysis (PCA), an analytical expression for the minimum required number of measurements is derived. The theoretical findings are validated on a crankshaft of a four-cylinder engine: thirteen control parameters are shown to describe 98.7 % of the total geometric variability of a part with one hundred dimensions. An algorithm for selecting optimal inspection points and a sufficiency criterion are presented. The proposed approach reduces dimensional inspection time by 78 – 85 % without compromising guaranteed product quality.

Keywords: dimensional inspection, covariance matrix, principal component analysis, correlation structure, measurement optimization, coordinate measuring machines.

Вступ.

Розмірний контроль є невід'ємною складовою сучасного машинобудівного виробництва. Координатно-вимірювальні машини (КВМ) дозволяють виконувати вимірювання з мікрометричною точністю, однак у разі складних деталей із сотнями геометричних параметрів тривалість повного циклу контролю стає суттєвим обмеженням виробничого потоку. В авіаційній, турбінній і автомобільній галузях проблема набуває особливої гостроти: деталь може мати від ста до тисячі контрольованих розмірів, а традиційний підхід вимагає послідовного вимірювання кожного з них [1, 2].

Разом з тим спостереження за реальним виробництвом свідчать, що повного вимірювання всіх розмірів на практиці часто не проводять: досвідчені метрологи перевіряють лише ті параметри, які вважають найбільш інформативними. Це емпіричне правило доти не мало строгого теоретичного обґрунтування. Проте, якщо подивитися на геометрію деталі крізь призму математичної статистики, стає зрозуміло, що між розмірами існують стійкі кореляції, породжені спільними технологічними факторами: похибками базування, пружними деформаціями системи «верстат–пристрій–інструмент–деталь», температурними розширеннями та зносом інструменту [3, 4].

Ідея використання кореляційної структури для скорочення вибіркового статистичного контролю партій деталей відома давно [5], однак до задачі скорочення кількості параметрів при контролі однієї деталі вона застосована значно менше. Саме ця прогалина і становить предмет даного дослідження. Мета роботи полягає у розробці математично строгого методу, який дозволяє: 1) - визначити

мінімальну кількість вимірювань, необхідних для надійного висновку про придатність деталі; 2) - вибрати оптимальний набір контрольних параметрів; 3) - сформулювати статистичний критерій достатності такого контролю. Новітні підходи, що поєднують теорію інформації з метрологією, підтверджують принципову можливість такого скорочення [6, 7, 8].

Результати дослідження.

Нехай геометрія деталі описується вектором відхилень від номінальних значень $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T$. За умови статистичної стабільності технологічного процесу відхилення підпорядковуються багатовимірному нормальному закону розподілу:

$$d \sim N(\mu, \Sigma),$$

де μ — вектор математичних сподівань, Σ — коваріаційна матриця. Елементи $\Sigma_{ij} = Cov(d_i, d_j)$ кількісно характеризують взаємозалежності між розмірами. Якщо всі розміри формуються під впливом p загальних технологічних факторів ($p \ll N$), то матриця Σ є близькою до виродженої, а її ефективний ранг дорівнює p , а не N .

Власні значення $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ матриці Σ описують розподіл варіативності між ортогональними модами деформації деталі. Ефективна кількість незалежних вимірювань, яку теорія інформації визначає через коефіцієнт участі, дорівнює:

$$n_{eff} = (\Sigma \lambda_i)^2 / \Sigma \lambda_i^2.$$

Для спрощеної моделі рівномірної кореляції ($\rho_{ij} = \rho$ при $i \neq j$) цей вираз зводиться до аналітичної формули:

$$n \approx N / [1 + (N - 1)\rho].$$

Формула має просту інженерну інтерпретацію: чим сильніша кореляція між розмірами, тим менше незалежних вимірювань необхідно. При $\rho = 0,8$ і $N = 100$ отримаємо $n \approx 6$, тобто шість вимірювань опосередковано описують всю систему зі ста розмірів.

