

ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА ТА ВІРТУАЛЬНІ ПЕРЕМІЩЕННЯ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ В ДИНАМІЦІ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Принцип Даламбера є фундаментальним підходом у динаміці, який дозволяє звести задачі динаміки до умов рівноваги, що спрощує розв'язок багатьох проблем механіки. Суть принципу полягає у введенні так званих "інерційних сил", що діють на систему у протилежному напрямку до прискорень. Це дозволяє розглядати динамічну задачу як задачу статички для відповідних сил. Таким чином, задачі з рухомими тілами можуть аналізуватися методами, аналогічними до методів статички.

Ключові слова: принцип Даламбера, віртуальні переміщення, інерційні сили, динаміка, рівновага, механічні зв'язки, рух.

Abstract

D'Alembert's principle is a fundamental approach in dynamics that allows reducing the problems of dynamics to equilibrium conditions, which simplifies the solution of many problems of mechanics. The essence of the principle is the introduction of so-called "inertial forces" acting on the system in the opposite direction to the accelerations. This allows us to consider the dynamic problem as a problem of statics for the corresponding forces. Thus, problems with moving bodies can be analyzed by methods similar to methods of statics.

Keywords: D'Alembert's principle, virtual displacements, inertial forces, dynamics, equilibrium, mechanical connections, movement.

Принцип Даламбера полягає в тому, що до сил, які діють на матеріальну точку або систему, додаються інерційні сили, рівні за модулем і протилежні за напрямком до прискорення, що діє на тіло. Це дозволяє трактувати задачу динаміки як задачу статички для системи з інерційними силами.

Метод віртуальних переміщень, який тісно пов'язаний з принципом Даламбера, є інструментом для дослідження механічних систем, де розглядаються можливі (віртуальні) переміщення системи при дотриманні наявних зв'язків. Цей метод використовується для вивчення рівноваги системи та отримання рівнянь руху. Завдяки цьому підходу можна обійтись без явного розрахунку реакцій зв'язків, що робить метод ефективним для складних механічних систем.

Актуальність теми полягає в її широкому застосуванні у багатьох галузях техніки, де необхідно аналізувати рух складних механізмів та конструкцій. У дослідженні розглядаються основні положення принципу Даламбера, його математичне обґрунтування та застосування в задачах динаміки. Окрім того, аналізуються приклади практичного використання принципу для вирішення задач із різними типами механічних зв'язків.

Принцип можливих переміщень: для рівноваги системи, що підпорядкована утримувальним, голономним, ідеальним і стаціонарним в'язям, необхідно і достатньо, щоб сума елементарних робіт активних сил на будь-якому можливому переміщенні системи з розглядуваного положення рівноваги дорівнювала нулю, за умов, що в початковий момент система нерухома:

$$\sum_{i=1}^n \delta A_1^a = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i \delta \bar{S}_i = 0$$

або
$$\sum_{i=1}^n F_i \delta S_i \cdot \cos(\bar{F}_i, \delta \bar{S}_i) = 0$$

або
$$\sum_{i=1}^n (F_{xi} \cdot \delta x_i + F_{yi} \cdot \delta y_i + F_{zi} \cdot \delta z_i) = 0.$$

Принцип можливих переміщень дає у загальній формі умови рівноваги для будь-якої механічної системи, тоді як умови рівноваги статички розглядають рівновагу кожного тіла системи відокремлено.

Завдяки універсальності принципу, його можна використовувати для моделювання руху і стабільності конструкцій в авіації, будівництві, машинобудуванні, космічних технологіях та інших галузях інженерії, де аналіз складних рухомих систем є ключовим завданням.

Покажемо застосування принципу віртуальних переміщень (загального рівняння динаміки та принципу Даламбера) до дослідження механічної системи, яка використовується в будівництві для підняття вантажів.

Визначимо, для прикладу, момент пари сил (M), який необхідно прикласти до шківів 3 для рівномірного підйому вантажу 1 вагою P_1 , якщо тіло 1 рухається з прискоренням a_1 , а також натяг пасу від тіла 1 до тіла 2 (рис. 1).

Матеріальна система складається з трьох тіл (рис. 1). Система починає рухатись зі стану спокою під дією моменту M , що прикладається до тіла 3. Масами пасів та їх ковзання по шківів знехтувати. Маси, радіуси тіл обертання та радіуси інерції вважати заданими. Всі величини вважати заданими в єдиній системі вимірювань.