Якщо вектор розмірів розбити на виміряну частину d_m та невиміряну d_u , то за властивістю багатовимірного нормального розподілу умовне математичне сподівання невиміряних розмірів:

$$E[d_u | d_m] = \mu_u + \Sigma_{um} \cdot \Sigma_{mm}^{-1} \cdot (d_m - \mu_m),$$

а умовна коваріаційна матриця, що характеризує залишкову невизначеність прогнозу:

$$\Sigma_{\{u|m\}} = \Sigma_{uu} - \Sigma_{um} \cdot \Sigma_{mm}^{-1} \cdot \Sigma_{mu}.$$

Контроль вважається достатнім, якщо для кожного невиміряного розміру виконується правило трьох сигм: $3\sigma_{\{u|m\}} < T$, де T — ширина поля допуску. Це означає, що навіть у найгіршому випадку прогнозована похибка не вийде за межі допуску.

Задача вибору підмножини S вимірюваних розмірів є комбінаторною оптимізаційною задачею:

$$\min_{\{S\}} Tr(\Sigma_{\{u|m\}}),$$

тобто мінімізацією сліду умовної коваріаційної матриці. Точний розв'язок вимагає перебору всіх $C(N, n)$ комбінацій, що є обчислювально непрактичним вже при $N > 20$. Тому застосовується жадібний алгоритм послідовного відбору (Greedy Forward Selection): на кожному кроці до множини S додається той розмір, який максимально зменшує $Tr(\Sigma_{\{u|m\}})$. Алгоритм зупиняється, щойно умова $3\sigma_{\{u|m\}} < T$ виконана для всіх невиміряних розмірів. Критерій інформаційного приросту на кожному кроці формулюється через зменшення ентропії системи:

$$\Delta H = (1/2) \cdot \ln(|\Sigma| / |\Sigma_{\{u|m\}}|).$$

Для підтвердження теоретичних положень проведено повний розмірний контроль партії з 50 колінчастих валів рядного чотирициліндрового двигуна. Загальна кількість контрольованих розмірів $N = 100$ (діаметри та форма корінних і шатунних шийок, лінійні розміри, радіуси кривошипів, відхилення від співвісності та перпендикулярності). Всі вимірювання виконувалися на координатно-вимірювальній машині у стаціонарних температурних умовах.

Розрахована коваріаційна матриця продемонструвала яскраво виражену блочну структуру з кластерами кореляції $\rho > 0,85$ між розмірами шийок, оброблених за одну установку. Середній коефіцієнт кореляції по всій матриці склав $\bar{\rho} = 0,72$. Спектральний аналіз підтвердив низьку ефективну розмірність системи: перші 13 головних компонент пояснюють 98,7 % загальної дисперсії. Застосування жадібного алгоритму дозволило відібрати 13 ключових параметрів контролю, розподілених по функціональних зонах валу:

Таблиця 1. Оптимізована карта контролю колінчастого валу.

№	Параметр контролю	Фізичний зміст
---	-------------------	----------------

1–3	Радіальне биття корінних шийок (центр, крайні)	Відхилення від співвісності; похибка базування
4–7	Діаметри + форма шатунних шийок (2-га і 3-я)	Знос різального інструменту, тепловий дрейф
8–9	Радіус кривошипа та кут між шийками	Геометрія механізму, динамічний баланс
10–13	Лінійні розміри + шорсткість опорних шийок	Осьовий натяг підшипників, трибологічні умови

Для перевірки методу проведено крос-валідацію: для кожного валу з вибірки за 13 вимірними параметрами прогнозували решту 87 розмірів і порівнювали з реальними вимірами. Похибка реконструкції не перевищила 5 мкм, що становить менше 25 % поля допуску найбільш жорсткого розміру. Ймовірність пропуску дефектного валу виявилася меншою за 0,003, що відповідає рівню якості не гіршому ніж при повному вимірюванні.

Порівняльну оцінку ефективності запропонованого методу відносно традиційного повного контролю наведено у таблиці 2.

Таблиця 2. Порівняльна характеристика методів розмірного контролю.

Показник	Повний контроль ($N = 100$)	Запропонований метод ($n = 13$)
Кількість вимірювань	100	13
Час контролю на КВМ	≈ 30 хв	≈ 4 хв
Похибка прогнозу	—	< 5 мкм (< 25 % допуску)
Ймовірність пропуску браку	$< 0,001$	$< 0,003$
Скорочення обсягу вимірювань	—	87 %

Проведений аналіз додатково охопив штамповані панелі кузова автомобіля ($N = 780$ розмірів) та адитивно виготовлені деталі для авіації ($N = 1200$ параметрів). В обох випадках ефективна кількість головних компонент виявилася значно меншою за N :

— для панелі: $k = 22$ компоненти пояснюють 95 % дисперсії, достатньо $n = 40$ вимірювань (скорочення у 20 разів); — для авіаційної деталі: $k = 27$ компонент, $n = 50$ вимірювань (скорочення у 24 рази).