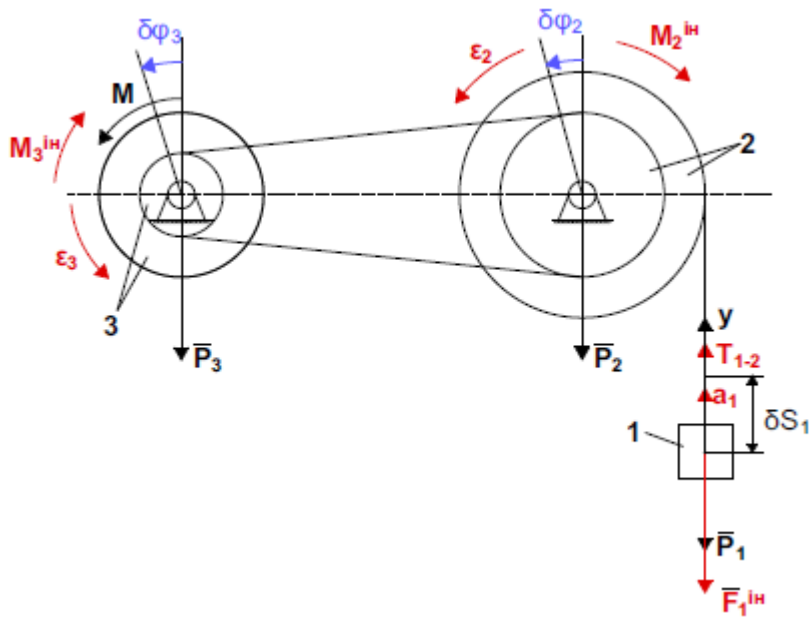


Рис. 1. Матеріальна система

Використаємо загальне рівняння динаміки для визначення моменту пари сил (M), який необхідно прикласти до шківів 3 для рівномірного підйому вантажу 1:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (\bar{F}_k + \bar{F}_k^{in}) \delta \bar{S}_k &= 0, \\ M \cdot \delta \varphi_3 - P_1 \cdot \delta S_1 - F_1^{in} \cdot \delta S_1 - M_2^{in} \cdot \delta \varphi_2 - M_3^{in} \cdot \delta \varphi_3 &= 0, \\ M \cdot \frac{\delta S_1 \cdot r_2}{R_2 \cdot r_3} - m_1 g \delta S_1 - m_1 a_1 \delta S_1 - m_2 i_2^2 \cdot \frac{a_1 \cdot \delta S_1}{R_2 \cdot R_2} - m_3 i_3^2 \cdot \frac{a_1 \cdot r_2}{R_2 \cdot r_3} \cdot \frac{\delta S_1 \cdot r_2}{R_2 \cdot r_3} &= 0, \\ (\text{оскільки } \delta S_1 \neq 0, \text{ тоді : } \delta S_1) & \\ M = \frac{m_1 g + m_1 a_1 + m_2 i_2^2 \cdot \frac{a_1}{R_2^2} + m_3 i_3^2 \cdot \frac{a_1 \cdot r_2^2}{R_2^2 \cdot r_3}}{\frac{r_2}{R_2 \cdot r_3}}. & \end{aligned}$$

$$[M] = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Застосуємо Принцип Даламбера для визначення натягу пасу від тіла 1 до тіла 2:

$$\bar{F} + \bar{F}^{in} + \bar{R} = 0.$$

Спроектуємо всі сили на вісь у:

$$T_{1-2} - P_1 - F_1^{in} = 0,$$

$$T_{1-2} - m_1 g - m_1 a_1 = 0,$$

$$T_{1-2} = m_1 g + m_1 a_1 = m_1 (g + a_1).$$

$$[T_{1-2}] = H.$$

Висновки

Принцип Даламбера та метод віртуальних переміщень є потужними інструментами, що спрощують аналіз складних механічних систем. Принцип Даламбера дозволяє перетворити задачу динаміки в рівноважну, що дає змогу ефективніше розраховувати характеристики системи, зводячи її аналіз до обчислення сил і моментів з урахуванням інерційних сил. Віртуальні переміщення, у свою чергу, дозволяють обійти складнощі, пов'язані з обчисленням реакцій зв'язків, що особливо корисно у випадках складних зв'язків між елементами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Огородніков В.А. Теоретична механіка. Динаміка. Самостійна та індивідуальна робота студентів: конспект лекцій / В. А. Огородніков, В. О. Федотов, І. Ю. Кириця – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 84 с. (ел. видання).
2. Приятельчук В. О. Теоретична механіка. Динаміка матеріальної системи. Розрахунково-графічні та контрольні завдання : [навч. пос.] / Приятельчук В. О., Риндюк В. І., Федотов В. О. – Вінниця : ВНТУ, 2005. – 85 с.
3. Федотов В.О. Теоретична та прикладна механіка. (Технічна механіка) Самостійна та індивідуальна робота студентів. Частина 1: навчальний посібник / В. О. Федотов, І. В. Віштак, Т. І. Молодецька – Вінниця: ВНТУ, 2017. – 107 с.
4. Кузьо І. В. Теоретична механіка / І. В. Кузьо, В. П. Шпачук, І. В. Цідило – Харків : Фоліо, 2017. – 780 с.
5. Черниш О. М. Теоретична механіка / О. М. Черниш, М.Г. Яременко – К.: Центр навчальної літератури, 2018. – 760 с.
6. Гайдайчук В. В. Теоретична механіка. Загальні принципи механіки / В. В. Гайдайчук, М. Г. Гонтарь – К.: КНУБА, 2018. – 260 с.
7. Дмитриченко М. Ф. Теоретична механіка / М.Ф. Дмитриченко, М. О. Гончар – К.: НТУ, 2018. – 364 с.
8. Принцип-Даламбера
https://pidru4niki.com/16400116/prirodoznavstvo/printsip_dalambera

Бреник Вікторія Вікторівна – студентка групи 1Б-23б, Факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Кириця Інна Юрївна – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри опору матеріалів, теоретичної механіки та інженерної графіки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: slk-vin@ukr.net, kyrytsya@vntu.edu.ua, тел. +380679843705.

Brenyk Viktoriya V. – student of group 1B-23b, Faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Kyrytsya Inna Y. – PhD, Assistant Professor of Materials Resistance, Theoretical Mechanics and Engineering Graphics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: slk-vin@ukr.net, kyrytsya@vntu.edu.ua, tel. +380679843705.