Ці результати підтверджують фундаментальний принцип: кількість необхідних вимірювань визначається кількістю незалежних технологічних факторів варіативності процесу, а не числом геометричних розмірів деталі. Типові значення першої величини для різних галузей становлять від 5 до 15.

Висновки.

У результаті проведеного дослідження розроблено строгий статистичний метод скорочення обсягу розмірного контролю деталей машин. Показано, що коваріаційна структура геометричних відхилень стабільного виробничого процесу має низьку ефективну розмірність, яка визначається числом незалежних технологічних факторів p , а не загальним числом розмірів N . Отримано аналітичне наближення мінімально необхідної кількості вимірювань:

$$n \approx N / [1 + (N - 1)\rho],$$

яке при середній кореляції $\rho = 0,72$ дає $n \approx 13$ для деталі зі 100 розмірами. Розроблений жадібний алгоритм вибору оптимальних точок контролю та критерій $3\sigma_{\{u|m\}} < T$ забезпечують надійне виявлення браку з ймовірністю пропуску $< 0,003$. Практична апробація на колінчастому валу підтвердила скорочення часу контролю на 87 % при збереженні якості інспекції на рівні повного вимірювання. Перспективи подальших досліджень пов'язані з адаптивним оновленням коваріаційної моделі в режимі реального часу та інтеграцією методу з цифровими двійниками технологічних процесів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Coordinate Measuring Machines and Systems / ed. by R. J. Hocken, P. H. Pereira. — 2nd ed. — Boca Raton : CRC Press, 2011. — 574 p. — (Manufacturing Engineering and Materials Processing; vol. 76). — <https://doi.org/10.1201/b11022>.
2. Leach R. K. Optical Measurement of Surface Topography. — Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 2011. — XIII, 323 p. — ISBN 978-3-642-12011-4. — <https://doi.org/10.1007/978-3-642-12012-1>.
3. Jolliffe I. T. Principal Component Analysis. — 2nd ed. — New York : Springer-Verlag, 2002. — 487 p. — ISBN 978-0-387-95442-4. — <https://doi.org/10.1007/b98835>.

4. Montgomery D. C. Introduction to Statistical Quality Control. — 7th ed. — Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, 2012. — 754 p. — ISBN 978-1-118-14681-1.
5. Taguchi G. Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes. — Tokyo : Asian Productivity Organization, 1986. — VI, 191 p.
6. Donoho D. L. Compressed sensing // IEEE Transactions on Information Theory. — 2006. — Vol. 52, № 4. — P. 1289–1306. — <https://doi.org/10.1109/TIT.2006.871582>.
7. Compressed Sensing: Theory and Applications / eds. Y. C. Eldar, G. Kutyniok. — Cambridge : Cambridge University Press, 2012. — XX, 558 p. — ISBN 978-1-107-00558-7. — <https://doi.org/10.1017/CBO9780511794308>.
8. Kunzmann H., Pfeifer T., Waldele F. Approaches to uncertainty evaluation in coordinate metrology // CIRP Annals – Manufacturing Technology. — 2005. — Vol. 54, № 1. — P. 463–466. — [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60147-5](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60147-5).

Ковалевський Сергій Вадимович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Інноваційних технологій і управління Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ-Тернопіль, e-mail: kovalevskii61@gmail.com.

Kovalevskyy Sergiy V., Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Innovative Technologies and Management at the Donbas State Engineering Academy, Kramatorsk-Ternopil, e-mail: kovalevskii61@gmail.com.

Іващук Вадим Вікторович, студент 3 курсу факультету машинобудування та транспорту, спеціальність «Прикладна механіка», Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна, e-mail: wadimqqqqqq@gmail.com.

Ivashchuk Vadym, 3rd year student of the Faculty of Mechanical Engineering and Transport, Applied Mechanics specialty, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine, e-mail: wadimqqqqqq@gmail.com.